Подготовка к ЕГЭ базового уровня. Формирование вычислительной культуры

КАФЕДРА ЕМД ТОГИРРО

Формирование вычислительной культуры

№1 (Демонстрационный вариант)

$$(6{,}7 - 3{,}2) \cdot 2{,}4$$

действия с десятичными дробями

или

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 6$$

действия с обыкновенными дробями

Формирование вычислительной культуры

№2 (Демонстрационный вариант)

$$\frac{0{,}24 \cdot 10^6}{0{,}6 \cdot 10^4}$$

действия с десятичными дробями, действия со степенями

или

$$\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5}$$

действия со степенями

Формирование вычислительной культуры

№3 (Демонстрационный вариант) Осуществление расчетов по результатам анализа задачной ситуации

$$20000 - 2000 \cdot 0{,}13$$

№5 (Демонстрационный вариант)

$$(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1) = (2\sqrt{13})^2 - 1$$

Формирование вычислительной культуры

№6 (Демонстрационный вариант) Осуществление расчетов по результатам анализа задачной ситуации

Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

100 рублей : 14 рублей 60 копеек

100 : 14,6

или

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

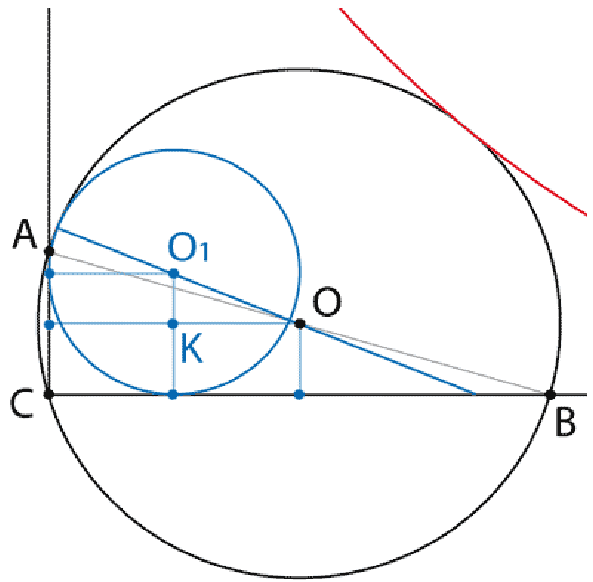
100 – 40 · 1,6

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия

КАФЕДРА ЕМД ТОГИРРО

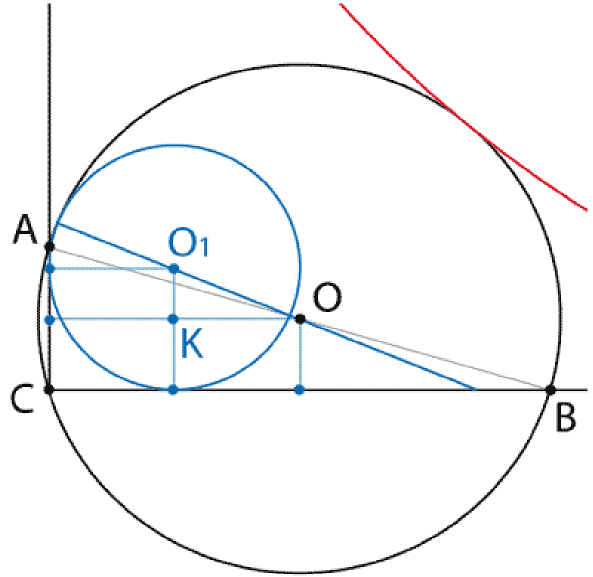
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №3

Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояние 14 и 48. Найти радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S.



Решение

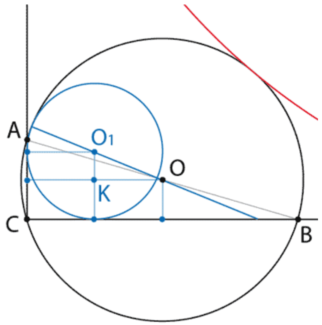
Во-первых, заметим, что тут может быть два случая - вторая окружность может касаться первой как изнутри (синие линии на рисунке), так и снаружи (красная линия).



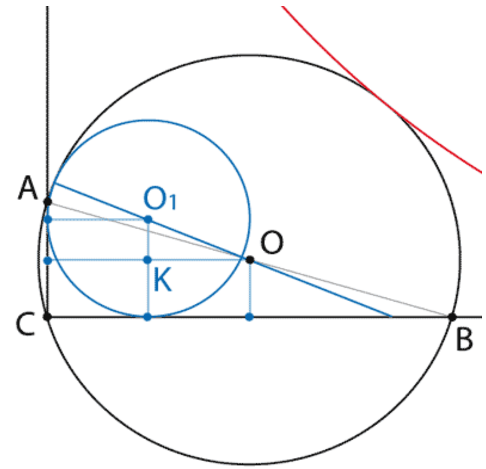
Решение

Итак, AC = 14, BC = 48, угол C - прямой. Значит, AB является диаметром первой окружности, и он равен $\sqrt{(14^2+48^2)}$ = 50. Точка O, являясь центром окружности, делит AB пополам. Значит, перпендикуляры, опущенные из неё к отрезкам AC и BC, тоже делят их пополам.

Пусть O_1 - центр второй окружности, а R - её радиус. Рассмотрим прямоугольный треугольник OKO_1 с гипотенузой OO_1 и катетами, параллельными лучам угла.



Решение

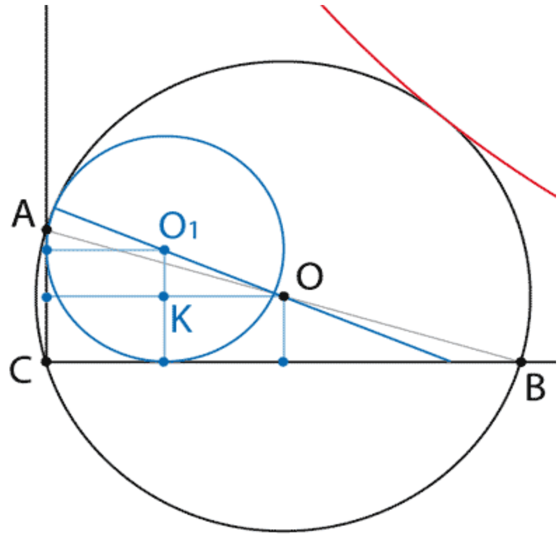


В "синем" случае:
$OK = 24 - R$
$O_1K = R - 7$
$OO_1 = 25 - R$

Пишем теорему Пифагора:
$(24 - R)^2 + (R - 7)^2 = (25 - R)^2$
Решаем, получаем два корня - 0 и 12. Нулевой случай не рассматриваем.

В "красном" случае всё то же самое, только OK = R - 24 и, что самое важное, OO_1 = 25 + R.

И там, решая такое же уравнение, получим второй корень 112.



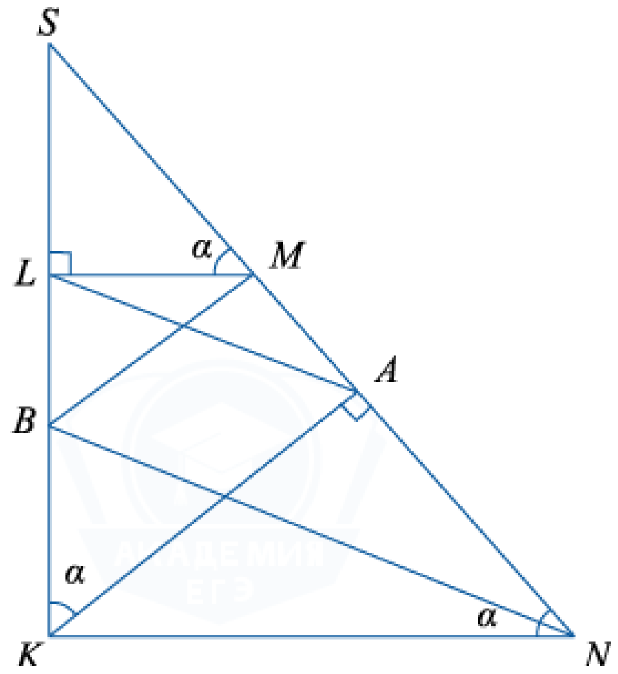
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4

В трапеции KLMN боковая сторона KL перпендикулярна основаниям. Из точки K на сторону MN опустили перпендикуляр KA. На стороне KL отмечена точка B так, что прямые LA и BN параллельны.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите отношение LA:BN если угол LMN равен 150°

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4

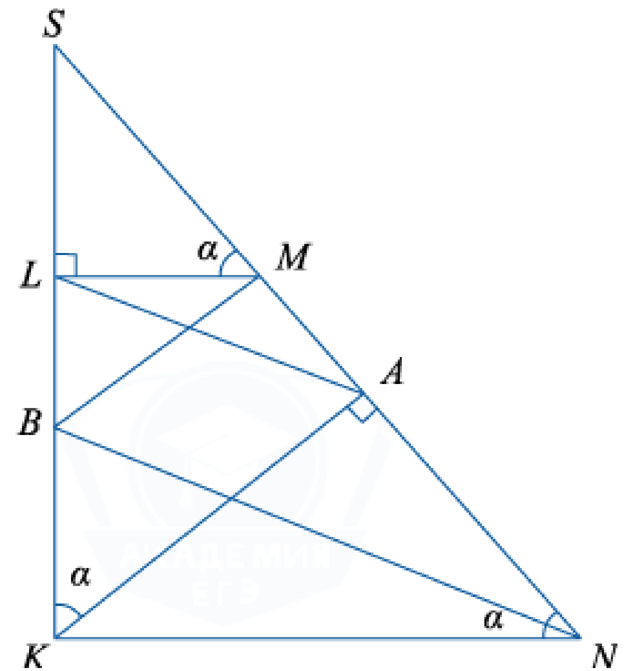


Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4 а)

Пусть ∠SML=α, тогда ∠SKA=∠ANK=α.

Из параллельности прямых LA и BN следует, что треугольники SLA и SBN подобны, значит, верно равенство

$$\frac{SL}{SB} = \frac{SA}{SN}.$$

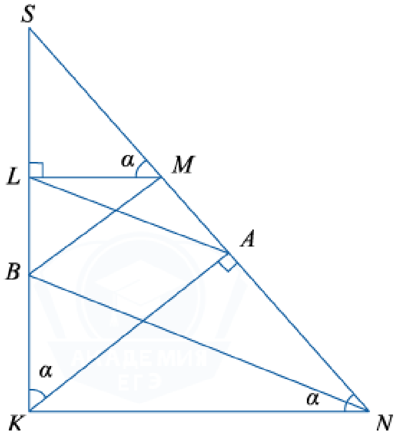


В прямоугольном треугольнике SLM,

$$\frac{SL}{SM} = \sin\alpha,$$

откуда SM = $\frac{SL}{\sin\alpha}$.

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4 а)



В прямоугольном треугольнике SAK,

$$\frac{SA}{SK} = \sin\alpha,$$

В прямоугольном треугольнике SKN,

$$\frac{SK}{SN} = \sin\alpha,\ SK = SN\sin\alpha.$$

Перемножая почленно равенства $\frac{SA}{SK} = \sin\alpha$ и $\frac{SK}{SN} = \sin\alpha$,

получим:

$$\frac{SA}{SN} = \sin^2\alpha,\ SA = SN\sin^2\alpha$$

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4 а)

Учитывая, что

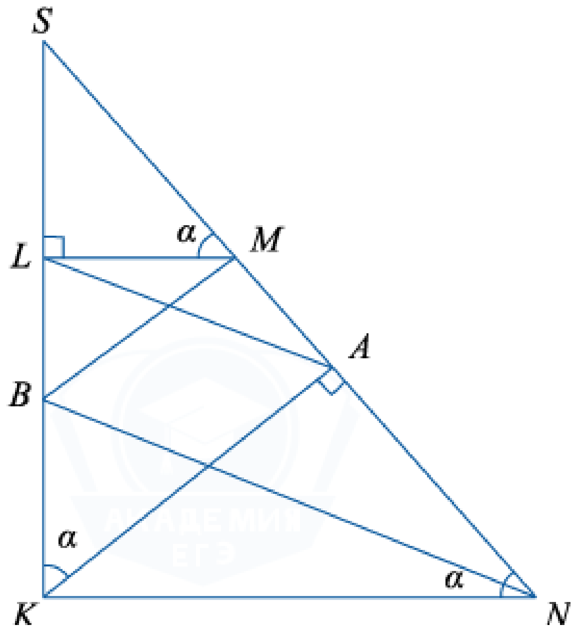
$$\frac{SL}{SB} = \frac{SA}{SN},$$

имеем

$$\frac{SL}{SB} = sin^2\alpha,$$

откуда

$$SB = \frac{SL}{sin^2\alpha}$$



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4 а)

Тогда

$$\frac{SB}{SK} = \frac{SL}{\sin^2\alpha \cdot SN \cdot \sin\alpha} = \frac{SL}{\sin^3\alpha \cdot SN}$$

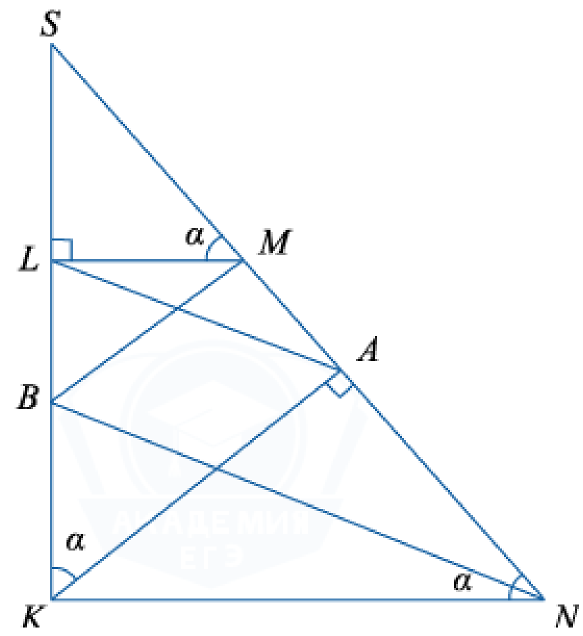
$$\frac{SM}{SA} = \frac{SL}{\sin^2\alpha \cdot SN \cdot \sin\alpha} = \frac{SL}{\sin^3\alpha \cdot SN}.$$

Первые части равенства верны, следовательно

$$\frac{SB}{SK} = \frac{SM}{SA},$$

Значит прямые BM и KA параллельны,

а BM и NM перпендикулярны.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №4 б)

б) В силу подобия треугольников SLA и SBN,

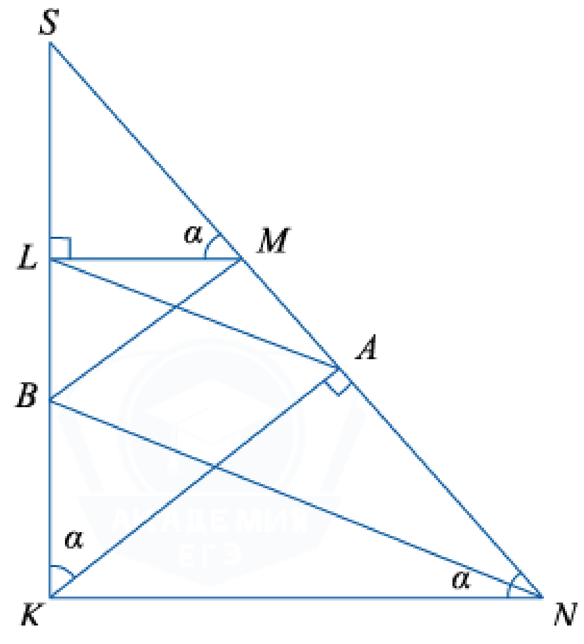
$$\frac{LA}{BN} = \frac{SL}{SB}.$$

Как показано в пункте а) $\frac{SL}{SB} = sin^2\alpha$.

По условию $\angle LMN = 150°$, $\angle LMN + \alpha = 180°$,

следовательно $\alpha = 30°$,

$$\frac{SL}{SB} = sin^2\alpha = sin^2 30° = \frac{1}{4}.$$



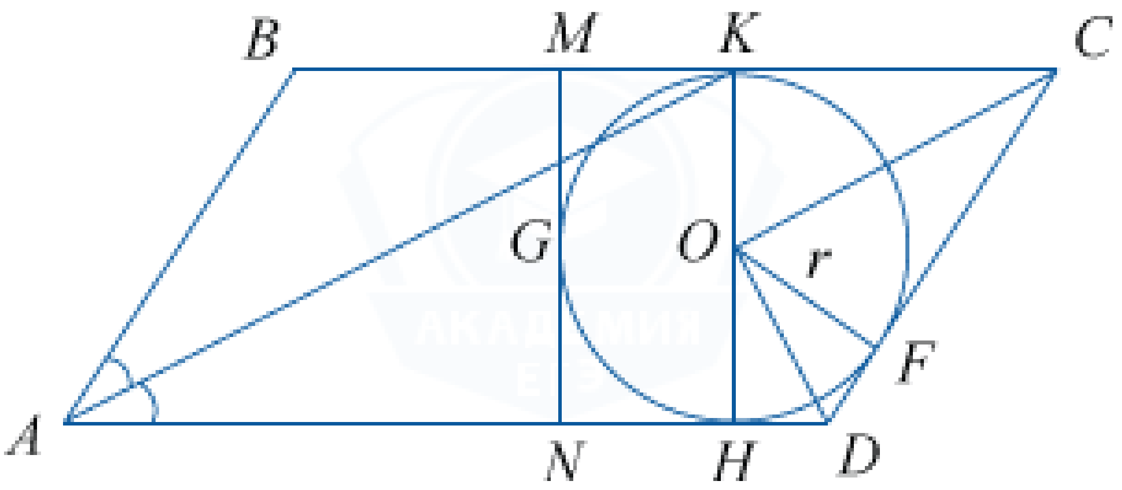
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

Биссектриса острого угла параллелограмма пересекает его сторону в точке K. Окружность радиусом 3 проходит через точку пересечения диагоналей и касается трёх сторон параллелограмма, причём K — одна из точек касания.

а) Докажите, что треугольник ABK равнобедренный.

б) Найдите площадь параллелограмма.

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

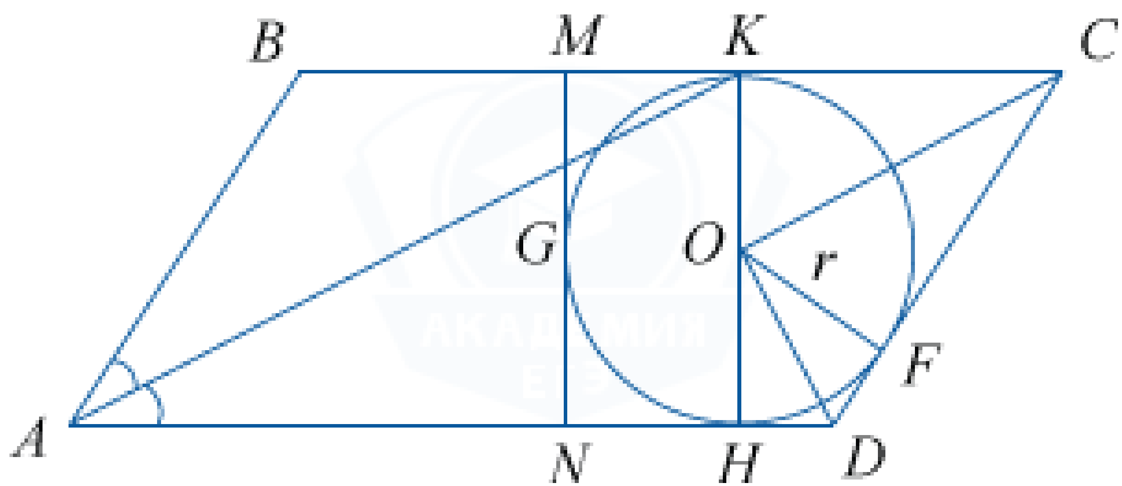


Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

а) По условию ∟BAK = ∟KAD,

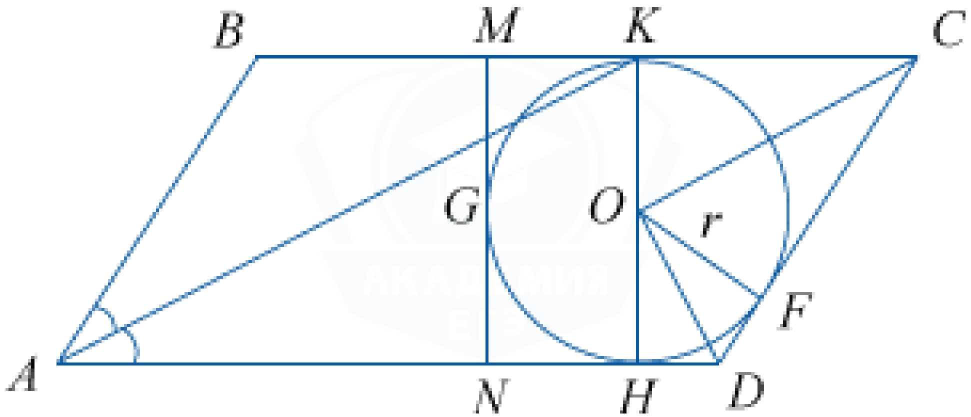
∟KAD = ∟AKB как накрест лежащие при BC ∥ AD и секущей AK.

Следовательно ∟BAK = ∟AKB и ΔABK равнобедренный.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

б) Пусть CF = x, FD = y, радиус окружности r,



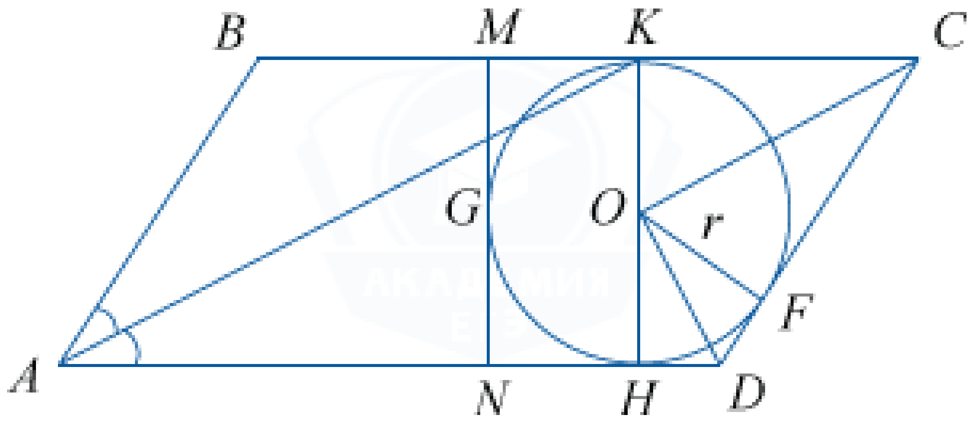
тогда, учитывая, что отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны и ΔABK – равнобедренный, найдем AD = 2x + y,

поэтому площадь параллелограмма равна

$$S = 2r(2x+y) = 6(2x+y).$$

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

С другой стороны площадь параллелограмма равна удвоенной площади прямоугольной трапеции CDNM,



так как точка G – точка пересечения диагоналей, поэтому

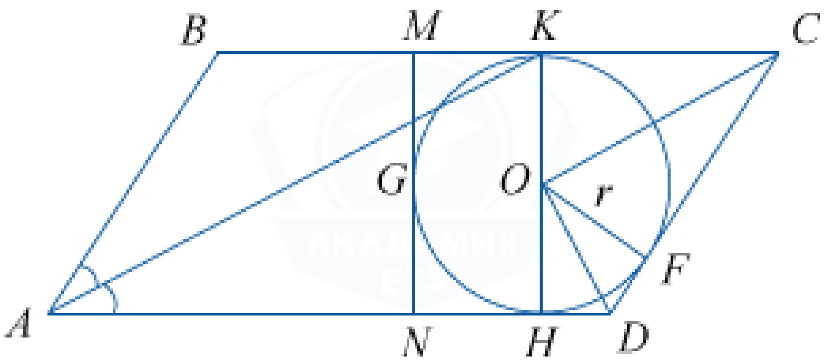
$$S = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot P_{CDNM}\cdot r = (4r + 2x + 2y)\cdot r = 2r\,(2r + x + y) = 6(6 + x + y).$$

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

Приравнивая площади, получим уравнение

$$2x + y = 6 + x + y, \text{ откуда } x = 6.$$

∟COD = 90° как угол, образованный двумя биссектрисами смежных углов.



Из ΔCOD, $OF^2 = CF \cdot FD$, $r^2 = xy$,

отсюда $y = \frac{r^2}{x} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №5

Теперь найдем площадь параллелограмма ABCD, воспользовавшись одной из формул

$$S = 6(2x + y) = 6(2\cdot 6 + \frac{3}{2}) = 81.$$