

ГАОУТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	0	0	21
7	7	7	0	0	21

Терехова
Самыгин

№1

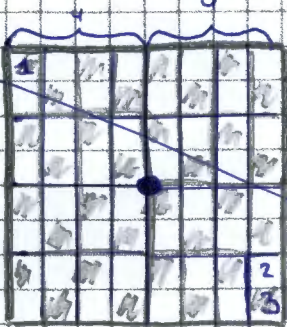
6571

$$(6+5+7+1) \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 = 19 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 = 3990$$

№2

Пусть в мн-е А и мн-е В нет совпадающих элементов. Тогда мн-во чисел А и мн-во чисел В это 2n различных натуральных чисел. Заметим, что наименьшая сумма 2n различных нат. чисел это сумма первых 2n чисел. Сумма первых 2n натуральных чисел равна $\frac{2n(2n+1)}{2} = 2n^2 + 2n$ в то время как сумма чисел из мн-ва А и мн-ва В равна $2n^2$. Заметим, что $2n^2 + 2n > 2n^2 \rightarrow$ не могло быть такого, что элементы мн-ва А и мн-ва В не пересекались. \Rightarrow найдется число, которое принадлежит и А и В. ч.т.д.

№3



Заметим, что если мы покрасим доску 8x8 шахматной раскраской, то одна дощечка будет закрасить и черную и белую клетки, в то время как крестик закрасит или черную или белую клетки.

Разделим каждую доску 8x8 на 2 части 4x4. Так же поделим доску на дощечки 1x2 как показано на рисунке. Тогда, когда кто-то будет закрасивать одну из клеток, то Дима будет закрасивать дощечку, которая содержит симметричную закраской Костей клетку относительно центра доски. (т.е. если Кость закрасит клетку 1, то Дима ~~станит~~ ставит крестик дощечкой на клетки 2 и 3)

ГАУ ТО ДНО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

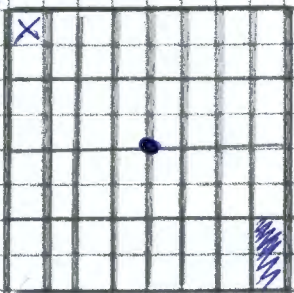
Заметим, что при такой стратегии всегда побеждает Дима.

т.к. если в какой-то момент он не смог сделать симметричный ход, то на симметричном месте уже стоит домишко => до этого

Если Коля сходил так, что на симметричной клетке относительно центра уже стоит домишко

=> образовалась домишкошка с крестиком и котиком (т.к. если стоит симметр домишкошка => он ходит в эту домишкошку до этого хода => когда он сходил в нее еще раз образовалась домишкошка из 2-х крестиков) Значит, Дима выигрывает

№3



Разделим доску 8x8 на домишкошки 1x2 так показано на рисунке.

Пусть Дима будет ставить домишко так, чтоб клетка, закрашенная

Если Коля сходил в какую-то клетку, то Дима ходит (поставит) домишко так, чтоб покрывать клетку симметричную кошке относительно центра доски и не пересекать линии разделения. Если Дима не может поставить такую домишкошку => на какой-то месте она уже стоит => в ту домишкошку, которую сходил Коля, он уже ходил (все разбиение доски на рисунке) => та домишкошка в которую сходил Коля стала состоять из 2-х крестиков => Дима может ее закрыть. Заметим, что при такой стратегии Дима выигрывает, т.к. после хода Коля он всегда может ходить

Ответ: Дима выигрывает стратегию.

№4

Рассмотрим $p+1 = q_1 \cdot \dots \cdot q_n$

1) $n > 2 \Rightarrow p+1 = q_1 \cdot q_2 \cdot s$?
Заметим, что т.к. $p+1 \geq 2 \Rightarrow s < \frac{p}{2}$ (т.к. $q_1 \leq q_2 \leq q_3 \dots$)

=> рассмотрим число $s+1$ т.к. $q_1 \geq 2, a q_2 \neq 1 \Rightarrow s+1 < \frac{p}{2}$. Тогда $(s+1) \cdot p+1 = sp + p+1 = s(p+q_1 \cdot q_2)$

Заметим, что т.к. p - чл, а $q_1 \cdot q_2 - \text{чл} \Rightarrow p+q_1 \cdot q_2 \neq 2$.
Докажем, что $q_1 \cdot q_2 < \frac{1}{3}p$ т.к. $s \neq 1$ и $s \geq 2 \Rightarrow \frac{p+1}{s} = q_1 \cdot q_2 < \frac{p+1}{3} < \frac{p}{2} \Rightarrow p+q_1 \cdot q_2 < \frac{3}{2}p$

=> если $p+q_1 \cdot q_2$ поделить на любой из его делителей, то число станет меньше чем $\frac{3}{2}p$.
 $\frac{3}{2}p - p+q_1 \cdot q_2 \geq \frac{p}{2} \Rightarrow$ т.к. $s < s+1$, то чл

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

6	7	8	9	10	Σ
7	7	7	-	0	18 21 <i>неф</i>
4	7	7	-	0	18 21 <i>Самостоятельно</i>

6 $\cos x \rightarrow \cos^2 x, \cos x \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x, \cos^2 x, \cos x$
 $\frac{\cos^2 x}{\cos x \cdot \cos x}$ *неф* $\frac{\cos^2 \pi + \cos \pi}{(-1)^2 + (-1)} = 0 \Rightarrow$ да, можно
 в уравнении

8 Упорядочим все коэффициенты при a ($b^2 a x^2 + b x + c$)
 $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 \dots > a_n$
 Заметим, что по теореме Виета

$a x^2 + b x + c = 0$
 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a}$ и $\frac{c}{a}$ - должны быть целыми \Rightarrow
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow a < b$ и $a < c$ и $b \neq c \Rightarrow$

Если первое из 3n подряд идущих чисел равно k , то так должны присутствовать числа $2 \cdot a_i$ и $3 \cdot a_i$ (т.к. иначе $\frac{b}{a}$ или $\frac{c}{a}$ будет не целым или $b=c$) $\Rightarrow a_i \leq \frac{3n+k}{3} = n + \frac{k}{3}$, но т.к.

$a_1 > a_2 > \dots > a_n \geq k \Rightarrow a_1$ хотя бы $n+k-1 \Rightarrow$ все

~~критерий~~ ~~возможно~~ ~~только~~ ~~когда~~ $k=1 \Rightarrow$

у нас есть набор из $\{1, \dots, 3n\}$

Рассмотрим теперь несколько случаев b

1) $n=4$

т.к. $a_i \in \mathbb{N}$, $\frac{n-1}{2} = a_k \Rightarrow$ т.к. $b_k : a_k$ и $c_k : a_k$, то

$b_k = \frac{n-1}{2} \cdot t$ Заметим, что для всех $a_i \geq \frac{3}{4}n$
 набор a_i, b_i и c_i определен однозначно
 $c_k = \frac{n-1}{2} \cdot z$ это $a_i, 2 \cdot a_i$ и $3 \cdot a_i$ (в перестановке)

b_k и c_k это $\frac{n-1}{2} \cdot 2, \frac{n-1}{2} \cdot 3, \frac{n-1}{2} \cdot 4, \frac{n-1}{2} \cdot 5, \frac{n-1}{2} \cdot 6$
 т.к. $4 \cdot a_i > 3n \Rightarrow$ рассмотрим варианты

Заметим, что $n-1, 2n-2$ и $3n-3$ не входят т.к. они входят в другой набор $\Rightarrow b_i$ и c_i это $\frac{n-1}{2} \cdot 3$ и $\frac{n-1}{2} \cdot 5$ но т.к. $n-1; 4 \Rightarrow$ рассмотрим число

$\frac{n-1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{n-1}{4} \cdot 3$ рассмотрим набор где $a_i = \frac{n-1}{4} \cdot 3$

b_i и c_i могут быть $\frac{n-1}{4} \cdot 3 \cdot 2, \frac{n-1}{4} \cdot 3 \cdot 3$ и $\frac{n-1}{4} \cdot 3 \cdot 4$

но $3(n-1)$ - входит в набор с $a = n-1 \Rightarrow b_i$ и c_i

могут быть только $\frac{n-1}{4} \cdot 3 \cdot 2$ и $\frac{n-1}{4} \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow$ где

ГАОУ ТО ДПО КТОГИРРО
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

1.2. $n-нч$
 $n-1:4 \Rightarrow n-3:4$

Рассмотрим $a_i = \frac{n-3}{2}$

b_i и c_i ~~еще~~ могут быть $\frac{n-3 \cdot 2}{2}, \frac{n-3 \cdot 4}{2}, \frac{n-3 \cdot 6}{2}, \frac{n-3}{2} \cdot 3, \frac{n-3}{2} \cdot 5$. Заметим, что $n-3, 2n-6$ и $3n-9$

однозначно принадлежат другому набору \Rightarrow

b_i и $c_i = \frac{n-3}{2} \cdot 3$ и $\frac{(n-3) \cdot 5}{2} \Rightarrow$ рассмотрим

$a_k = \frac{n-3}{4} \cdot 3$. b_k и c_k могут быть только

$\frac{(n-3) \cdot 3 \cdot 2}{4}, \frac{(n-3) \cdot 3 \cdot 3}{4}, \frac{(n-3) \cdot 3 \cdot 4}{4}$. Заметим, что

т.к. $n-3 > \frac{3}{4}n$, то $(n-3) \cdot 3$ уже однозн. принад.

другому набору ($a_j = n-3$) $\Rightarrow b_k$ и $c_k = \frac{(n-3) \cdot 3}{4} \cdot 2$ и

$\frac{(n-3) \cdot 3 \cdot 3}{4} \Rightarrow$ мы не сможем создать набор где

$a_i = \frac{n-3}{2} \Rightarrow$ это не возможно

2) $n-чт.$

1) $n-2:4 \Rightarrow$ действуя аналогично как в

первых двух случаях получим, что где $a_i = \frac{n-2}{2}$, b_i и c_i могут быть только $\frac{3(n-2)}{2}$ и

$\frac{5(n-2)}{2}$. Рассмотрим $\frac{3(n-2)}{4}$: Аналогично

никакое из b_k и c_k (где $a_k = \frac{3(n-2)}{4}$) не

может быть равно $\frac{3(n-2) \cdot 4}{4}$, т.к. оно уже принад.

одному из наборов \Rightarrow мы не сможем составить набор где $a_i = \frac{n-2}{2} \Rightarrow$ не возможно.

2) $n:4$ Рассмотрим $a_i = \frac{n}{2}$. b_i и c_i могут

быть $n, \frac{3}{2}n, 2n, \frac{5}{2}n$ и $3n$, заметим, что

$n, 2n$ и $3n$ - гриме. набор $\Rightarrow b_i$ и c_i могут быть только $\frac{3}{2}n$ и $\frac{5}{2}n \Rightarrow$ рассмотрим $a_k = \frac{3}{4}n$. Заметим, что

b_k и c_k могут быть только $\frac{3}{2}n, \frac{9}{4}n, 3n$ т.к.

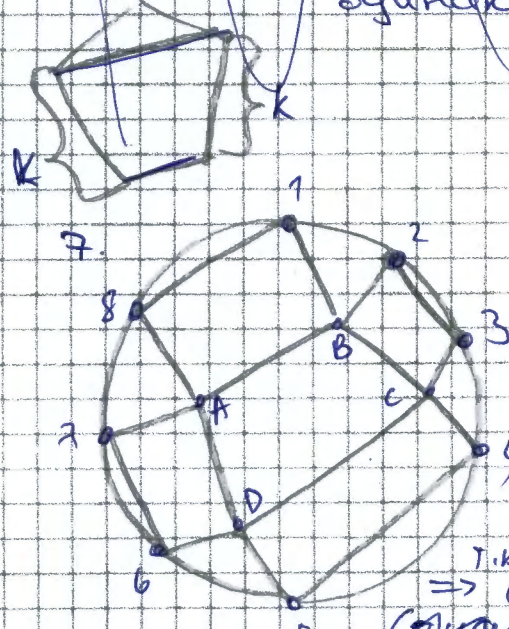
$3n$ уже принадлежит набору $a_n = n \Rightarrow$

b_k и c_k только $\frac{3}{2}n$ и $\frac{9}{4}n \Rightarrow$ мы не сможем

составить набор где $a_i = \frac{n}{2} \Rightarrow$ т.е. это не возможно

ГАОУ ТОДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

9. Заметим, что если у правильного многоуголь-
ни n кон-во вершин, то нет пар параллельных
сторон \Rightarrow при разбиении на многоуголь. могут
быть параллельны только диагонали, но чтоб
диагонали в правильном многоугольнике были
параллельны. Нужно, чтоб между ними было
одинаковое число ребер \Rightarrow если между ними
одинаковое



Далее серединный перпендикул. ^{ооооо} _{как центр.}
Заметим, что если все вершины
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 лежат на окружности
то 12345678 - вписанный восьмиуголь.
 \Rightarrow если проведем середины из сторон
18, 23, 45 и 67, то они пересекутся
в одной точке (центр опис. окр. 12345678)
Если середины из сторон AB, BC, CD
и AD пересекутся в одной точке, то
ABCD - вписанный. Заметим, что
т.к. $\angle BAC, \angle ZCB, \angle 4DC$ и $\angle 67DA$ - прямые.
 \Rightarrow середины из 18 и AB совпадают
(аналогично) \Rightarrow середины из AP, DC, AB и BC это середины
из 67, 45, 18 и 23 и они все пересекаются в
одной точке \Rightarrow (т.е. это центр опис. окр. ABCD)

10. Старую точно можно задать по 3
точкам в п-ти. Заметим, что если мы знаем
только одну или 2 точки, то мы можем задать или
прямую или константу. Не трудно отметить, что до
того как на плоскости окажется 5 точек мы
не сможем точно задать какую то из двух
парабол $f(x)$ или $g(x)$ т.к там не могут
находиться 2 точки из пар $f(x)$ и из пар $g(x)$.
Когда точек становится хотя бы 5, то точно
будут 3 точки, которые принадлежат одной из
функций $f(x)$ или $g(x)$. Построим все возможные
параболы ~~на плоскости~~, которые содержат

ИДООУ ТОДНО КТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

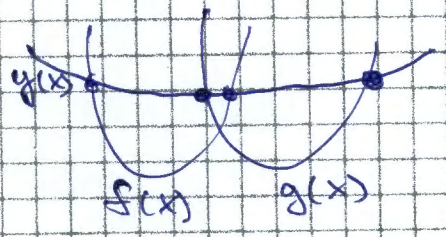
хотя бы 3 из 5 данных точек. Если 4 точки лежат на одной параболе, то это точно парабола одной из пяти функций т.к. если это не она, то она тогда содержит 2 точки принадлеж. $f(x)$ и две точки принадлеж. $g(x)$ (т.к. если бы содержалась бы более 3 точек из какой-то функции, то это была бы нужная функция)

Итак парабол всего 10.

10. Ответ: 10. Параболом можно задать 3-ие точки. Заметим, что пока мы не узнаем хотя бы 5 точек на пяти, то не сможем точно задать хотя бы одну из парабол. (т.к. нет гарантии, что мы узнаем хотя бы 3 точки из одной функции).

=> Построим все параболы, которые содержат хотя бы 3 точки из 5 данных. Если есть совпадающие параболы, то будем считать ее за одну.

Т.к. если параболы не совпадают, то они имеют только 2 общие точки => найдется значение при котором все построенные параболы принимают разные значения. Спросим это значение. Если полученная точка попадет на одну из парабол построенных ранее, то это данная парабола или другая или вида $y(x)$ =>



1) если точка лежит на одной из парабол, то построим все параболы, которые содержат эту точку и хотя бы 2 предыдущих =>

~~Спросим еще раз 4-е значение, при котором все данные параболы принимают различные значения, или спросим точно узнать одну из парабол. Т.к. если точка попадет на другую $y(x)$, то она не равна~~

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

то т.к. эта точка принадлежит
одной из функций и не принадлежит.
той к которой мы построили параболу
то она принадлежит 2-й функции

1) Если точка лежит на одной из парабол.
То ~~давая~~ ~~еще~~ то узнав еще ~~линейными~~ 4
точки мы точно узнаем одну из парабол.
Выберем опять те 4 точки, которые параболы
принимают различные значения. Тогда, если
все три точки не попали ни на одну из парабол,
то эти 4 точки все принадлежат 2-й функции
странице ее и узнаем.
Если хотя бы одна точка принадлежит функции
на которой была 1-я парабола, то это значит нам
первая функция (т.к. функция $y(x)$ содержит все
по 2 точки от каждой функции)
Если не одна точка если хотя бы 2 точки
принадлежат какой-то другой параболы, то это
парабола 1-й функции. Если каждая точка
лежит на какой-то параболы (симметричной от первой)
то тогда на которой не лежит