

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Σ	1	2	3	4	5	6
20	7	7	0	0	0	6
10	7	7	0	0	0	6

Кереева
Сарфалин

N1 Пример: 1567
цифры ~~числа~~ $1+5+6+7=19$

произведение цифр $1 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 30 \cdot 7 = 210$

$19 \cdot 210 = 3990 \Rightarrow$ пример подходит.

Ответ: 1567

N2 предположим, что ~~нет~~ есть числа, которые есть и в множестве A , и в множестве B . В $A \cup B$ все числа различны, значит в $A \cap B$ тоже все различны.
 $S(A)$ и $S(B)$ - сумма чисел в множествах A и B соответственно.

$$S(A) = n^2, S(B) = n^2 \rightarrow S(A) + S(B) = 2n^2$$

но предположительно во множествах есть одинаковые числа, ~~и сумма~~ при различных числах множества различны, следовательно наименьшая сумма $\sqrt{8}$ $A \cup B$
 $S(A) + S(B)$ будет, если в A и B числа от 1 до $2n$.

их сумми $\frac{(1+2n) \cdot 2n}{2} = (1+2n)n = n + 2n^2$, тогда

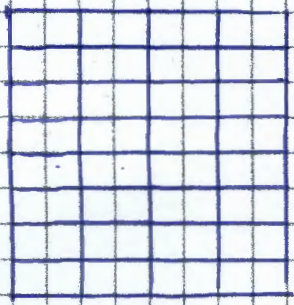
$$\frac{(1+2n) \cdot 2n}{2} = n + 2n^2 > 2n^2 = S(A) + S(B)$$

Значит, сумма чисел должна быть меньше, чем сумма чисел от 1 до $2n$, значит, среди $\sqrt{8}$ $A \cup B$ чисел ~~из~~ из A и B должно какое-то повториться ~~и т.д.~~ т.к. $n + 2n^2$ - наименьшая сумма $\sqrt{8}$ $A \cup B$ различный $2n$ чисел. Ибо сумма стала меньше, ~~и~~ в ~~множествах~~ Противоречие предположению.

Значит, есть число, которое есть и в A , и в B .

N3 Ответ: выигрышную стратегию имеет ~~лима~~ ^{ч.т.д.} Лима (2-й игрок).

Стратегия: подвини ~~строку~~ таблицу 6×6 на приклад. $\sqrt{8}$, как показано на рисунке.



Пусть ~~даже~~ Лима своим ходом будет покрывать сумм из (и никакие другие он не может) этих прямоугольников. $\sqrt{8}$ $A \cup B$ Изогнально прямоугольников $\sqrt{8}$ $A \cup B$

Зн, за ~~каждый~~ ^{один} ход Лима ~~удаляет~~ ^{покрывает} 1, который он уже $\sqrt{8}$ $A \cup B$ не покрывал. Значит, четность кол-ва $\sqrt{8}$ $A \cup B$ прямоугол. $\sqrt{8}$ $A \cup B$ ~~каждый~~ ^{которым можно покрывать} на следующий ход

за ход Лима менее в первый ход. А после?

Рассмотрим ходы Коли. Коля своим ходом может поставить

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

(X - покрывающий - пр-и, которые ^{может покрывать} ^{или не} ^{соединяются} ходом)

крестик либо в пустой прямоугольнике, тогда в нем будет 1 крестик, т.е. чет. кол-во, тогда кол-во прямоугольников, которые

может покрывать линия увеличится на 1, т.е. покрывающих (X)

четность кол-ва $\sqrt{\text{прямоуг-ов}}$ изменится; либо поставит крестик в прямоугол, в котором уже есть крестик, тогда кол-во $\sqrt{\text{прямоуг-ов}}$, в которых сможет покрывать линия, увеличится на 1, т.е. так же

четность кол-ва $\sqrt{\text{пр-ов}}$ изменится. (т.е. \boxed{XX} можно покрывать)

Получается, после каждого хода игроков четность кол-ва $\sqrt{\text{пр-ов}}$ меняется.

Изначально было 32 пр-ка, т.е. четное кол-во. Тогда после хода Коли оно станет нечетным, а после хода Димы - четным.

Заметим, что 0 - четное число, значит, после хода Коли кол-во $\sqrt{\text{прямоугольников}}$ не может быть 0, и тогда Дима сможет сделать ход.

Получается, если Дима всегда имеет ход, он не может проиграть, тогда проигрывает Коля. Значит, ~~Коля~~ стратегия Димы выигрывает.

Димы выигрывает.

п4. p - простое, $p > 3 \Rightarrow p$ - нечетное.

$$y < \frac{p}{2} \Rightarrow y \leq \frac{p-1}{2}$$

при $y = \frac{p-3}{2}$ $py + 1 = \frac{p(p-3)}{2} + 1 = \frac{p^2 - 3p + 2}{2} = \frac{(p-1)(p-2)}{2}$ не целое $py + 1$

условие

расширив условие $y = \frac{p-1}{2}$ и $y = \frac{p-5}{2}$

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

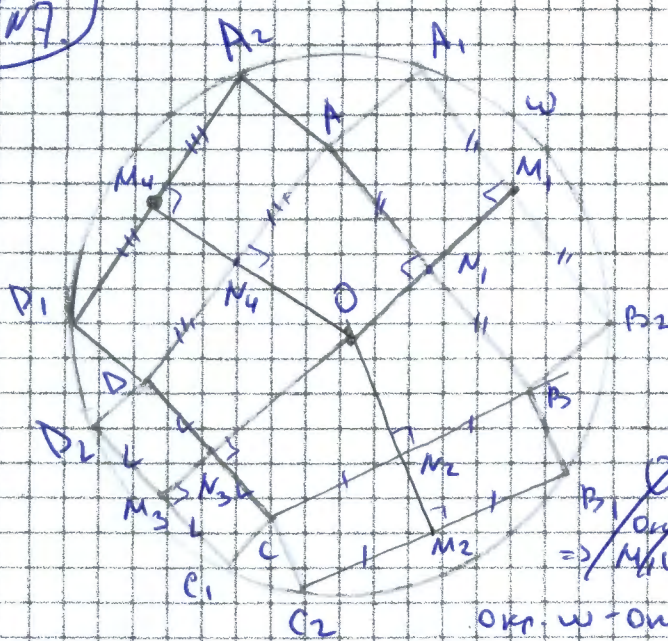
6	7	8	9	10	Σ
7	7	0	0	0	14
7	7	0	0	0	14

слож.
Симметрия

N6 Ответ: да, можно ***1**

Сначала докажем $\cos x \cdot \cos x$, потом $\cos x + (\cos x \cdot \cos x)$
 $\cos \pi = -1, \cos^2 \pi = 1, \Rightarrow \cos^2 \pi + \cos \pi = (-1) + 1 = 0.$

N7.



Дано: ABCD

A_1, B_1, C_1, D_1 ; B_1, C_1, D_1, A_1 ; C_1, D_1, A_1, B_1 ; D_1, A_1, B_1, C_1 - параллелограммы.
 $A_1, B_1, C_1, D_1 \in \text{окр. } \omega$

Доказ-ть: ABCD - ромб.

Доказ-во: ~~окр. ω~~

M_1 - серед. A_1B_1 ; M_2 - серед. B_1C_1 ;
 M_3 - серед. C_1D_1 ; M_4 - серед. D_1A_1 .

O - точка пересек. серед. параллелограмм, т.е. центр ω
 $\Rightarrow M_1O \perp M_2O; M_3O \perp M_4O$ - сред. перпен.

окр. ω - опис. для $D_1, D_2, C_1, C_2, B_1, B_2 \Rightarrow$ сред. перпен. \perp хордам от $A_1, B_2; B_1, C_2; C_1, D_2$ и A_2, D_1 в одной точке O пересекаются.

тогда $M_1O \perp M_2O; M_2O \perp M_3O; M_3O \perp M_4O$ - сред. перпен.
 $M_1O \perp AB = N_1; M_2O \perp BC = N_2; M_3O \perp CD = N_3; M_4O \perp AD = N_4$.

рассм. A_1B_2BA : A_1B_2BA - параллелограмм. $\Rightarrow A_1B_2 \parallel BA, A_1B_2 = AB, B_2B \perp AB$;

$A_1B_2 \perp MN_1 \Rightarrow AB \perp MN_1$
 $A_1B_2 \parallel AB$

$AB \parallel A_1B_2 \Rightarrow MN_1 \parallel M_1B_2 \Rightarrow M_1B_2BN_1$ - параллелограмм. $\Rightarrow MN_1 = M_1B_2$.

$M_1N_1 \perp AB \Rightarrow M_1N_1 \parallel B_2B$
 $B_2B \perp AB$

M_1 - серед. $A_1B_2 \Rightarrow M_1B_2 = \frac{1}{2} A_1B_2 = \frac{1}{2} AB \Rightarrow MN_1 = \frac{1}{2} AB \Rightarrow N_1$ - серед. AB .
 $M_1B_2 = N_1B$

M_1 - серед. $AB_2 \Rightarrow M_1N_1$ - сред. перпен. к AB_2 .
 $M_1N_1 \perp AB_2$

аналогично получаем, что M_2N_2 - сред. перпен. к BC ; M_3N_3 - сред. перпен. к CD ; M_4N_4 - сред. перпен. к AD .

$M_1O; M_2O; M_3O; M_4O$ пересек. в O

$N_1 \in M_1O; N_2 \in M_2O; N_3 \in M_3O; N_4 \in M_4O \Rightarrow M_1O; M_2O; M_3O; M_4O$ пересек. в O

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

№6 Ответ: да, можно.

Шагоча ~~укажем~~ ~~число~~ $\cos x \cdot \cos x$,
тогда $(\cos x \cos x) + \cos x$, и это выражение

будет равно 0.

$\cos \pi = -1, \cos^2 \pi = 1, \cos^2 \pi + \cos \pi = 1 + (-1) = 0.$

(продолжение задачи №7)

$N_1 O$ - перп. к $AB \Rightarrow OA = OB$

$N_2 O$ - перп. к $BC \Rightarrow OB = OC$

$N_3 O$ - перп. к $CD \Rightarrow OD = OC$

$N_4 O$ - перп. к $DA \Rightarrow OD = OA$

$OA = OB = OC = OD \Rightarrow O$ равноуд. от $A; B; C; D \Rightarrow$

\Rightarrow точки $A; B; C; D$ лежат на окр. \mathcal{C} с центром в O и радиусом $AO \Rightarrow$

$\Rightarrow ABCD$ - впис. четырехуг. \mathcal{C} окр. \mathcal{C} .

ч.т.д.

№8 где того, чтобы $*x^2 + *x + *$ имел 2 различных корня он должен быть представлен в виде $a(x-x_1)(x-x_2)$, где $x_1 \neq x_2$.

$a(x-x_1)(x-x_2) = ax^2 + a(-x_1-x_2)x + ax_1x_2$

тогда корни коэф. соответствуют это $a; -a(x_1+x_2); ax_1x_2$ **нельзя!**

Предположим, что для некоторого выбора натуральных $3n$ можно составить натуральные корни n трехзначных.

Заметим, что $a, -a(x_1+x_2)$ и ax_1x_2 - натуральные $\Rightarrow x_1, x_2$ и $-(x_1+x_2)$ так же натуральные

$\Rightarrow x_1, x_2$ одного знака (т.к. $x_1, x_2 > 0$), тогда $|x_1| + |x_2| =$

$= |x_1 + x_2|, x_1 \neq x_2 \Rightarrow |x_1 + x_2| \geq |1+2| = 3, \text{ так как } -(x_1 + x_2) > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 + x_2 < 0, x_1, x_2$ одного знака $\Rightarrow x_1, x_2$ - отриц., тогда при $a \neq 1$

знач $-a(x_1+x_2)$ и ax_1x_2 можно разложить на 2 и 3 множителя соответственно.

рассмотрим число p - простое, применяя. Имеем $3n$ чисел.

если $p = a \cdot x_1 \cdot x_2$, то $x_2 = p, x_1 = a = 1$, т.к. p делится только на 1 и p .

если $p = -a(x_1+x_2)$, то $a = 1, x_1+x_2 = -p$, (т.к. $-(x_1+x_2) \geq 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow -(x_1+x_2) \neq 1 \Rightarrow a = 1$)

так же $p = a$ имеет 3-го.

тогда либо $p = a$, либо p в множителе a , где $a \neq 1$.

если ~~какое~~ некоторое $p = a$, то среди $3n$ чисел число, кратное p ,

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

матрицы. Z (т.е. $a \in \mathbb{R}, p, -a(x_1 + x_2); p, 4$
 $a, x_1, x_2; p$).

тогда матрица Z простых чисел может не найтись Z
если брать или $a = 1$ или 2 (2 простых числа в ~~трех~~ числе a
 $a = 1$)

реш. Ответ: нет, не может.

рассмотрим правильный многоугольник, то, что его могут
разрезать ~~сторона~~ n раз могут быть параллельные стороны в
новом многоугольнике, которые либо из этого были сторонами (оде),
либо обе диагонали, либо одна - диагональ, другая - сторона

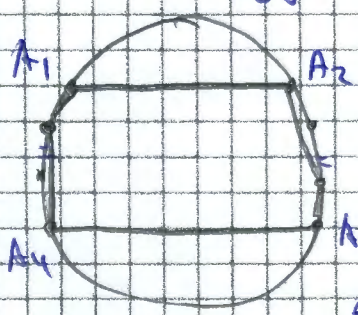
~~1. Если из параллельных сторон n -угольника (правильного),
тогда это противоположные стороны, а $n = 2k$ и $2k+1$ не
являются параллельными сторонами, но тогда n может быть
углом или $k+2$ сторон, но тогда у остальных многоуголь-
ников сторон будет меньше, противоречие условию. такого не
может быть~~

~~2. Если обе диагонали в $2k+1$ стороне~~

~~Решение где n диагональ и диагональ (+ сторона) ^{и стороны} ~~обведены и~~
(будем считать, что сторона - диагональ между сосед. верш.)~~

Опишем вокруг правильного n -угольника окружность (она
прямая, потому может) Тогда диагонали A_1A_2 и

A_4A_5 будут параллельны, если $\sphericalangle A_1A_4 = \sphericalangle A_2A_5$



в n -угольнике стороны равны, значит, стороны
заключают равные углы \Rightarrow между вершинами
 A_1 и A_4 и A_2 и A_5 должно быть равное кол-во
 A_3 сторон.

если соединим A_1 и A_4 и A_2 и A_5 , то 4 стороны, а
должна быть четное кол-во, тогда можно взять еще вершины с
угл $\sphericalangle A_1A_4$ или $\sphericalangle A_2A_5$, придет четное кол-во.

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

пусть между g_1 и g_2 было n точек.
(вспомогательный)
если мы возьмем точки с обеих сторон g_1 , то
с одной придется взять чет. кол-во, а с другой чет., но тогда на
другой останется с одной из сторон чет кол-во, с другой чет.,
и тогда мы не сможем сделать так, чтоб было четное кол-во
сторон (то же самое, что и в первом) в многоугольнике.
если возьмем с одной ~~стороне~~ g_1 (пусть m), то на другой
будет n точек, на другой ~~то~~ $n - m$, в многоу. с одной сторо-
ны $4 + m$ и так же получится перейти к многоу
с четным кол-вом сторон.