Региональный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по экономике

20 января 2018 года

Э – 01

Второй тур. Задачи

Дата написания	**20 января 2018 года**
Количество задач	**4**
Сумма баллов	**120**
Время написания	**140 минут**
Конкурс *закрасьте кружочек*	● **9 класс** ○ **10–11 класс**

Используйте для записи решений
только отведенное для каждой задачи место.
В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию
или другие сведения, которые могут указывать
на авторство работы.

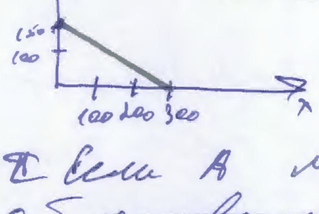
Все поля таблицы заполняются жюри.

Задача	1	2	3	4	Сумма
Баллы	25	25	30	25	105
Подпись	Зах	Зах	Зах	Зах	Зах

Э-01

Задача 1

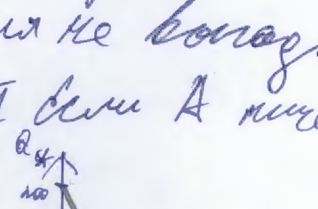
I Если А лоб-ет увеличение цены Y в 2 раза, то $\boxed{\text{Наибольшее кол-во } Y}$ она получит $= 200 - 50 = \boxed{150}$. (Обменивать X на Y невыгодно, ~~наиб.~~ пр-во $Y = 100$ (кол-во L)), 5 ед X платы за лоб-ие). $\boxed{\text{Наибольшее кол-во } X = 300}$, т.к. если ~~А~~ пр-ит и Y, она пр-ит $100 - \frac{u}{2}$ X (в силу ограничений по раб. силе $\boxed{2Q_X + Q_Y = 200}$). Тогда, ~~пр~~ об-ая S единиц Y на 2S единиц товаров X, она получит ~~150 − S ед. Y и~~ $(u - S)$ Y и $(100 - \frac{u}{2} + 2S)$ X. При данном значении $u - S = v$; $100 - \frac{u}{2} + 2S = 100 - \frac{v}{2} + \frac{3S}{2}$, то есть при фиксированном значении $u - S$ (кол-во Y) чем больше S, тем больше X у страны А X. Тогда и u должно быть наибольшим, то есть $u = 200 \Rightarrow$ кол-во $Y = 150 - S$, кол-во $X = 2S$; $Q_Y = 150 - \frac{1}{2}Q_X$.



$\boxed{\text{См. пункт I на обороте}}$

II Если А лоббирует ув-ие цены X в 2 раза, ~~то об обменивать Y на X ей тогда невыгодна. Пусть она пр-ит и Y ⇒ она пр-ит $100 - \frac{u}{2}$ X и об-ет~~ Альтернативные и-ки пр-ва $Y = \frac{1}{2}$ единицы X = единице Y. То есть ~~А~~ без разницы пр-ть X или об-ть X на Y. ~~Тогда~~ (для данного Q_Y). Тогда и ~~обмен~~ лоббирование такого повышения не выгодно, т.к. ~~А~~ несёт только $C = 50$ ед. Y.

III Если А ничего не лоббирует, то $\boxed{2Q_X + Q_Y = 200.}$ (Из ограничения по раб. силе)



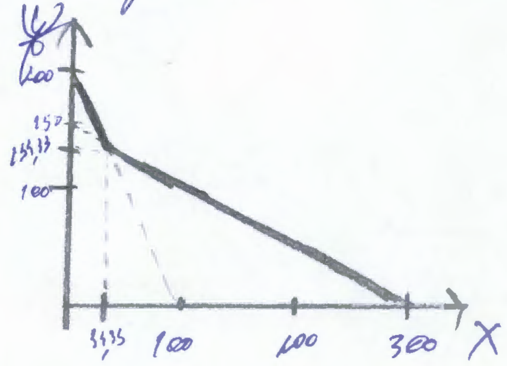
Найдём точку пер-ия графиков из I и III: $\begin{cases} 2Q_X + Q_Y = 200, \\ Q_Y = 150 - \frac{1}{2}Q_X \end{cases}$

$2Q_x + 150 - \frac{1}{2}Q_x = 200$

$\frac{3}{2}Q_x = 50$; ~~$Q_x = 33,33 = \frac{100}{3}$~~ $Q_x = \frac{100}{3} \approx 33,33$

$Q_y = 150 - \frac{1}{2}Q_x = 150 - \frac{50}{3} = \frac{400}{3} \approx 100 + 33,33 = 133,33.$

Тогда КПВ в А выглядит сл-им об-ом



И оп-ся кусочной функцией:

$$Q_y = \begin{cases} 200 - 2Q_x, \text{ при } 0 \le Q_x \le 33,33, \\ 150 - \frac{1}{2}Q_x, \text{ при } 33,33 \le Q_x \le 300. \end{cases}$$

II ~~Альт. из-ки Из ог-их рабочей силы $2Q_x$ $2Q_{пр\,x} + Q_{пр\,y} = 200$~~

~~Альтерна~~ Если в лоб-ст увеличение цены Y в 2 раза отн-но X, то альтернативные из-ки пр-ва 1 единицы Y = 2 ед. Y(плохого) = 4 ед. X. То есть пр-во X не выгодно. Тогда всё пр-во идёт на Y, его пр-ся 200 ~~штук~~, 50 ~~от-ся лобб~~ — издержки лоб-ия. Тогда если в стра оп-ся Q_y Y, то в ней будет $2($~~15~~ $Q_x = 2(150 - Q_y)$;

$$\boxed{Q_y = 150 - \frac{Q_x}{2}}$$

5

Э-01

Задача 2 а) Так как реализовано равновесие, люди, ездящие на а (авт-ях) (N^* штук), тратят на дорогу не более 50 мин, иначе они бы пересели на м (метро). Тогда $\underline{11+2N^*\le 50}$; $2N^*\le 38$; $N^*\le \underline{19{,}5} \Rightarrow$ т.к. $N^*\in\mathbb{Z}$, $N^*\le 19 \Rightarrow$ т.к. никто не хочет пер-ть с м на а, $\boxed{N^*=19.}$

А всего на авт-лях жители проведут $19(11+2\cdot 19)=$
$=19\cdot 49=980-49=\underline{931}$ мин. $=15$ ч 31 мин. $=t^*$

Ответ: ~~$N^*=19$~~; $t^*=15$ ч 31 мин.

б) Так как реал-но рав-ие, аналогично а) $9+2N^*\le 50$; $N^*\le 49$;
$N^*\le 20\Rightarrow N^*=20$. $t^*=20(9+2\cdot 20)=20\cdot 49=\underline{980}$ мин $=16$ ч 20 мин

Ответ: 16 ч 20 мин. — общее время лишь увеличится.

в) В силу рав-ия, аналогично а), $11+2N^*\le 40$; $N^*\le 14\Rightarrow N^*=14$.
$t^*=14(11+2\cdot 14)=14\cdot 39=560-14=\underline{546}$ мин $=9$ ч 6 мин.

Ответ: 9 ч 6 мин

г) ~~В си~~ Аналогично пр-им пунктам, $21+2N^*\le 50$; $N^*\le 14\Rightarrow N^*=14$.
$t^*=14(21+2\cdot 14)=14\cdot 49=700-14=\underline{686}$ мин $=11$ ч 26 мин.

Ответ: 11 ч 26 мин

д) ~~Аналогично пр-им пунктам~~, Т.к. $2\cdot 10+11=31<50$, то владельцы электромобилей будут ездить на них, тогда об-ее время $=10(11+2\cdot 10)=\underline{310}$ мин $=5$ ч 10 мин

Ответ: 5 ч 10 мин. — наилучшая из рас-ых ~~мера~~ с данной т. зр. мера.

Мы везде ис-ли тот факт, что те, кто ездит на а, тр-ят на дорогу ≤ 50 мин, иначе они бы пер-ли в м.
При этом из них ездит наиб. число, удовлетворяющее этому

Варианты не сшиваются.

25

7-01

Задача 3

Заметим, что ~~всего без-ных (в %) будет~~ $u = \frac{30-L}{100} \cdot 100\% = (30-L)\%$.

$Q = 2L \Rightarrow u = (30 - \frac{Q}{2})\%$

$TC = w \cdot L = 4L^2 = Q^2$ (т.к. все издержки ABC – оплата труда); ~~$MC = 2Q$~~

$TR = PQ$; $Q = 120 - P$; $P = 120 - Q$; $TR = Q(120 - Q)$; ~~$MR = 2Q$~~

$\pi = TR - TC = -Q^2 + 120Q - Q^2 = -2(Q^2 - 60Q + 900) + 1800 = 1800 - 2(Q - 30)^2 \Rightarrow \boxed{\pi_{max} \text{ при } Q = 30}$

~~Если фирма максимизирует прибыль, то $MC = MR$;~~

~~$2Q = -2Q + 120$; $Q = 30$~~ $(\pi = 30 \cdot 90 - 30^2 = 30 \cdot 60 = 1800) \Rightarrow$

$L = \frac{Q}{2} = 15 \Rightarrow u = 15\%$. (если ABC мах-ет π)

Если фирма максимизирует её B, то:

$B = \pi + 16(100 - u) = TR - TC + 16(100 - 30 + \frac{Q}{2}) =$
$= -Q^2 + 120Q - Q^2 + 1120 + 8Q = -2Q^2 + 128Q + 1120 = -2(Q^2 - 64Q + 1024) + 1792 \Rightarrow$

т.к. фирма ~~$B = B' = -4Q + 128$~~; $Q = 32 \Rightarrow L = \frac{Q}{2} = u = 30 - \frac{Q}{2} = 14\%$ –

$(\pi = 32 \cdot 88 - 32^2 = 32 \cdot 56 = 1792)$. Что на 1% меньше, чем если бы ABC максимизировала π.

Ответ: на 1 %. процентный пункт.

Заметим, что без-ых будет $30 - L \Rightarrow u = \frac{30-L}{100} \cdot 100\% = (30 - L)\%$.

30.

$Q = 2L \Rightarrow u = 30 - \frac{Q}{2}$; $TC = w \cdot L = 4L^2 = Q^2$ (т.к. все из-ки ABC-зарплата)

~~$TR =$~~ $Q = 120 - P$; $P = 120 - Q$; $TR = Q \cdot P = -Q^2 + 120Q$

$\pi = ~~-Q^2 +~~ TR - TC = -Q^2 + 120Q - Q^2 = -2(Q^2 - 60Q + 900) + 1800 =$
$= -2(Q - 30)^2 + 1800 \Rightarrow$ ~~т.к.~~ если ABC макс-ет π, то $Q = 30$
$(\pi = 1800) \Rightarrow L = \frac{Q}{2} = 15$; $\boxed{u_1 = (30 - 15)\% = 15\%}$

Если фирма мах-ет $B = \pi + 16(100 - u) = TR - TC + 16(100 - 30 + \frac{Q}{2}) = -Q^2 + 120Q - Q^2$
$+ 1120 + 8Q = -2(Q^2 - 64Q + 1024) + 3168$ ~~то~~ $-2(Q - 32)^2 + 3768$, то $Q = 32 \Rightarrow \boxed{u_2 = 14\%}$

Э-01

Задача 4

Обозначим за TC_i и TR_i – изд. и выручку соотв-но от маршрута в i город. ~~MR_i и MC_i – не те величины, не те~~ Π_i – прибыль с мар-та в i-ый город.

$TR_i = p_i \cdot q_i$; $q_i = \frac{400}{p_i^2}$ => $p_i = \frac{20\sqrt{q_i}}{q_i}$; $TR_i = 20\sqrt{q_i}$

~~(мы пол-ем $q_i \neq 0$, иначе мар-ут не имеет см.)~~

($q_i \neq 0$, т.к. $\frac{400}{p_i^2} \neq 0$). ~~$MR_i = (20\sqrt{q_i})' = 20 \cdot (\sqrt{q_i})' = 20 \cdot \frac{1}{2\sqrt{q_i}} = \frac{10}{\sqrt{q_i}}$~~

$TC_i = i + 2q_i$

издержки из-ки мар-та перевозки.

~~$\Pi_i = 20\sqrt{q_i} - i$~~

$$\boxed{\Pi_i = TR - TC = 20\sqrt{q_i} - i - 2q_i = 50 - i - 2(q_i - 10\sqrt{q_i} + 25) = 50 - i - 2(\sqrt{q_i} - 5)^2 \Rightarrow \Pi_{i\,max} = 50 - i, \text{ при } \sqrt{q_i} = 5;\ q_i = 25}$$

~~$MC_i = MR_i$~~

~~$2 = \frac{10}{\sqrt{q_i}}$; $\sqrt{q_i} = 5$; $q_i = 25$; $TR_i = 20 \cdot 5 = 100$.~~

~~$TC_i = i + 50$~~ => маршруты имеет смысл открывать до 50-го города (~~$TR_i \geq TC_i$~~ $\Pi_i \geq 0$), ~~причём открытие 50-го~~ маршрута в 50-ый город не имеет значения, т.к. $\Pi_{50} = 0$.

$$\boxed{\Pi_i = 50 - i}$$

~~$\Pi_i = TR_i - TC_i = 100 - (i + 50) = 50 - i$.~~

$$\Pi_{об} = \sum_{i=1}^{50} \Pi_i = \sum_{i=1}^{50} (50 - i) = 50 \cdot 50 - \sum_{i=1}^{50} i = 50^2 - (1 + \ldots + 50) = 50^2 - \frac{50 \cdot 51}{2}$$

$$= 50\left(\frac{100 - 51}{2}\right) = 25 \cdot 49 = 35^2 = 900 + 300 + 25 = 1225.$$

Ответ: $\Pi_{max} = 1225$.

* Для максимизации суммарной π надо максимизировать π на каждом ~~от-ом~~ мар-те, т.к. π_i и π_j друг от друга не зависят ($i \neq j$).

Π_i – прибыль на i-ом мар-те. TC_i и TR_i – издержки и прибыль соот-но на нём.

$q_i = \frac{400}{p_i^2}$; $p_i = \frac{20\sqrt{q_i}}{q_i}$; $TR_i = p_i \cdot q_i = 20\sqrt{q_i}$ ($q_i \neq 0$, т.к. $\frac{400}{p_i^2} \neq 0$).

$TC_i = i + 2q_i$

изд-ки

$\pi_i = TR_i - TC_i = 20\sqrt{q_i} - \cancel{i} \; i - 2q_i = -2(q_i - 10\sqrt{q_i} + 25) + 50 - i =$
$= -2(\sqrt{q_i} - 5)^2 + 50 - i \Rightarrow$ т.к. „Солнышко" мах-ет прибыль, $\pi_i = 50 - i$; $\sqrt{q_i} = 5$; $q_i = 25$; $p_i = \frac{20 \cdot 5}{25} = 4$.

Тогда т.к. $\cancel{\pi}$ при $i \geq 51$, $\pi_i < 0$ „Солнышко" от-ет 49 или 50 мар-ов ($\pi_{50} = 0$). Тогда

$\pi_{max} = \sum_{i=1}^{50} \pi_i = \sum_{i=1}^{50} (50 - i) = 50 \cdot 50 - \sum_{i=1}^{50} i = 50^2 - 50 \frac{50 \cdot 51}{2} =$
$= 50 \cdot \frac{100 - 51}{2} = 25 \cdot 49 = 35^2 = 1225.$

Ответ: $\pi_{max} = 1225$.

25