

Задача 1

В треугольнике длины двух сторон равны 3,14 и 0,67. Найдите длину третьей стороны, если известно, что она является целым числом.

Решение:

Пусть длина третьей стороны равна x . Чтобы из трех отрезков можно было составить треугольник нужно чтобы выполнялось неравенство треугольника – сумма любых двух отрезков больше третьего. Запишем это $x+3,14>0,67$; $x+0,67>3,14$; $3,14+0,67>x$. Первое неравенство выполняется всегда; второе означает, что $x>2,47$, а третье означает, что $x<3,81$. Целое x удовлетворяющее этим условиям ровно одно – это $x=3$.

Ответ: 3.

Задача 2

Экологи протестовали против большого объема лесозаготовки. Председатель леспромхоза успокоил их следующим образом: "В лесу 99% сосен. Будут вырубаться только сосны, и после вырубок процент сосен останется почти неизменным – сосен будет 98%". Какая часть леса отведена под вырубку?

Решение:

Будем деревья, не являющиеся соснами, называть дубами. До вырубки дубы составляют 1% всех деревьев, а после вырубки будут составлять 2%. Это значит, что общее число деревьев уменьшится в два раза.

Ответ: Половина.

Задача 3

Студент за 5 лет учения сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше экзаменов, чем в предыдущем, а на пятом курсе сдал втрое больше экзаменов, чем на первом курсе. Сколько экзаменов он сдал на четвертом курсе?

Решение:

Легко определить, что на первом курсе было сдано три экзамена и, соответственно, на пятом курсе девять. Остается два варианта распределения числа экзаменов на остальных курсах: $4 + 7 + 8$ и $5 + 6 + 8$. Таким образом, на четвертом курсе студент сдал 8 экзаменов; на третьем – 6 или 7 экзаменов.

Ответ: 8 экзаменов.

Задача 4

У капитана Смоллетта двое сыновей и несколько дочерей. Если возраст капитана (конечно, ему меньше ста лет) умножить на количество его детей и на длину его шхуны (это целое число футов), то получится 32118. Сколько лет капитану Смоллетту, сколько у него дочерей и какова длина его корабля?

Решение:

Число детей капитана по условию больше 3; возраст капитана и длина корабля в футах, очевидно, тоже больше 3. Число 32118 раскладывается в произведение простых множителей как $2 \cdot 3 \cdot 53 \cdot 101$. Есть только один способ представления этого числа в виде произведения трёх множителей, каждый из которых больше 3: $6 \cdot 53 \cdot 101$. Используя разумные ограничения на возраст и количество дочерей, получаем ответ.

Ответ: 53 года, 4 дочери, 101 фут.

Задача 5

Найдите последние две цифры в десятичной записи числа $1! + 2! + \dots + 2016! + 2017!$ ($n!$ – это произведение натуральных чисел от 1 до n . Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$)

Решение:

Заметим, что $10!$ делится на 100, и $n!$ при $n > 10$ будет тем более делиться на 100. Значит, последние две цифры числа $1! + 2! + \dots + 2016! + 2017!$ совпадают с последними двумя цифрами числа $1! + 2! + \dots + 9!$. Последние две цифры этого числа нетрудно найти непосредственно (вычисления облегчаются тем, что, начиная с $n = 5$, число $n!$ делится на 10).

Ответ: 13.