Всероссийская олимпиада
школьников по астрономии
Региональный этап 2021 г.

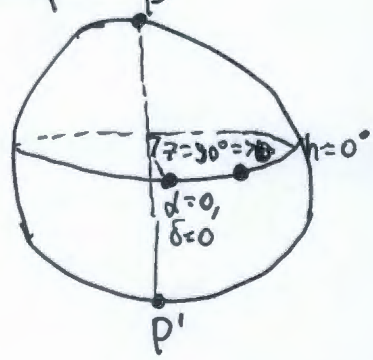
Класс:	11
Задание:	1

1	2	3	4	5	6	Итог
4	5	4	8	7	4	32

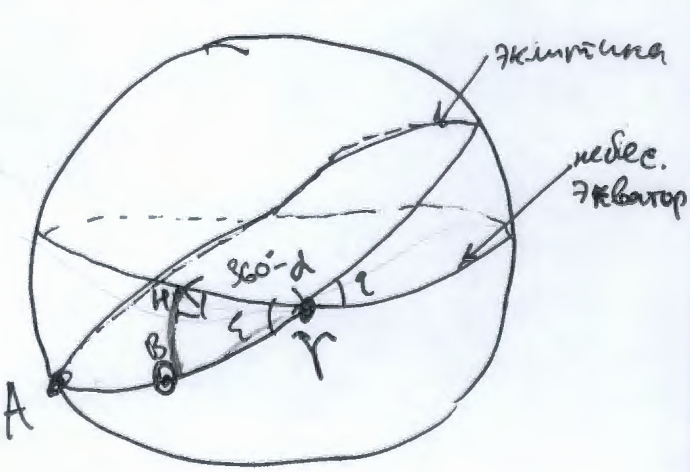
Шифр:	A11-1
Страница:	1

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

Понятно, что светила с координатами $\alpha=0, \delta=0$ на северном и южном полюсе всегда находятся на высоте $h=0°$ над горизонтом. В самом деле, $h_{вк}=90-|\varphi-\delta|$, $\varphi=\pm 90° \Rightarrow h_{вк}=90-|\pm 90°-0|=0°$. $h_{нк}=|\pm 90°+\delta|-90°=0$.
Покажем это так-же на рисунке. На широтах $\varphi=\pm 90°$ Зенит и надир совпадают с полюсами мира:



Теперь вычислим, на каких ещё широтах и долготах такое возможно. Для начала найдём прямое восхождение Солнца в момент на 1 января. Считаем, что после 21 декабря прошло 10 дней. Считаем, что солнце движется равномерно по эклиптике. Эклиптика отклонена от небесного экватора на угол $\varepsilon \approx 23°26'$.



Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Региональный этап 2021 г.

Класс:	11
Задание:	2

Шифр:	А11-1
Страница:	1

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

Будем считать, что Земля движется по круговой орбите. Синодический период объекта Солнечной системы равен $\left|\frac{1}{T_{сид}} - \frac{1}{T_{сид\oplus}}\right| = \frac{1}{T_{син}}$ ($T_{син}$ - син. период, $T_{сид\oplus}$ - сид. период Земли, равный 1 году (тропическому) $T_{сид}$ - сид. период объекта Солн. системы).

Если выражать T в годах, то $\left|\frac{1}{T_{сид}} - 1\right| = 1$. В случае, если объект Солн. сист. внешний (т.е. его орбита (круговая) лежит дальше от Солнца, чем орбита Земли), получаем $1 - \frac{1}{T_{сид}} = 1$. В таком случае: $\frac{1}{T_{сид}} = 0 \Rightarrow T_{сид} \to \infty$. Такого быть не может, т.к. астероид принадлежит Солн. системе и движется по круговой орбите. Тогда возьмём случай, когда радиус орбиты астероида меньше земного. Тогда:

$\frac{1}{T_{сид}} - 1 = 1$. $\frac{1}{T_{сид}} = 2 \Rightarrow T_{сид} = \frac{1}{2}$. По 3 закону Кеплера для объектов Солн. системы: $T_{сид}^2 = a^3 \Rightarrow a = T_{сид}^{\frac{2}{3}}$

a — радиус орбиты

Отсюда $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} = 0,63$ а.е.

Ответ: радиус орбиты астероида равен 0,63 а.е.

5

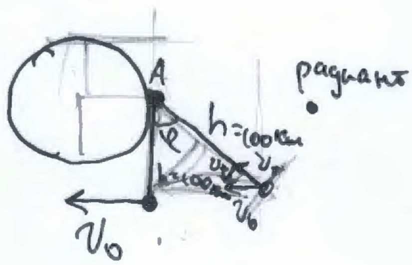
Класс:	11
Задание:	3

Шифр:	А11-1
Страница:	1

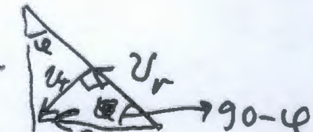
Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

Коль скоро метеорный рой движется по парраболической орбите, его скорость равна $v = \sqrt{2\frac{GM}{a}}$ ($a = 1а.е \approx 150\cdot10^9 м$). Раз рой движется навстречу Земле, скорость метеоров относительно Земли будет равна $v_\oplus + v = v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}} + \sqrt{\frac{2GM}{a}} = (1+\sqrt{2})\sqrt{\frac{GM}{a}} \approx 72\frac{км}{с}$. Нарисуем взаимное положение метеоров и Земли:

2



Мы наблюдаем рой из точки А. В случае с высотой $\varphi = 45°$ метеор имеет тангенциальную $v_т$ и лучевую v_r скорости, причём на небе его угловая скорость равна $\omega = \frac{v_T}{h}$:



Из рисунка видно, что $v_т = v_0 \sin(90-\varphi) = v_0\cos\varphi$

Итого $\omega_1 = \frac{v_0\cos\varphi}{h}$ (на высоте 45°). На высоте над горизонтом у астероида отсутствует лучевая скорость, таким образом, его угловая скорость будет равна $\omega_2 = \frac{v_0}{h}$ $[\frac{рад}{с}]$

$\omega_1 = \frac{72\frac{км}{с}\cdot\cos45°}{100км} = 0,51\frac{рад}{с} = 29,17\frac{°}{с}$ $\omega_2 = \frac{72\frac{км}{с}}{100км} = 0,72\frac{рад}{с} = 41,25\frac{°}{с}$

Ответ: у горизонта $\omega_2 = 41,25\frac{°}{с}$, на высоте 45° $\omega_1 = 29\frac{°}{с}$.

3+1 = 4

Класс:	11
Задание:	4

Шифр:	А11-1
Страница:	1

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

1 Начнём с того, что светимость Солнца, очевидно, равна $1L_\odot$ ($L_\odot$ - светимость Солнца). Светимость звезды по закону Стефана-Больцмана равна $4\pi R^2 \sigma T^4$, T-температура, R-радиус. Тогда $\frac{L_{зв}}{L_\odot} = \left(\frac{R_{зв}}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_{зв}}{T_\odot}\right)^4$; таким образом, светимость звезды №1 равна:

$$\left(\frac{10\,000K}{5800K}\right)^4 \cdot \left(\frac{3R_\odot}{R_\odot}\right)^2 L_\odot = 79{,}53 L_\odot.$$

Для звёзд главной последовательности хорошо выполняется зависимость $\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4$. Тогда масса звезды №1 равна $\sqrt[4]{79{,}53}\, M_\odot \approx 3\, M_\odot$. Средняя плотность равна:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3\, M_\odot}{\frac{4}{3}\pi \cdot (3R_\odot)^3} = \frac{3}{27} \cdot \frac{M_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_\odot^3} = \frac{3}{27}\rho_\odot = \frac{1}{9} \cdot 1410 \frac{кг}{м^3} =$$

$\approx 156{,}67 \frac{кг}{м^3}$ (для звезды №1). Абсолютн. зв. вел. звезды №1 по формуле Погсона:

$$M_{абс1} = M_{абс\odot} + 2{,}5\lg\left(\frac{L_\odot}{L_{зв}}\right) \approx 0{,}05^m$$

Далее найдем параметры Сверхгиганта.

$$\frac{L}{L_\odot} = 100000 = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 => R = \sqrt{10^5 \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^4} \cdot R_\odot =$$

$$= 100 \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \sqrt{10} \cdot R_\odot = 868{,}4\, R_\odot$$

8 8

Средняя плотность $\rho = \frac{12\, M_\odot}{\frac{4}{3}\pi (868{,}4 R_\odot)^3} = \frac{12}{868{,}4^3} \cdot \rho_\odot = 2{,}6 \cdot 10^{-5} \frac{кг}{м^3}$

Класс:	11
Задание:	5

Шифр:	АИ-1
Страница:	1

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

Для начала оценим абсолютную звёздную величину нашей галактики. Она будет равна:

$$M_{гал} = M_\odot + 2{,}5\lg\left(\frac{L_\odot}{L_{гал}}\right) = 4{,}8^m + 2{,}5\lg(10^{-10}) = -20{,}2^m$$

(здесь $M_{гал}$ - абс. зв. вел. галактики, $M_\odot$ - абс. зв. вел. Солнца, $L_\odot$ - светимость Солнца, $L_{гал}$ - светимость галактики).

Оценим предельную звездную величину, которую можно возможно наблюдать в телескоп с данным диаметром:

$$M_{max} = m_{г max} + 2{,}5\lg\frac{D^2_{тел}}{D^2_{глаза}} = 6^m + 5\lg\frac{D_{тел}}{D_{глаза}} = 6^m + 5\lg D^{[мм]}_{тел} - 5\lg D^{[мм]}_{глаз} =$$

$$= 6^m - 5\lg D^{[мм]}_{глаза} + 5\lg D^{[мм]}_{тел}$$, будем считать диаметр глазного зрачка $D_{глаза} = 6$ мм. Тогда получим: $M_{max} = 2{,}11 + 5\lg D_{тел} =$

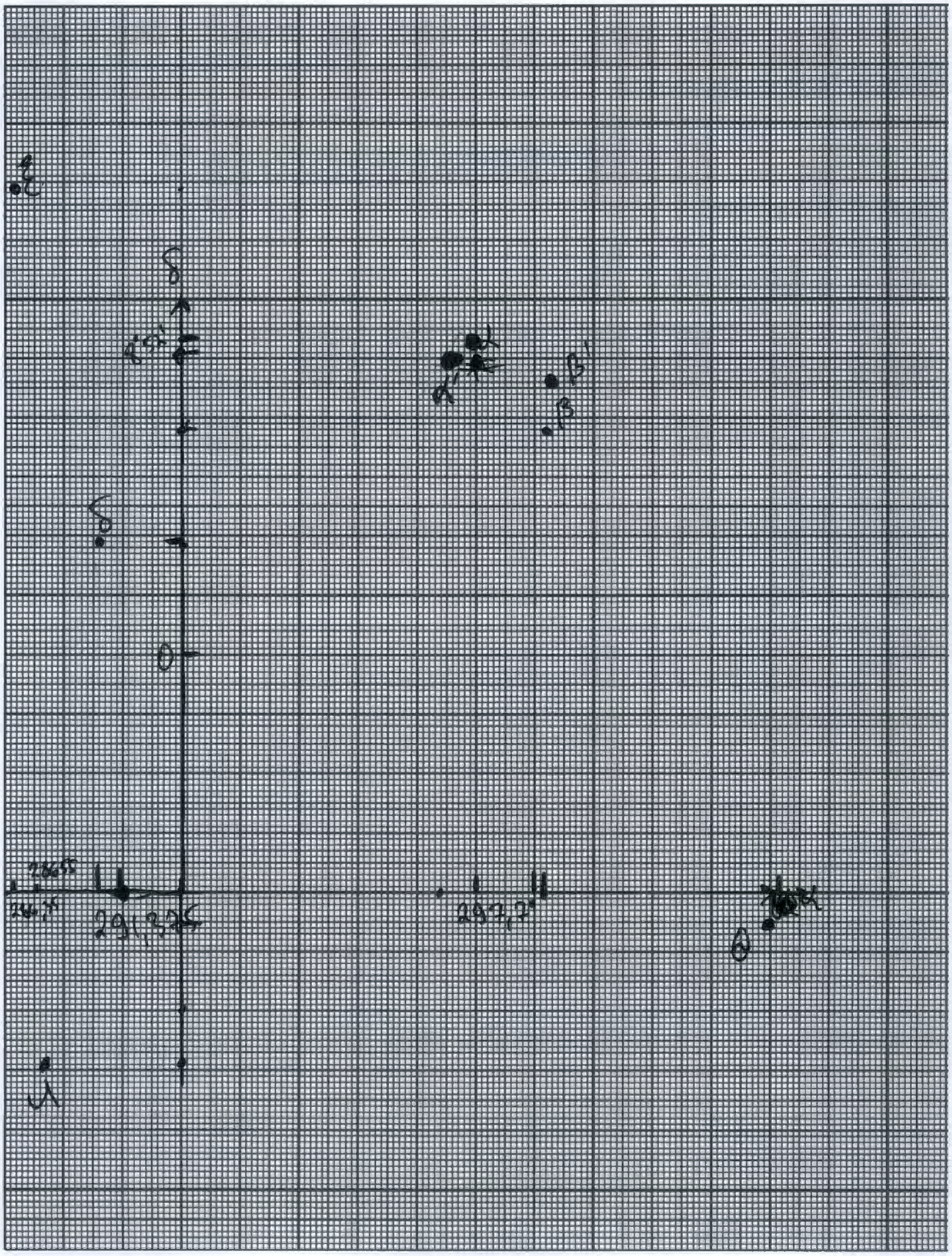
$= 14{,}5^m$. Именно такой звёздной величиной должна обладать галактика, чтобы её можно было увидеть на пределе в наш телескоп. Красное смещ. галактики:

$Z = \frac{v_r}{c} = \frac{Hd}{c}$, где H - пост. Хаббла, d - расстояние до галактики, c - скорость света. У нас освещённость обратно пропорциональна квадрату расстояния, тогда при наблюдении галактики с расстояния d она будет иметь звездную величину

$m = M_{гал} + 2{,}5\lg\frac{d^2}{(10пк)^2}$ m у нас должна быть равна $14{,}5^m$. ~~Тогда~~ Отсюда найдём $\sqrt{10^{\frac{m-M_{гал}}{2{,}5}}} \cdot 10^2 = d$

Класс:			Шифр:	А11-1
Задание:	6		Страница:	1

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.



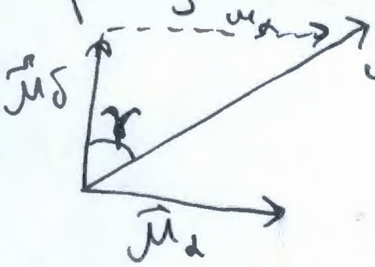
Класс:	11
Задание:	6

Шифр:	A11-1
Страница:	2

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

Пусть у нас есть звезда. ~~Тогда~~

Нарисуем векторы её собственного движения:



μ_δ – движение звезды по склонению

μ_α – движение звезды по прямому восхождению

μ – полное собственное движение звезды

угол между векторами μ_δ и $\mu_\alpha = 90°$ поэтому

$\mu_\delta = \mu_0 \cos\gamma$, $\mu_\alpha = \mu_0 \sin\gamma \cos\delta$ (умножаем на $\cos\delta$, т.к. звезда движется по окружности „отодвинутой" от небесного экватора на угол δ. Таким образом, изменение склонения звезды равно

$$\cancel{\mu_\delta = \mu_0 - \mu_\delta = \mu_0 - \mu\cos\gamma}$$

$$\delta = \delta_0 - \mu_\delta t = \delta_0 - \mu\cos\gamma\, t,$$

$$\Delta\delta = \mu\cos\gamma\, t$$

Здесь $t = 4000$ лет.

Изменение прямого восхождения равно $\alpha = \alpha_0 - \mu_\alpha t = \alpha_0 - \mu_0 \sin\gamma\cos\delta\, t$

Запишем в таблице склонений и прямых восхождений их значения 4000 лет назад

Дополнительный бланк. Заполните все необходимые графы.

Класс:	11
Задание:	6

Шифр:	А 11-1
Страница:	2

Выполняйте решение только на лицевой стороне бланка.
При необходимости Вы можете получить дополнительные страницы для решения.

	Прямое восх 4000 лет назад	Склонение 4000 лет назад
α	19ʰ48'27,85"	~~8°25'57"~~ 8°25'57"
β	19ʰ55'7,69"	6°56'13,75"
δ	19ʰ24'22,1"	3°1'30,5"
ζ	19ʰ5'38"	13°57'51,52"
θ	20ʰ11'7,45"	−0°49'23,93"
λ	19ʰ6ʰ17"	−4°47'3,82"

Считая углы малыми, можно определить угловое расстояние между альфой и бетой Орла 4000 лет назад по теореме Пифагора:

$$\sqrt{(\Delta\alpha)^2+(\Delta\delta)^2}=\Delta X$$

~~$\Delta\delta = 0°32'13,75"$~~

$\Delta\delta \approx 1°29'43,25"$

$\Delta\alpha = 0°6'39,84"$

$\Delta X \approx 1,5°$

Реальные положения отмечены буквами без штриха, положения 4000 лет назад — буквами со штрихом

4 Ди

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Класс: 11
Задание: 1

Шифр: А11-1
Страница: 2

В точке А солнце находилось 21 декабря. Солнце переместилось по эклиптике на угол, равный $\frac{360°}{T} \cdot t_0 = \varphi$ где $T \approx 365{,}25_{сут}$ (1 тропический год), $t = 10$ сут

$\varphi = \frac{360°}{365{,}25} \cdot 10 = 9{,}86°$. В точке В солнце находится 1 января.

Тогда угол $B\gamma = 360° - (270° + 9{,}86°) \approx 80{,}14°$. Дугу BH найдём по сферической теореме косинусов: $\frac{\sin B\gamma}{\sin 90°} = \frac{\sin BH}{\sin \varepsilon}$

Отсюда $BH = \arcsin(\sin B\gamma \sin\varepsilon) = 23°4'$

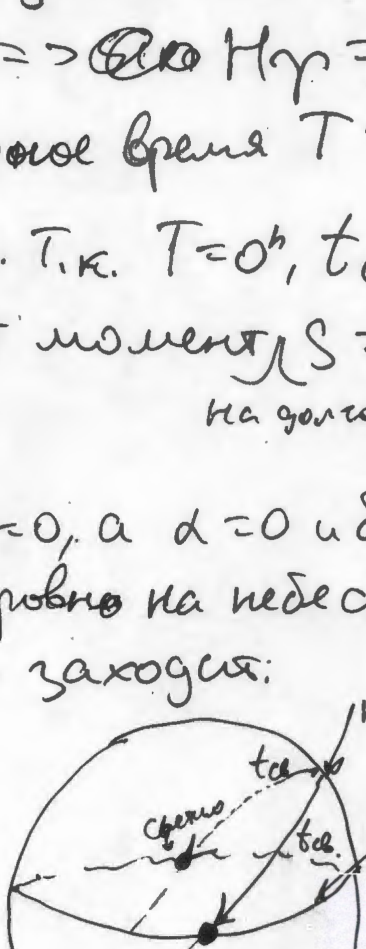
По сферической теореме косинусов найдем дугу $H\gamma$. Это и будет прямым восхождением солнца 1 января.

$\cos B\gamma = \sin BH \sin H\gamma \Leftrightarrow H\gamma = 25°55' = \alpha_\odot$

Среднее Всемирное время $T = t_\odot + 12^h$, где $t_\odot$ - часовой угол Солнца. Т.к. $T = 0^h$, $t_\odot = 12^h$

звездное время на тот момент на долготе 0° $S = t_\odot + \alpha_\odot = 13^h 43' 40''$.

Понятно, что т.к. $h = 0$, а $\alpha = 0$ и $\delta = 0$, то светило расположено ровно на небесном экваторе, и либо восходит, либо заходит:



4ℓ0

14

4

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Класс: 11

Задание: 1

Шифр: А11-1

~~Лист: 3~~

Страница: 3

Таким образом, $t_{св}$ – часовой угол светила, либо равен ~~либо равен~~ 6^h, либо -6^h

Тогда звёздное время на данной долготе равно:

$S_\lambda = \alpha_{св} \pm 6^h$

$S_\lambda = 6^h$ или $S = 18^h$

Отсюда $S - S_\lambda = \Delta\lambda = \Delta S$ $\Delta S_1 = 13^h43'40'' - 6^h =$

$= 7^h43'40'' = \Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda = -\lambda$. Отсюда ~~115,8°~~ $\lambda \approx -116°$

$\Delta S_2 = 18^h - 13^h43'40'' = 4^h16'20''$. $\lambda_2 \approx 64°$ в.д.

Ответ: на широте, равной $\pm 90°$, и на любой широте с долготой 64° в.д или 116° з.д.

4

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО» 625000, г. Тюмень, ул. Советская, 56	Класс: 11 Задание: 4	Шифр: А11-1 Страница: 2

Абсолютная звёздная величина:

$$M = M_{\odot} + 2{,}5\lg\left(\frac{L_{\odot}}{L}\right) = 4{,}8 + 2{,}5\lg\left(\frac{1}{100000}\right) = -7{,}7^m$$

Итоговая таблица:

Хар-ка	Солнце	Звезда №1 (главн. посл.)	Звезда №2 сверхгигант
Масса (в $M_{\odot}$)	1	3	12
Радиус (в $R_{\odot}$)	1	3	868,4
Сред. ρ (в $\frac{кг}{м^3}$)	1410	156,67	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$
Температура (в °К)	5800	10000	3500
$M_{абс}$	$+4{,}8^m$	$0{,}05^m$	$-7{,}7^m$
Светимость (в $L_{\odot}$)	1	79,53	100 000

ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО»
625000, г. Тюмень,
ул. Советская, 56

Класс: 11
Задание: 5

Шифр: АН-1
Страница: 2

$d = 870963590$ пк

$d = \frac{cz}{H}$ $\quad d \approx 871$ Мпк

Отсюда $z = 871 \text{ Мпк} \cdot 68 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}} \Big/ 300\,000 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 0{,}2$

При расстоянии менее 871 Мпк звездная величина галактики была бы меньше $14{,}5^m$, и мы бы также смогли бы наблюдать её в телескоп, т.е. Ответ: при $z \leq 0{,}2$

5+2=7