Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

11 а) Решите уравнение $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$.

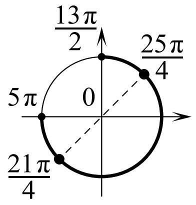
Решение.

а) Преобразуем исходное уравнение:

$$3^{\cos x} \cdot 5^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x};\ 5^{\cos x} = 5^{\sin x};\ \cos x = \sin x;\ \operatorname{tg} x = 1,$$

откуда $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $\frac{21\pi}{4}$; $\frac{25\pi}{4}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{21\pi}{4}$; $\frac{25\pi}{4}$.

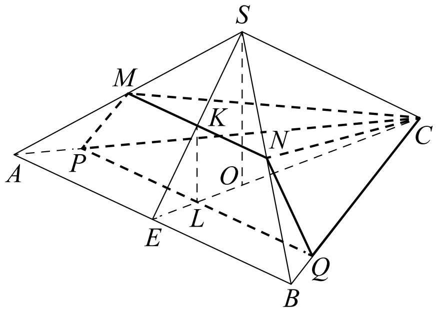
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

12 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 7. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C.

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка C, а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α.

Решение.



а) Прямая MN параллельна плоскости ABC, поэтому сечение пересекает плоскость ABC по прямой PQ, параллельной MN. Рассмотрим плоскость SCE. Пусть K — точка пересечения этой плоскости и прямой MN, L — точка пересечения этой плоскости и прямой PQ, O — центр основания пирамиды. Плоскости SCE и MNQ перпендикулярны плоскости ABC, поэтому прямая KL перпендикулярна плоскости ABC, а значит, параллельна прямой SO. Поскольку MN — средняя линия треугольника ASB, точка K является серединой ES. Значит, L — середина EO. Медиана CE треугольника ABC делится точкой O в отношении $2:1$. Значит, $CL : LE = 5:1$.

б) Прямая CL перпендикулярна KL и PQ. Значит, CL — высота пирамиды $CMNQP$. Эта высота равна $CL = \frac{5CE}{6} = 5\sqrt{3}$. В трапеции $MNQP$ имеем:

$$MN = \frac{AB}{2} = 6,\ PQ = \frac{5AB}{6} = 10,\ KL = \frac{SO}{2} = \frac{\sqrt{SC^2 - CO^2}}{2} = \frac{1}{2}.$$

Значит, площадь трапеции $MNQP$ равна $\frac{MN + PQ}{2} \cdot KL = 4$. Объём пирамиды $CMNQP$ равен $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: б) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2