

Государственное автономное образовательное
учреждение Томской области дополнительного
профессионального образования
«Томский областной государственный
институт развития регионального образования»
(ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»)

Задача 10.6.

$$n = kd; \quad n, k, d \in \mathbb{N}$$

Каждая дробь, выписанная тем же [†] имеет

$$\text{вид: } \frac{l}{n-l}, \quad \text{где } l \in \mathbb{Z}; \quad 0 < l < n$$

$$\text{Пусть } L = kd - k = k(d-1).$$

$$\{0 < kd - k < kd, \text{ т.к. } k, d \in \mathbb{N}\} \Rightarrow$$

\Rightarrow при любом натуральном n и d можно

выбрать l равное $kd - k$

$$\text{тогда дробь } \frac{l}{n-l} = \frac{k(d-1)}{kd - k(d-1)} = \frac{k(d-1)}{k(d-d+1)}$$

$$= \frac{k(d-1)}{k} = d-1. \quad \text{Тема выписывает все дроби с } l \in [0; n],$$

значит среди них будет и $l = kd - k$.

Следовательно, всегда найдется дробь, равная

числу $d-1$.

т.т.д.

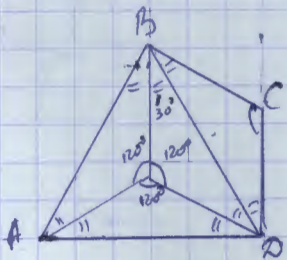
Задача 10.7.

Ответ: нет, не верно.

Если четырехугольник должен иметь параллельные стороны, то он обязан являться трапецией. А значит сумма углов ^{каждой из} при ее боковых сторонах должна равняться 180° .

Но легко привести пример, когда четырехугольник не является трапецией и не имеет ни одной пары параллельных сторон.

Возьмем ^{полуправильный} равнобедренный треугольник с тупым углом в 120° и сложим их следующими образом: из 3х треугольников сложим один равносторонний, а четвертый «приставим» к любой из его сторон.



$$\angle ABC = \angle ADC = 30 + 90 = 120^\circ$$

$$\angle BCD = 90^\circ$$

$$\angle BAD = 90^\circ$$

Государственное автономное образовательное учреждение Томской области дополнительного профессионального образования «Томский областной государственный институт развития регионального образования» (ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»)

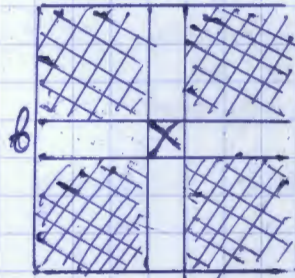
Так мы можем убедиться, что при одной стороне сумма прилегающих к ней углов не равна 180° , значит четырехугольник не трапеция, а значит у нее нет параллельных сторон. Следовательно, условие задачи выполняется не для всех случаев, т.е. не обязательно.

Задача 10.8

Ответ: 100.000 гектаров.
(сто тысяч)

Решение:

Рассмотрим квадрат 19×19 с центральной клеткой x , в которой стоит гектар



В нем заштрихованы клетки, которые имеют форму. Вдоль этого квадрата другие гектары могут стоять лишь на вертикали a или горизонтали b .

Причем, каждый гелард, стоящий на верти-
кали а этого кв-та бьет все клетки горизон-
тальми в, кроме клетки х.

Аналогично, гелард на горизонтали в
бьет все клетки меньше а, кроме х.
Таким образом, в таком квадрате может
находиться не более 19 гелардов, которые
будут закидывать либо митки а, либо в. (все
будут стоять на одной линии).

Разобравшись со схемой расстановки гелардов,
нужно понять, как их разместить на доске.
Очевидно, что меньше всего "отнимают"
клеток геларды, стоящие на крае доски.
Поэтому, размещая гелардов по периметру доски,
необходимо с каждого угла убирать по 9 фигур,
чтобы они не били друг друга.

Тогда, для квадрата со стороной n
в нем можно расположить по его краям
 $4 \cdot (n - 1) - 36 = 4n - 40$ гелардов.

Государственное автономное образовательное
учреждение Тюменской области дополнительного
профессионального образования
«Тюменский областной государственный
институт развития регионального образования»
(ГАОУ ТО ДПО «ТОИРРО»)

Заметим, что после расстановки фигур
по периметру мы получаем новый квад-
рат со стороной n-20. Для него пов-
торяется та же операция. Тогда сумма
всех расставленных гелардов равно:

$$S = 4 \cdot (1000 + 980 + 960 + 940 + \dots + 60 + 40 + 20) - 40 \cdot 50.$$

Сумма, находящаяся в скобках является суммой
арифметической прогрессии, членами которой
являются её слагаемые, где:

$$a_1 = 20$$

$$a_n = 1000$$

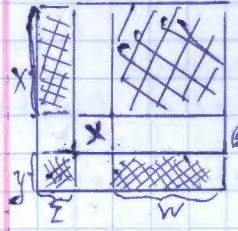
$$n = 50$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 25 \cdot 1020 = 25.500$$

$$\text{Итого } S = 4 \cdot 25.500 - 2000 = 100.000.$$

Мы успешно смогли расставить
100.000 гелардов.

Вернёмся к квадрату 19×19 и выделим
в нём квадрат 10×10 , имеющий вид:



$$(x+y = z+w = 9)$$

, и отличающийся только компо-
ном.

В каждом таком квадрате не может
находиться более 10 гектаров, равно как и в любом
другом, т.к. мы уже доказали, что гектары
занимают одну линию (а или в).

Значит, в ^{каждых} 100 клетках не может нахо-
диться более 10 гектаров.

$$\frac{1000 \cdot 1000}{10 \cdot 10} = 10.000 \text{ кв.м.}$$

А в квадрате 1000×1000 не более

$$10.000 \cdot 10 = 100.000 = 10^5 \text{ гектаров} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 100.000$ - максимальное возможное
количество гектаров на доске, не
объясняющих друг друга.