

Экзамениционная работа по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзамениционная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поле ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕТЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

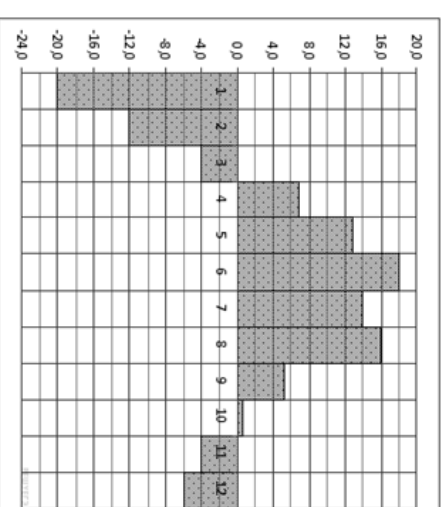
Отметом к заданиям 1–12 является целое или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть I

Рост Джона 6 футов 1 дюйм. Выразите рост Джона в сантиметрах, если 1 фут равен 0,305 м, а 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____

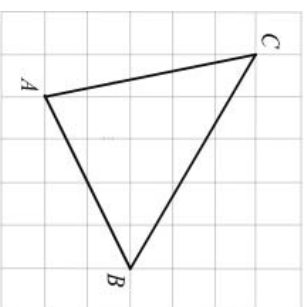
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C .

Ответ: _____.



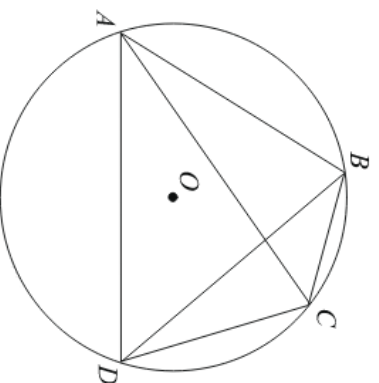
- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 12 сумок из 80 скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\sqrt{-20 - 9x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

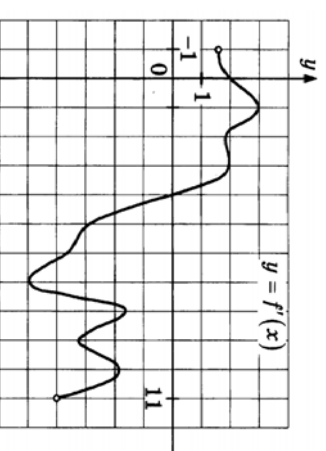
- 6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 62° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



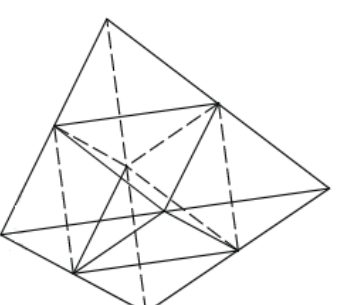
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции, определённой на интервале $(-1; 11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[2; 8]$.

Ответ: _____.



- 8 Площадь поверхности тетраэдра равна 16. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $3\sqrt{3} \cos^2 \frac{11\pi}{12} - 3\sqrt{3} \sin^2 \frac{11\pi}{12}$.

Ответ: _____.

10 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 42$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление R вычисляется по формуле $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не менее 24 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

11 Аня и Тania пропальывают грядку за 5 минут, а одна Тania — за 30 минут. За сколько минут пропальывает грядку одна Аня?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^2 - 27x + 90 \cdot \ln x - 12$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $6\cos^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Радиус основания конуса с вершиной S и центром основания O равен 5, а его высота равна $\sqrt{51}$. Точка M — середина образующей SA конуса, а точки N и B лежат на основании конуса, причём прямая MN параллельна образующей конуса SB .

а) Докажите, что $\angle ANO$ — прямой.

б) Найдите угол между прямой BM и плоскостью основания конуса, если $AB=8$.

15 Решите неравенство $3^{x+3} - 3^{-x} - 9^{-x} \geq 3^x$

16 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $\angle POA = \angle PAO$.

б) Найдите площадь треугольника APQ , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 10, $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 17 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условие его возврата таково:

— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга; — в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составляет 3,4 млн рублей?

(Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся)

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{\cos x - a \sin x} = \sqrt{a \cos x - \sin x}$$

имеет хотя бы один корень на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$.

19 В ящике лежит 76 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 85 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 124 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?

б) Могло ли в ящике оказаться меньше 8 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?

в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.