

М 10-09

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

1	2	3	4	5		Σ
4	7	7	0	0	Сумма	21
Σ 17	7	7	0	0	Таблица	21

Рассмотрим число 1657

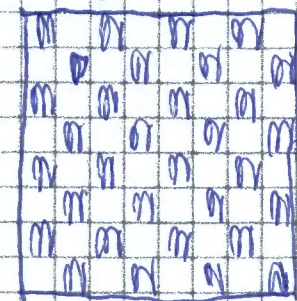
сумма цифр $\rightarrow 1 + 6 + 5 + 7 = 19$

произв. $\rightarrow 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

среднее $\rightarrow 210 \cdot 19 = 3990$

Значит оно подходит
Ответ: 1657

~~Рассмотрим шахматную доску~~



~~Рассмотрим шахматную доску при
номере он подается
Будет белая ходит в белые
клетки пока не закончи-
тся~~

~~Т.к. белая ходит в белые клетки, то
Дима не сможет захватить голубые
где белые клетки так как
нет двух рядом стоящих
белых клеток т.к. белая ходит
только в белые. Значит Дима
будет ходить в голубые
клетки. Заметим, что после
каждого хода Димы или белых~~

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

~~количество незанятых белых клеток
уменьшается ровно на 1, замечаем,
что~~

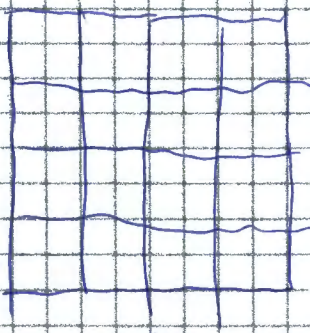
~~Рассмотрим момент, когда Дима
сделал 16 ход, замечаем, что~~

~~Ката до этого момента можно
не проигривать Т.К. после каждого
хода Димы кроме последнего ост.~~

~~Белые клетки. Если до этого хода
проиграли Дима, то все хорошо - побе-
дил Ката по правилу мажорки. Пусть
Дима до этого не проиграл и сейчас
ход Ката и не осталось белых клеток~~

5-3

рис 1




Стрелками смотрим за Димой,
разобьем нашу доску в 8 на
квадраты 2×2 , как на рис 1


Тогда Пусть на первом ход

Ката в какой-либо квадратик
Дима отвечает ходом в этот же квадрат
Т.К. туда
это первый ход Ката в этом квадрате, то

2×2

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

В нем останется 3 свободные клетки,
две из которых можно рядом и сразу, тогда
будет одна выигрывает дамшечку муда
Тогда ходит квадрат 2×2 из выделенных
клеток, после если муда Коя ходит
только одна будет выигрывает как
 с помощью до поворота

Если же Коя ходит в какой-то
квадрат второй раз, то там останется
только одна свободная клетка, а значит
он ходит в нее, и после его хода
дамшечка выигрывает как

с помощью до поворота

И тогда Коя Дима может накрыть
в этом же квадрате два рядом стоящих
крестика

Значит Дима может ответить

на любой ход Коя, а значит не проигрывает,
а т.к. у нее игра кончена в силу ограниченности
полюса, то Дима выигрывает.

Ответ: Дима

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

ЛБЗ

Пусть в первом n -ве числа $a_1, a_2, \dots, a_n = n^2$
во втором n -ве числа $b_1, b_2, \dots, b_n = n^2$

Тогда рассмотрим выражение

$$\sum_{i=1}^n (a_i - b_1) + (a_i - b_2) + \dots + (a_i - b_n) =$$

$$= n \cdot a_i - n \sum_{i=1}^n b_i$$

Заметим, что всего в нем n слагаемых
предположим, что среди них не нашлось
нуля $\neq 0$. Если есть ноль, то $a_i = b_j$, а
значит число $a_i = b_j$ есть в обоих n -вах

Тогда у нас всего n^2 - слагаемых и
никакое из них не ноль, заметим, что

$$|a_i - b_j| < n^2 \text{ т.к. числа натуральные}$$

$$\text{то есть } \leq n^2 \text{ т.к. их сумма } n^2$$

Тогда ~~никакого~~ никакое слагаемое $< n^2$
не дает остаток 0 по модулю n^2 ,

тогда ~~так стало~~ т.к. $n^2 \nmid a_i - b_j < n^2$
 $a_i - b_j \neq 0$

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Тогда по определению Дирихле найдутся
2 сравнимых натуральных т.к. ~~и~~ n^2
чисел a_i остатков $n^2 - 1$, а след. a_j

Пусть $a_i - b_j \equiv a_k - b_m \pmod{n^2}$

Если $i = k$, то $b_j \equiv b_m \pmod{n^2}$ и т.к. все числа
меньше n^2 т.к. n^2 и сумма n^2
 $j \neq m$ и больше n^2
то $b_j = b_m$

Противоречие
т.к. все числа
различны

Если $i \neq k$
 $j \neq m$ то $a_i - a_k \equiv b_j - b_m$

$\sum_{i=1}^n a_i \equiv \sum_{i=1}^n b_i \pmod{n^2}$

Если $i \neq k$
 $j \neq m$ ~~$a_i - a_k \equiv b_j - b_m \pmod{n^2}$~~

$a_i - b_j \equiv a_k - b_m \pmod{n^2}$

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Т.е. $a_i + b_{2n-i} = a_k + b_k$ т.к. ~~оба числа~~

Пусть никакие два числа не равны
Тогда Пусть в м-ке А числа a_1, \dots, a_n
В множестве В числа b_1, \dots, b_n

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = 2n^2 \quad \text{т.к.} \quad \sum_{i=1}^n a_i = n^2 \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^n b_i = n^2$$

Тогда все числа различны и макс.
состав. $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) \geq 1+2+\dots+2n$

т.к. всего $2n$ чисел

$$1+2+\dots+2n \geq \frac{2n(2n+1)}{2} = 2n^2 + n$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = n^2 \geq 2n^2 + n$$

$$\Downarrow$$

$$n \leq 0$$

Противоречие

Значит найдутся 2 равных числа

11.10.09

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

ЛБЧ

Пусть у нас есть число вида $py+1$,
где $1 \leq y \leq \frac{p-1}{2}$ $y \in \mathbb{Z}$

Тогда докажем, что у него-то $y \geq \frac{p}{2}$
чисел найдется простой делитель
больший p

Пусть этот делитель будет q ,

Тогда $\frac{yp+1}{q} < y$ так
т.к.

$$yp+1 < qy \quad \text{т.к.} \quad q \geq p+2$$

$$yp+1 < py+2y \leq \frac{p}{2}y < qy \quad ?$$

\uparrow
 $\frac{p}{2} < y$

Значит куда-то там данной простой делитель
 q не вошел делителем сначала идея

будет меньше y , а значит будет нево
зможно разделить наше число
на два — мы-то каждый y который

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Т.к. данное q только куда-то входит
Рассмотрим разложение каждого числа

$py+1$ на простые множители

Заметим, что для любого простого q
числа вида $py+1$ дают разные
остатки по модулю q .

Пусть $py_1+1 \equiv py_2+1$

$$\begin{aligned} & \Downarrow \\ & py_1 \equiv py_2 \\ & \Downarrow \end{aligned}$$

$$y_1 \equiv y_2 \quad \text{т.к. } (p, q) = 1$$

Противоречие т.к. $y_1 \neq y_2$
 $y_1, y_2 < \frac{p-1}{2}$

ГАОУ ТОДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

6	7	8	9	10	Σ
7	7	4	0	0	18
7	7	4	0	0	18

М10-25

Дед.
Девертов

56

Давайте сначала перепишем $\cos x$ и $\cos^2 x$

Получим на доске числа $\cos^2 x$ и $\cos x$, а

затем числа $\cos^2 x$ и $\cos x$, тогда

получим $\cos^2 x + \cos x$, $\cos x$, $\cos^2 x$

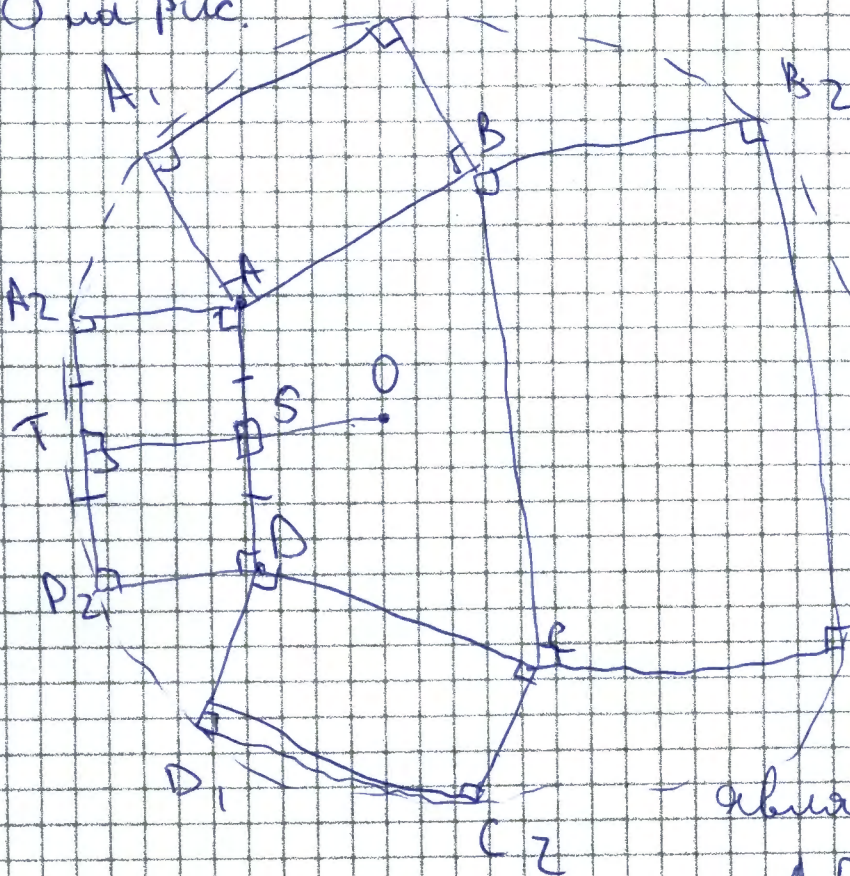
заменим, что $\cos^2 x + \cos x = \cos x (\cos x + 1)$

и при $x = \pi$ $\cos x (\cos x + 1) = 0$ т.к.

$$\cos \pi = -1$$

Ответ: Максимум

Обозначим точки
как на рис.



57

Рассмотрим
окружность
описанную
вокруг $A_1 B_1 C_1 D_1$

Тогда O - ее центр

Тогда O - ее центр
к $A_2 D_2$

т.к. $\square A_2 A D_2$ -
прямоугольник,

то данной сер. пер.

является сер. пер. к

AD т.к. и из-за того,

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

что $AD \perp A_2D_2 \Rightarrow TS \perp AD \perp k, TS \perp A_2D_2$

$AS \perp k, TS \perp A_2A \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle A_2AS = 90^\circ \\ \angle SAA_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \square A_2AS \text{ - прямоугольник}$
 $AS \parallel A_2T = \frac{A_2A_2}{2} = \frac{AD}{2}$

~~Аналогично~~

Значит TS - сев. пер к AD и $O \in TS$

$$AO \parallel OT$$

Аналогично рассуждая $AO = OB$
 $OB = OC$
 $OC = OD$

А значит

$$AO = OB = OC = OD, \text{ а значит}$$

точки A, B, C и D лежат на окр с центром O и радиусом AO

А значит $\square ABCD$ - вписанный

ч.т.д.

ГАСУ ГОДНО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

§ 8

Предположим, что можно
тогда рассмотрим n парных квадратных
уравнений

$$a_1 x^2 + b_1 x + c_1$$

$$a_2 x^2 + b_2 x + c_2$$

⋮

$$a_i x^2 + b_i x + c_i$$

⋮

$$a_n x^2 + b_n x + c_n$$

Пусть корнями парных уравнений
для $a_i x^2 + b_i x + c_i$ будут x_{2i-1} и x_{2i}

Тогда по теореме Виета т.к. у
каждого уравнения имеются две различные
корни, то

$$x_{2i-1} + x_{2i} = \frac{-b_i}{a_i}$$

$$x_{2i} \cdot x_{2i-1} = \frac{c_i}{a_i}$$

Т.к. x_{2i-1} и x_{2i} целые, то $x_{2i-1} + x_{2i}$ и $x_{2i} \cdot x_{2i-1}$ — целое $\Rightarrow b_i : a_i$, а также также $x_{2i} \cdot x_{2i-1}$ — целое

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Соответ. $c_i = a_i$ +15.

Пусть множество машин a_i, b_i и c_i
это 3n последовательных чисел
k k+1 ... k+3n-1

~~Рассмотрим числа от $\lfloor \frac{k+3n-1}{2} \rfloor$ до k+3n-1
включительно~~

~~Заметим, что никакое из этих чисел
не может быть a_i , т.к. Если есть какое-то
число из этих чисел~~

~~Рассмотрим числа от $\lfloor \frac{k+3n-1}{2} \rfloor$~~

~~Рассмотрим числа от k до 2k~~

~~от k+1 до k+2~~

Заметим, что т.к. у нас есть
n чисел a_i , то найдется

$a_i \geq k+n-1$ т.к. числа $a_i < k+n-1$
всего n-1

Тогда рассмотрим доминиру a_i

т.к. $b_i = -a_i (x_{2i-1} + x_{2i})$ в силу того,
то $a_i, b_i, c_i > 0$

$c_i = a_i x_{2i-1} x_{2i}$ $x_{2i-1} \cdot x_{2i} > 0$

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Значим x_{2i} и x_{2i-1} одного знака

А т.к. $x_{2i-1} + x_{2i} = -\frac{b_i}{a_i} < 0$

⇓

$x_{2i-1} < 0$

$x_{2i} < 0$

Тогда т.к. $x_{2i} \neq 0$ и $x_{2i-1} \neq 0$ в силу того

⇓ А так как
⇓ $x_{2i} \neq x_{2i-1}$

что $0 < c_i = a_i x_i x_{i-1}$

$x_{2i} + x_{2i-1} \leq -1 + (-2) = -3$

т.к. они оба отриц.
и различны

⇓

$b_i \geq 3a_i$ Если $a_i \geq k+n-1$
то

⇓

$b_i \geq 3a_i \geq 3k+3n-3$

Но т.к. $b_i \leq k+3n-1$

⇓

$k+3n-1 \geq 3k+3n-3$

⇓

$2 \geq 2k$

$1 \geq k$

$k=1$
Противоречие

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

~~Значит $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 0$~~

~~и причём, если найдётся a_i~~

Значит все a_i это числа от k до $k+n-1$

Рассмотрим тогда $a_i = k+n-1$

Апомогично рассуждая

$$b_i \geq 3a_i = 3k + 3n - 3$$

$$b_i \leq k + 3n - 1$$

$$k + 3n - 1 \geq 3k + 3n - 3$$

$$2k \leq 2$$

$$k \leq 1$$

$$k \in \mathbb{N}$$

Но т.к. $k \in \mathbb{N}$, то

$$k = 1$$

Значит все a_i это числа от 1 до n , а вообще все числа это числа от 1 до $3n$

Заметим, что нет $c_i \geq b_i$ т.к.

$$c_i = a_i \cdot x_{2i} \cdot x_{2i-1}$$

$$b_i = -a_i \cdot (x_{2i-1} + x_{2i})$$

ГАОУ ГО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

~~$C_i - X_{2i} - X_{2i-1} \geq a_i (X_{2i} + X_{2i-1})$~~

~~$a_i (-X_{2i} - X_{2i-1} + X_{2i} + X_{2i-1}) \geq 0$~~

~~$\forall k, a_i \geq 0 \quad \text{и} \quad X_{2i} - X_{2i-1} + X_{2i} + X_{2i-1} \geq 0$~~

~~Рассмотрим $a_i = n-1$
Тогда b_i и c_i это члены $2n-2$ и $3n-3$
в каком-то порядке $\forall k$.~~

~~$4n-4 > 3n$
 \uparrow
 $n > 4$~~

~~Значит, имеем либо множитель~~

Рассмотрим

~~$a_i = n-1$
 $a_j = n-2$
 $a_k = n-3$
одно из них
крайний 3-го
примечанию
русские~~

~~Заметим, что $4n-4 > 3n \Rightarrow n > 4$
 $4n-8 > 3n \Rightarrow n > 8$
 $4n-12 > 3n \Rightarrow n > 12$ } берем $\forall k$~~

Тогда ~~есть~~ ~~крайне~~ a_t , где $t=1$ или $t=5$
или $t=k$

ГАОУ ГОДНО КТОГИРРО
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

~~Тогда b_t и c_t это zax и zax b
коэффициент $корень$ т.к. $4ac > 3b$
соств.~~

$$D = b_t^2 - 4ac, : 9$$

Но корни у данной функции
2 и 3, а значит