

МО.3.

Если $x^8 - y^3 \geq 2x$, то $x^5 - 2x \geq y^3$.

Рассмотрим ~~функцию~~ ~~$x^8 - 8x^4 + 16$~~ .

график функции $f(x) = x^8 - 8x^4 + 16$

заменим x^4 на a , тогда

$$x^8 - 8x^4 + 16 = a^2 - 8a + 16 = 4, \text{ этот график в}$$

системе коорд. aox имеет ~~две~~ как привлекательные

вверх ветви, а т.к. Дискриминант

данного выражения равен нулю ($D = 8^2 - 4 \cdot 16 = 0$),

то ~~функция~~ функция принимает лишь

положительные значения $\Rightarrow a^2 - 8a + 16 \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^8 - 8x^4 + 16 \geq 0 \Rightarrow x^8 \geq 8x^4 - 16 \Rightarrow \frac{x^8}{8} \geq x^4 - 2, \text{ домножив}$$

пер-во на x (это мы можем сделать, т.к. $x > 0$ по

условию) получим $\frac{x^9}{8} \geq x^5 - 2x$ но $x^5 - 2x \geq y^3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x^9}{8} \geq y^3 \Rightarrow x^9 \geq 8y^3. \text{ Извлечем из обеих частей}$$

$$\text{пер-во } \sqrt[9]{} \Rightarrow x^3 \geq 2y. \text{ ч.т.д.}$$

10.2.

Выигрывает Васа.

Допустим Петя написал число X , если X - четно, то Васа в следующем ходе пишет нечетное число Y (т.к. если a четное и нечетное - нечетное число, потому что между X и Y не найдется среднего, т.е. такого числа Z , что $Z = \frac{X+Y}{2}$, тогда X , Y и Z образуют арифметическую прогрессию, причем Z число Z пишет Васа, потому что выигрывает). Если X - нечетное, то Y соотв. четно.

~~Кроме этого Васа должен написать больше или меньше число, ~~отличающееся~~ от X ~~на~~ ~~не~~ ~~менее~~ ~~чем~~ ~~1009~~ (т.е. $|X-Y| > 1009$)~~

Кроме этого Васа должен написать Y такое, что $|X-Y| \geq 1009$. Если же он напишет число Y такое, что $|X-Y| < 1009$, то найдется такое a , ~~при котором~~ образующие e X и Y арифметической прогрессией. (т.к. "расстояние" от a до

Государственное автономное образовательное учреждение Тюменской области дополнительного профессионального образования «Тюменский областной государственный институт развития регионального образования» (ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»)

числа X или Y (в зависимости от того, как ставим a , меньше X и Y или больше X и Y и от того, какое число (X или Y) будет стоять между a и другим), будет равно $2|X-Y| < 2018$, т.е. такое a обязательно найдется (расстояние между крайними членами арифметической прогрессии будет меньше 2018).

Тогда Петя не в свой следующий ход напишет число четное или нечетное, соответственно (т.к. X и Y - числом разной четности), ~~каждое~~ найдется ~~два~~ числа арифметической прогрессии, потому что между ними найдется среднее, но тогда эти два числа и среднее образуют арифметическую прогрессию (если a это число a и b , тогда среднее - $\frac{a+b}{2}$)

(где $a < b$)

$$\text{тогда } a + \frac{b-a}{2} = \frac{a+b}{2},$$

$$\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} = b \Rightarrow a, b \text{ и } \frac{a+b}{2} \text{ — арифмет.$$

прогрессия).

{ При нахождении Y можно, что

$$|x - Y| \geq 1009 \text{ — обяз. имеет место,}$$

$$\text{т.к. если } x \leq 1009, \text{ то } x + 1009 \leq 2018,$$

$$\text{а если } x > 1009, \text{ то } x - 1009 > 0, \text{ или}$$

$$x - 1009 \geq 1$$

№10.5.

Возьмем число n .

т.к. соседние числа не больше n , то

сумма их не составит $2n$. Поэтому

соседние числа n составляют само

n .

