

Задача 1

Сколькими способами можно прочесть слово "строка", двигаясь вправо или вниз?:

С	Т	Р	О	К	А
Т	Р	О	К	А	
Р	О	К	А		
О	К	А			
К	А				
А					

Решение:

Ясно, что начать движение можно только с первой буквы "С". Каждым ходом мы опускаемся на одну диагональ ниже, и перед очередным ходом перед нами имеется выбор – идти вправо или вниз. При каждой из этих двух возможностей мы вновь опускаемся на диагональ ниже и тем самым продолжаем чтение слова "СТРОКА". Таким образом, возможностей прочесть слово "СТРОКА" столько же, сколько возможностей последовательного пятикратного выбора из двух вариантов, то есть $2^5 = 32$.

Ответ: 32 способами.

Задача 2

Петя вынимает из мешка чёрные и красные карточки и складывает их в две стопки. Класть карточку на другую карточку того же цвета запрещено. Десятая и одиннадцатая карточки, выложенные Петей, – красные, а двадцать пятая – чёрная. Какого цвета двадцать шестая выложенная карточка?

Решение:

Заметим, что положения, когда сверху лежат две карточки одного цвета, и положения, когда сверху лежат две карточки разного цвета, чередуются. Поскольку 10-я и 11-я карточки – красные, то после того как была положена 11-я карточка, сверху лежали две карточки одного цвета (красные). Значит, и после того, как была положена 25-я карточка (как и любая карточка с нечётным номером), сверху оказались две карточки одного цвета. Так как 25-я карточка чёрная, то две верхние карточки – чёрные. Поэтому, следующая, 26-я карточка может быть только красной (на чёрную карточку можно положить только красную).

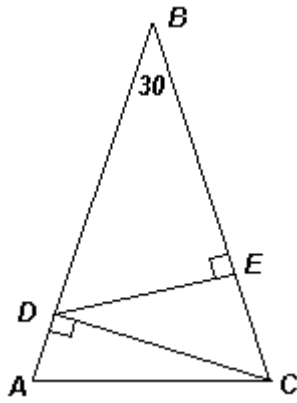
Ответ: красная.

Задача 3

В равнобедренном треугольнике ABC угол B равен 30° , $AB = BC = 6$. Проведены высота CD треугольника ABC и высота DE треугольника BDC . Найдите BE .

Решение:

$DC = \frac{1}{2} BC = 3$ (см. рис.). Кроме того, $\angle DCB = 90^\circ - \angle DBC = 60^\circ$, следовательно, $CE = \frac{1}{2} DC = 1,5$. Таким образом, $BE = BC - CE = 4,5$.



Ответ: 4,5.

Задача 4

На острове $\frac{2}{3}$ всех мужчин женаты и $\frac{3}{5}$ всех женщин замужем. Какая доля населения острова состоит в браке?

Решение:

Пусть число супружеских пар на острове равно N . По условию на острове $\frac{5}{3}N$ женщин и $\frac{3}{2}N$ мужчин. Всего на острове $\frac{5}{3}N + \frac{3}{2}N = \frac{19}{6}N$ жителей, а в браке состоит $2N$. Искомая доля равна $2 : \frac{19}{6} = \frac{12}{19}$.

Ответ: $\frac{12}{19}$.

Задача 5

Какое из чисел больше: 31^{11} или 17^{14} ?

Решение:

Сравним эти числа со степенями двойки.

$$31^{11} < 32^{11} = 2^{55} < 2^{56} = 16^{14} < 17^{14}.$$

Ответ: 17^{14} .