

Экзамениционная работа по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзамениционная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поле ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

Обер: -0,8

Blank

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕТЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

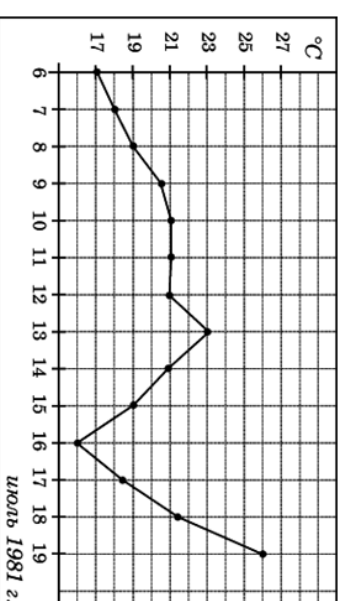
1

Цена на электрический чайник была повышена на 14% и составила 1596 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ: _____

2

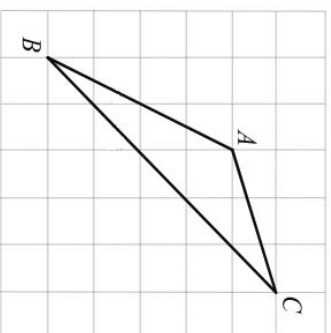
На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C .

Ответ: _____.



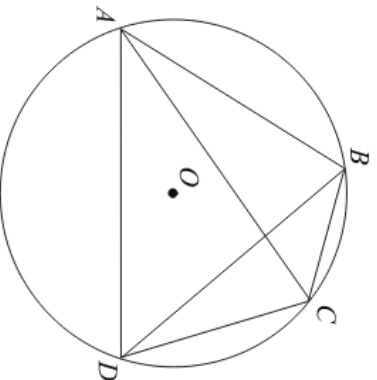
- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 9 из Швейцарии, 7 из Чехии, 8 из Словакии и 11 из Австрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает первым, окажется из Чехии.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\sqrt{-8-9x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

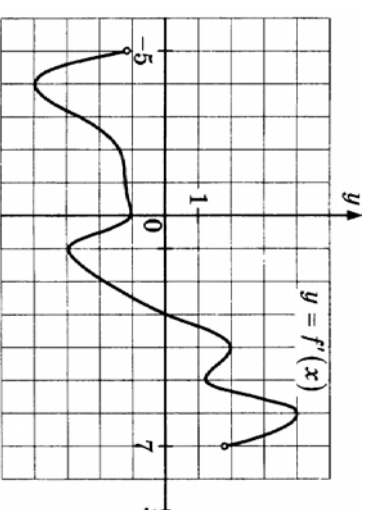
- 6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 56° , угол CAD равен 53° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

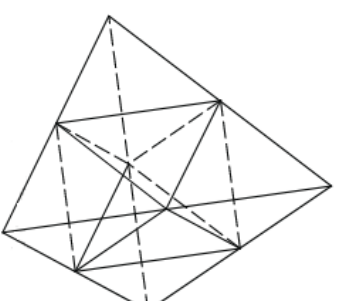
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-3; 5]$.

Ответ: _____.



- 8 Площадь поверхности тетраэдра равна 18. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $5\sqrt{2} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - 5\sqrt{2} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 105 \text{ Ом}$. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление R вычисляется по формуле $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 30 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 11 Даша и Маша пропалывают грядку за 18 минут, а одна Маша — за 54 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = x^2 - 33x + 136 \cdot \ln x + 74$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $4^{\sin x} + 4^{-\sin x} = \frac{5}{2}$.

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

- 14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 6, а боковое ребро равно 10. Точки M и N — середины ребер BB_1 и A_1C_1 соответственно, а точка Q лежит на ребре BC_1 , причём $B_1Q:QC_1 = 1:2$.

- а) Докажите, что прямые AN и MQ лежат в одной плоскости.
б) Найдите угол между плоскостями AMN и ABC .

- 15 Решите неравенство $\log_2((3-x)(x^2+2)) \geq 1 + \log_2(12-x-x^2) - \log_2 x$

- 16 Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC проведена высота CH .

- а) Докажите, что отношение длин окружностей, построенных на отрезках AH и BH соответственно как на диаметрах равно $(\angle CABC)^2$.
б) Пусть точка O_1 — центр окружности диаметра AH , вторично пересекающей отрезок AC в точке P , а точка O_2 — центр окружности с диаметром BH , вторично пересекающей отрезок BC в точке Q . Найдите площадь четырёхугольника O_1PQO_2 , если $AC = 24$, $BC = 7$.

- 17 В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условие его возврата таково:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (т.е. за четыре года) и банку будет выплачено 311 040 рублей?

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(a+x+3)(x^2+a^2-5)}{\sqrt{-4x-x^2}} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

- 19 Квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

- а) Пусть $q = 77$. Найдите все возможные значения p .
б) Пусть $q - p = 12$. Найдите все возможные значения q .
в) Пусть $q + p = 272$. Найдите все возможные корни исходного уравнения.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.