№10-13

№1

1567 – искомое число

Докажем:

$1+5+6+7=19$

$19\cdot1\cdot5\cdot6\cdot7=3990$

ч.т.д.

Ответ: 1567

	1	2	3	4	5	
22	7	7	7	0	1	~~10~~
22	7	7	7	0	1	Терехова

№2

$a_1+a_2+\ldots+a_n=n^2$

$b_1+b_2+\ldots+b_n=n^2$

1) Предположим, что все числа из множества А и множества В различны.

2) упорядочим числа. Заметим, что т.к. по условию все числа натуральные и различные, то наименьшее число ≥ 1, а наибольшее число $\geq 2n$

Тогда:

$a_1+\ldots a_n+b_1+\ldots+b_n \geq 1+\ldots+2n$

$\Updownarrow$

$2n^2 \geq \frac{1+2n}{2}\cdot 2n$

$2n^2 \geq n+2n^2$

$0 \geq n$

противоречие

$\Downarrow$

наше предположение было неверно

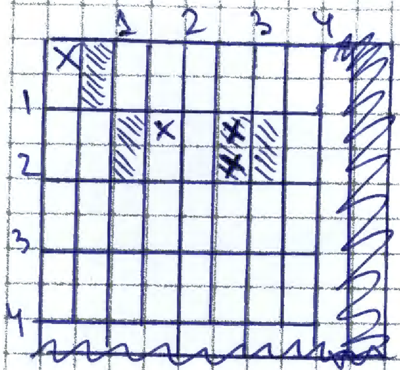
$\Downarrow$

найдётся число, принадлежащее как множеству А, так и множеству В

ч.т.д.

М10-13

№3



1) разделим наш квадрат 8×8 на 16 квадратов 2×2

2) каждый квадрат разделим на 2 вертикальных ~~доминошки~~ прямоугольника 1×2

3) Стратегия для Димы:

а) 1-ым ходом Коля рисует крестик. Заметим, что данная клетка относится к определённому квадрату и к определённому ~~доминошке~~ прямоугольнику 1×2

б) каждый ~~доминошка~~ прямоугольник 1×2 имеет свою пару (с ~~ней~~ ним он~~а~~ составляет квадрат)

в) Тогда если крестик оказался в каком-то ~~доминошке~~ прямоугольнике 1×2, то Дима накрывает доминошкой парный прямоугольник 1×2. Таким образом в квадрате остаётся 1 свободная клетка

г) Вдруг в какой-то момент ~~Дима~~ Коля может поставить крестик в оставшуюся 1 свободную клетку, но тогда прямоугольник 1×2 содержит 2 крестика, $\Rightarrow$ Дима может накрыть эти клетки доминошкой

д) Заметим, что действуя так, у Димы всегда будет возможность сходить: либо ~~закрасив~~ накрыв парный прямоугольник, либо накрыв прямоугольник, в котором после хода Коли крестиков стало 2.

$\Downarrow$

Дима выиграет

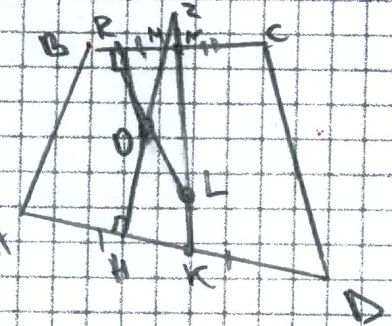
Ответ: Дима

М10-13

№5

1) Пусть 2 перпендикуляра, опущенных из центра W [illegible] на BC и AD не лежат на 1ой прямой.

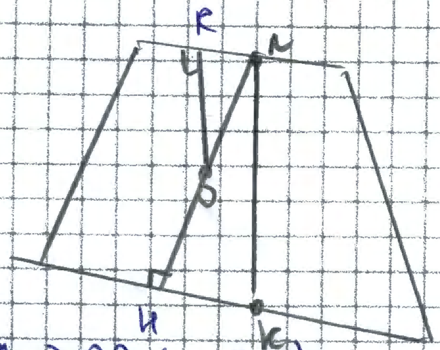
а) если продолжение хотя бы одного из перпендикуляров ∩ среднюю линию вне ABCD или на стороне



1) $ZN + NK > ZM + MO + OH$
($\triangle ZHK$ - прямоуг.)
$MO > OR$ ($\triangle MOR$ - прям.)
$\Downarrow$
$ZN + NK > ZM + OR + OH$

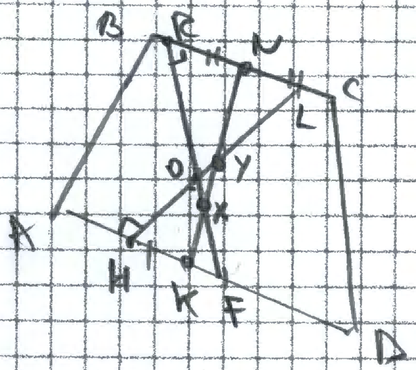
2) $\angle RML$ - острый (т.к. RNL - прямоуг) или $\angle$ (если $RO \parallel NK$)
$\Downarrow$
$\angle MNZ$ - тупой или $\angle$
$\Downarrow$
$MZ > ZN$

3) $ZN + NK > ZM + OR + OH$
$ZM > ZN$
$\Downarrow$
$NK > OR + OH$



1) $ON > OR$ ($\triangle ORN$)
$NK > HN$ ($\triangle HNK$)
$\Downarrow$
$NK > OH + OR$

б) если оба продолжения пересекают среднюю линию внутри ABCD

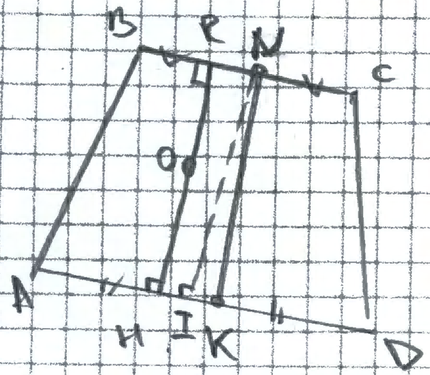


1) $RO + OX < NY + YX$ ($\triangle RNX$)
$HO + OY < YX + XK$ ($\triangle HYK$)
$OY + OX > XY$ ($\triangle OYX$)
$\Downarrow$
$RO + HO < XY + NY + XK$
$\Updownarrow$
$NK > RO + OH$

М10-13

в) если 2 продолжения параллельны, то отрезки перпендикуляров лежат на одной прямой (мы рассматриваем, где не лежат)

2) Если лежат на одной прямой, то:



1) т.к. $RH \perp RN$ и $\perp HK$

$\Downarrow$

$RN \parallel HK$

2) опустим из N перпенд. на HK

3) тогда либо NI совпаст с NK либо образует прямоуг. $\triangle$

$\Downarrow$

$NK \geq NI$

4) т.к. $RN \parallel HK$, то $NI = RH$ (расстояние между парал. прямыми)

$\Downarrow$

$NK \geq RH$

$\Downarrow$

$NK \geq RO + OH$

! Не все случаи.

3) Мы разобрали случаи и получили:

а) $NK > RO + OH$

б) $NK > RO + OH$

в) $NK \geq RO + OH$

$\Rightarrow NK \geq RO + OH$

ч.т.д.

М10-52

N 10.6

1) изначально на доске написано $\cos\pi$ (-1) $\cos x$

2) получим новое число, домножив $\cos\pi$ на само себя. Получим: $\cos\pi \cdot \cos\pi = \cos^2\pi = 1$ $\cos x$

3) следующее число получим сложением 1-го и 2-го. $\cos^2 x$

Тогда 3ье число $= \cos\pi + \cos^2\pi = -1+1=0$

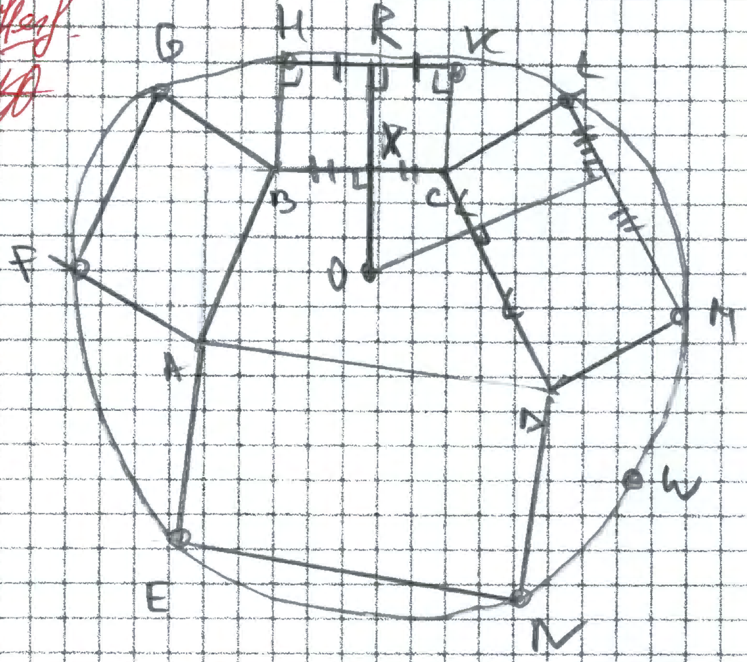
⇓

получим исходное выражение

Ответ: можно

N 10.7

6	7	8	9	10	Σ	
7	7	1	0	0	15	[подпись]
7	7	1	0	0	15	[подпись]



Дано:

ABCD;

FGAB, HBCK, LCDM, DNEA - прямоуг.

GFENMLKH - вписанный, окр w

Док-ть:

ABCD - вписанный

Док-во:

1) отметим O - центр w

2) рассм. △HOK

т.к. O-центр w, то OH = OK, ⇒ △OHK - равнобедр. |⇒ OR - медиана, высота

3) т.к. OR ⊥ HK и HK ∥ BC |⇒ OR ⊥ BC

т.к. OR ⊥ HK и HB ∥ KC и HB ⊥ HK |⇒ OR ∥ HB

т.к. OR и BH ∥ KC и HR = RK, ⇒ BX = XC

4) OX ⊥ BC и BX = XC |⇒ OX - серединный перпендикуляр

5) Аналогично с другими сторонами

6) т.к. все серединные перпендикуляры ABCD пересекаются в одной точке, то O - центр окружности, описанный вокруг ABCD (точка O)

⇓

ABCD - вписанный

ч.т.д.

М10-52

№10.3

1) Предположим, что можно.

2) тогда у нас есть $3n$ последов. чисел. $a_1, a_1+1, a_1+2, \dots a_1+3n-1$

3) т.к. у квадратных трёхчленов по условию 2 различ. целых корня, то по теореме Виета, если $ax^2+bx+c=0$,

$b \vdots a$ и $c \vdots a$ +1б.

4) расм. n таких многочленов:

$a_1x^2+b_1x+c_1=0$

$a_2x^2+b_2x+c_2=0$

$\vdots$

$a_nx^2+b_nx+c_n=0$

Упорядочим: $a_n \geq a_{n-1} > \dots \geq a_1$

Тогда $a_n \geq a_1+n-1$

значит т.к. $b_n \vdots a_n$ и $c \vdots a_n$, то b_n или $c_n \geq 3a_1+3n-3$

в тоже время меньше, чем a_1+3n-1, тогда:

$$3a_1+3n-3 \leq a_1+3n-1$$

$$2a_1 \leq 2$$

$$a_1 \leq 1$$

$\Downarrow$

единственная последовательность, которая нам подходит:

$1, 2, 3, \dots, 3n$

М10-52

N10.10

1) Сначала Вася называет $t=1$ получает сумму коэф-ов

2) теперь называет $t=10^{L+1}$ пусть сумма состоит из L знаков $\underbrace{\ldots\ldots}_{L}$

а) либо получает

$\underbrace{\ldots}_{a}000\underbrace{\ldots}_{в}000\underbrace{\ldots}_{c}$

тогда если $a+в+c$ = первому полученному результату, то Вася знает многочлен

б) если $a+в+c \neq$ первому результату, то пусть у результата кол-во знаков m $\underbrace{\ldots\ldots}_{m}$

3) теперь называет $t=10^{m+1}$

теперь Вася точно получает число вида $\underbrace{\ldots}_{a}000\underbrace{\ldots}_{в}000\underbrace{\ldots}_{c}$

И опять же он знает многочлен

Оценка:

предположим это можно сделать за 2 хода. Но Петя мог сказать и иформацию по разным многочленам, значит однозначно определить не можем, т.к. тогда бы Вася умел определять многочлен по одному ходу. Но такое невозможно, т.к. многочлен может быть с огромными коэффициентами

Ответ: $n=3$