1	2	3	4	5	
+	+	+	0	–	Д…
7	7	7	0	0	[подпись]

$\Sigma = 21$

М9-17

№1

Ответ: Да, может.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 – изначальная позиция

1 2 3 4 5 6 7 8 9 5 5 – разделим 10 на 5 и 5

2 3 5 5 6 7 8 9 5 5 – объединим 1 и 4 в 5

2 3 5 5 1 5 7 8 9 5 5 – разделим 6 на 1 и 5

5 5 5 1 5 7 8 9 5 5 – объединим 2 и 3 в 5

5 5 5 1 5 7 8 4 5 5 5 – разделим 9 на 4 и 5

5 5 5 5 5 7 8 5 5 5 – объединим 1 и 4 в 5

5 5 5 5 5 2 5 8 5 5 5 – разделим 7 на 2 и 5

5 5 5 5 5 5 10 5 5 5 – объединим 2 и 8 в 10

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 – разделим 10 на 5 и 5.

+

№2

Пусть наши числа $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_{n-2} < a_{n-1} < a_n$

Заметим, что если $a_{n-2}, a_{n-1}, a_n < 0$, ~~то~~ ~~число~~ $b_n = -a_n$ можно заменить число a_n на

~~тогда каждое~~

~~тогда $b_n^2 = a_n^2$ => условие не перестанет соблюдаться, заменим для поэтому можно считать, что $a_{n-2}, a_{n-1}, a_n > 0$~~

То $a_{n-2} < a_{n-1} < a_n < -a_n < -a_{n-1} < -a_{n-2}$

условие не перестало соблюдаться т.к. ~~первая~~ наибольшие тройка чисел не изменилась ~~по модулю~~ модулей

если $a_{n-2} < a_{n-1} < 0 \le a_n$, то допишем в наш набор $-a_{n-2}$ и $-a_{n-1}$, тогда набор модулей трёх наибольших чисел не изменится

~~$a_{n-2}^2 \ldots$~~ ~~аналогично~~ предыдущему

~~Всё соблюдается~~

М9-17

если $a_{n-2} < 0 \le a_{n-1} < a_n$, аналогично добавим $-a_{n-2}$, всё соблюдается т.к. наибольшая тройка модулей не изменилась.

~~Пусть~~ $a_{n-2}^2 + a_{n-1}^2 + a_n^2 < 3\cdot 10^6$ (1)

$$0 < \frac{a_{n-2}^2 + a_{n-1}^2 + a_n^2}{3} < 10^6$$

$$\frac{a_{n-2}+a_{n-1}+a_n}{3} \le \sqrt{\frac{a_{n-2}^2 + a_{n-1}^2 + a_n^2}{3}} < 10^3$$

(по нер-ву о средних, между средним арифметическим и средним квадратическим)

$$\frac{a_{n-2}+a_{n-1}+a_n}{3} < 10^3$$

$$a_{n-2}+a_{n-1}+a_n < 10^3\cdot 3$$

Пусть $a_{n-2} = 10^3 - x \Rightarrow a_{n-1} \ge 10^3 + 10 - x \Rightarrow a_n \ge 10^3 + 20 - x \Rightarrow$

$\Rightarrow 3\cdot 10^3 > a_n + a_{n-1} + a_{n-2} \ge 10^3 + 20 - x + 10^3 + 10 - x + 10^3 - x =$
$= 3\cdot 10^3 + 30 - 3x$

$3x > 30$

$x > 10$

$x \ge 11 \Rightarrow a_{n-2} \le 10^3 - 11$
$a_{n-1} \le 10^3 - 1$
$a_n \le 10^3 + 9$

$\Rightarrow$ $a_{n-3} \le 10^3 - 21$
$a_{n-4} \le 10^3 - 31$
$\vdots$
$a_3 \le 10^3 - (n-4)\cdot 10 - 1$
$a_2 \le 10^3 - (n-3)\cdot 10 - 1$
$a_1 \le 10^3 - (n-2)\cdot 10 - 1$ (2)

Пусть $b_1 = |a_1|$, $b_2 = |a_2|$, $b_3 = |a_3|$ $\Rightarrow b_1 > b_2 > b_3$, ~~тогда~~ тогда

$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 < 3 \cdot 10^6$

аналогично (1)

$b_1 \le 10^3 + 9$

$$|a_1| \le 10^3 + 9$$

$$\Downarrow$$

$$-10^3 - 9 \le a_1 \le 10^3 + 9$$

$$\Downarrow$$

$$-10^3 - 9 \le a_1 \le 10^3 - (n-2) \cdot 10 - 1$$

$$-10^3 - 9 \le 10^3 - (n-2) \cdot 10 - 1$$

$$(n-2) \cdot 10 \le 2 \cdot 10^3 + 8$$

$$n - 2 \le 200{,}8$$

$$n \le 201{,}8$$

т.к. $n \in \mathbb{N}$

$$n \le 202$$

Пример на $n = 202$

$$\underbrace{-1005, -995, -985, \ldots, -5}_{101\text{ число}}, \overbrace{5, \ldots, 985, 995, 1005}^{101\text{ число}}$$

$(-1005)^2 + (-995)^2 + (-985)^2 < 3 \cdot 10^6$ ~~т.к. 20+1=180+21=560+1140~~

$(-(10^3+5))^2 + (-(10^3-5))^2 + (-(10^3-15))^2 = 3 \cdot 10^6 + 100 + 25 - 100 + 25 - 300 + 225 =$

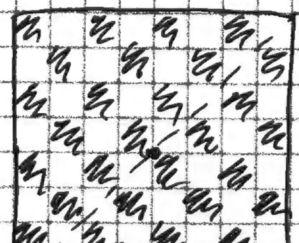
$= 3 \cdot 10^6 - 25 < 3 \cdot 10^6$

$\cancel{(989)^2+(999)^2+(1009)^2=(10^3-11)^2+(10^3-1)^2+(10^3+9)^2=}$

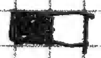
$\cancel{=3\cdot10^6-220+121-20+1+180+81}$

$(985)^2+(995)^2+(1005)^2 \ne 3\cdot10^6$

№3



Рассмотрим шахматную раскраску нашей доски. Заметим, что Дима каждым своим ходом закрывает одну чёрную и одну белую клетку



Будем играть за Колю. Будем ~~закр~~ ставить крестик только ~~на~~ чёрную клетку, которая симметрична относительно белой диагонали чёрной клетке, которую только что накрыл Дима. Таким образом у Коли всегда есть ответный ход, ~~т.к. иначе~~

Докажем это от противного. Предположим у нас первый раз нет ответного хода. Тогда в этой клетке либо стоит крестик (1), либо она накрыта доминошкой (2).

(1) если там стоит крестик => симметричная ей закрыта доминошкой => на ней нельзя закрыть второй раз => Диминого хода нет.

(2) Если она накрыта доминошкой, то под доминошкой нет крестика, т.к. тогда в белой клетке тоже должен быть крестик, а мы ставим крестики только в чёрные клетки.

Следовательно в ей симметричной стоит крестик => сейчас Дима накрыл чёрную клетку с крестиком => в белой клетке стоит крестик, но ~~ми~~ Коля не ставит крестик в белые клетки

⇓

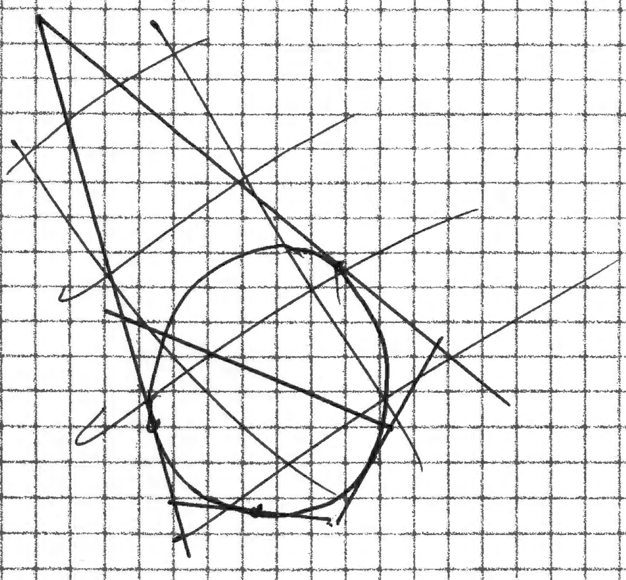
Наше предположение неверно => у Коли всегда есть ответный ход ~~ход до окончания~~

Рассмотрим конец игры.

Либо не все чёрные клетки использовали и Дима проиграл, т.к. у нас есть ответный ход.

Либо все чёрные клетки закончились. Последний ход был за Колей. Дима не может сделать ход т.к., чтобы поставить доминошку нужен крестик в белой клетке, которого нет. => Дима проиграл

Ответ: Коля выиграет при правильной игре. +



—

Мд-25

6	7	8	9	10	
+	±	+	∓	0	
7	7	7	1	0	Σ=22

№7

Рассмотрим порядок спрашивания хамелеонов.

Предположим, что подряд спросили двух зелёных. Тогда, т.к. после первого вопроса зелёный хамелеон не поменял цвет, т.е. кол-во зелёных хамелеонов не изменилось, второй зелёный хамелеон должен сказать такое же число как и первый. Но каждое число было сказано один раз. Значит никаких двух зелёных хамелеонов не спрашивали подряд $\Rightarrow$

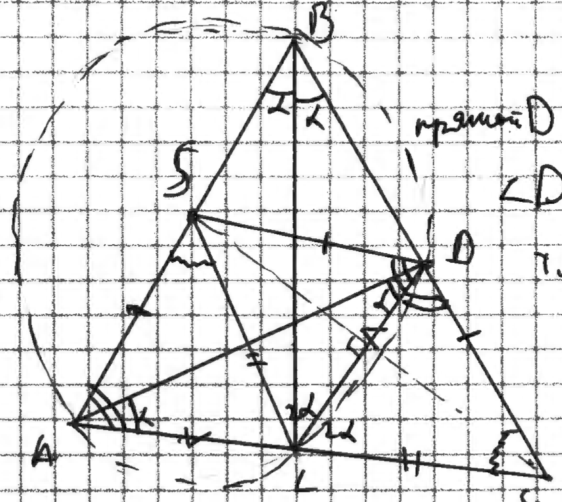
$\Rightarrow$ ч.з. $\leq \frac{2019+1}{2} = 1010$?

Пример на 1010 зелёных хамелеонов

З	К	З	К	...	З	К	З	← изначальный цвет хамелеона
1010	1	1010	2		2018	1009	2019	← число, которое говорил хамелеон

Ответ: 1010

№8



т.к. S симметрична C относительно прямой $DL \Rightarrow SD = DC$, $SL = LC$, $\angle LDC = \angle LDS$, $\angle DLC = \angle DLS$.

т.к. $ABDL$ - вписанный $\Rightarrow \angle BAC = \angle LDC = \angle LDS$; $\angle ABC = \angle DLC = \angle DLS$

Пусть $\angle ABL = \angle LBC = \alpha \Rightarrow$

$\angle ADL = \angle ABL = \alpha$ т.к. они опираются на одну дугу.

$\angle DAL = DBL = \alpha$, по аналогичной причине. $\Rightarrow \angle ADL = \angle DAL = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow AL = LD$; т.к. $\angle SAL = \angle SDL$ и $\angle DAL = \angle ADL \Rightarrow \angle SAD = \angle SDA \Rightarrow$

$\Rightarrow SD = AS \Rightarrow AS = SD = DC$, $DL = AL$; $SL = LC \Rightarrow \triangle ASL = \triangle DCL \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCL = \angle ASL \Rightarrow BSLC$ - вписанный. $\Rightarrow \angle SBC + \angle SLC = 180°$

М9-25

$\angle SBC+\angle DLC+\angle DLS=180^\circ$

$3\cdot\angle ABC=180^\circ$

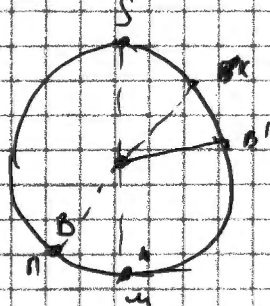
$\angle ABC=60^\circ$

~~Ответ: $\angle ABC=60^\circ$~~

продолжение после №9

№6

Рассмотрим момент, когда Миша пробежал полкруга.

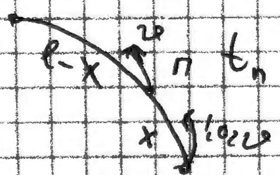


Тогда Петя ещё не пробежал свои полкруга т.к. у Миши скорость больше.

Теперь Миша начинает бежать в другую сторону, т.е. встречает Петю на дуге AB.

Теперь рассмотрим момент, когда Миша опять пробежал полкруга. Тогда Петя находится в точке B'. Они продолжают бежать до встречи. После это встречи, спустя достаточно малый промежуток времени, Миша начинает догонять Петю. Он может развернуться, т.к. пробежал в одном направлении > полкруга, т.е. встретит его в 3-й раз. Тем самым догоняет Петю до финиша. Так может произойти т.к. скорость у Миши >, чем у Пети и после 2-й встречи Миша может подождать очень маленький промежуток времени. ч.т.д.

Пусть Миша подождал так, что между ним и Петей x м, а до финиша от Миши l м, тогда чтобы его догнать Петю $t_м$ до финиша должно быть $< t_п$ до финиша.



$t_п=\frac{l-x}{v}>\frac{l}{1{,}02v}=t_м$

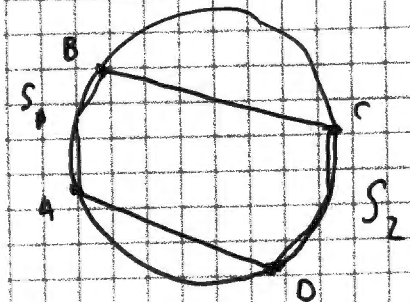
$1{,}02l-1{,}02x>l$

$0{,}02l>1{,}02x$

$x<\frac{1}{51}l$

№9

Предположим, что может. Тогда рассмотрим хороший многоугольник и две его параллельные стороны.



Пусть на дуге AB проведено S_1 диагоналей, а на дуге CD S_2.
Тогда общее число сторон $S = S_1 + S_2 + 2 \not\vdots 2 \Rightarrow$ н.у.о. $S_1 \not\vdots 2$, а $S_2 \vdots 2$.
Заметим, что в многоугольнике кол-во вершин равно кол-ву рёбер.

Также заметим, что в каждом „отрезанном" куске нашего многоугольника кол-во вершин $^{+2}$ $\vdots S$, иначе из них не получится составить S-угольник. Просуммируем все вершины в этих частях $\Rightarrow$
$\Rightarrow n-2-S_1-S_2+2(2+S_1+S_2)=n+S \vdots S$?! $\Rightarrow n \vdots S$, где n — кол-во вершин ~~вершин и n и S~~ правильного многоугольника. (n=S ?!)
Пусть m — кол-во многоугольников. Тогда
$mS = n + 2d$, где d — кол-во диагоналей $\Rightarrow d \vdots S$

Продолжение 18.

$\angle ADC = 60^\circ \Rightarrow \angle ABL = \angle LBC = 30^\circ \Rightarrow \angle LCB = 30^\circ$? $\Rightarrow \angle BAC = 30^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BDL = 90^\circ \Rightarrow S = B$, противоречие $\Rightarrow$ Ответ: никаких!

Неизвестно сколько вершин между A и B и C и D.