Подготовка к ЕГЭ базового и профильного уровня. Формирование компетенции решения текстовых задач

КАФЕДРА ЕМД ТОГИРРО

Формирование компетенции решения текстовых задач. Базовый уровень

№3. Демонстрационный вариант

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы **не сдавали** экзамен по физике?

Формирование компетенции решения текстовых задач.
Базовый уровень

№6. Демонстрационный вариант

Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови.

Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

ИЛИ

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Формирование компетенции решения текстовых задач. Базовый уровень

№10. Демонстрационный вариант

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

ИЛИ

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Формирование компетенции решения текстовых задач. *Профильный уровень*

№1 (Демонстрационный вариант)

Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут (время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

№4 (Демонстрационный вариант)

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Формирование компетенции решения текстовых задач. Профильный уровень

№11 (Демонстрационный вариант)

Весной катер идет против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идет против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Формирование компетенции решения текстовых задач. Профильный уровень

Решение: Пусть x (км/ч) – собственная скорость катера, y (км/ч) – скорость течения реки весной. Тогда летом она составит y – 1 (км/ч);

x > y > 1. Составим таблицу по данным задачи:

	Весна	Лето
По течению	x + y	x + y - 1
Против течения	x - y	x – y + 1

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{3} \\ \frac{x+y-1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия

КАФЕДРА ЕМД ТОГИРРО

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

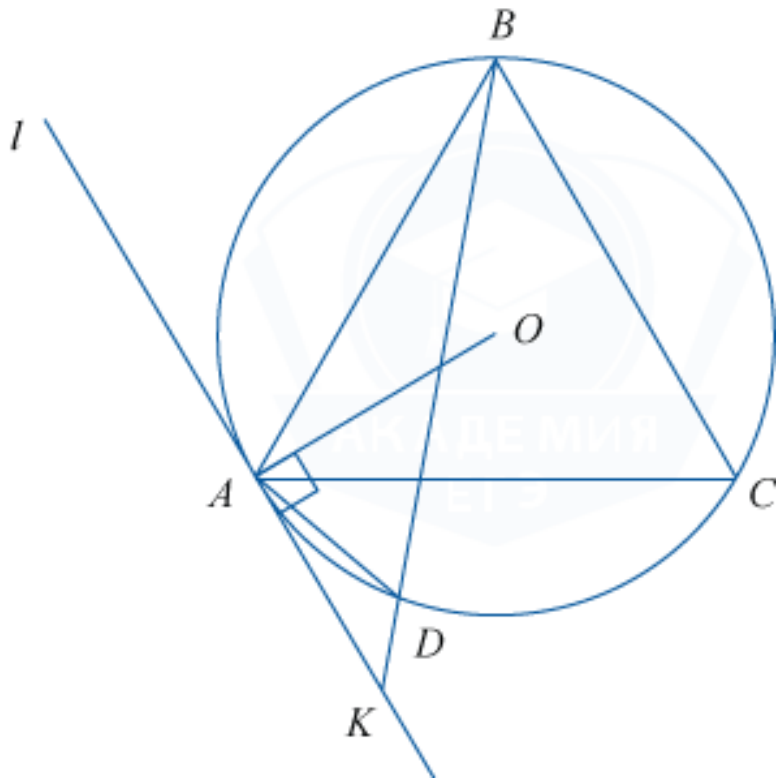
Задан треугольник ABC, каждая сторона которого равна 2.

За пределами треугольника дана точка D так, что ∟ADC = 120°. Прямая l проходит через точку A и перпендикулярна отрезку, проведённому в A из точки пересечения высот ΔABC. K — точка пересечения прямых l и BD. Длина отрезка AK равна 1.

а) Докажите, что BK·DK=1.

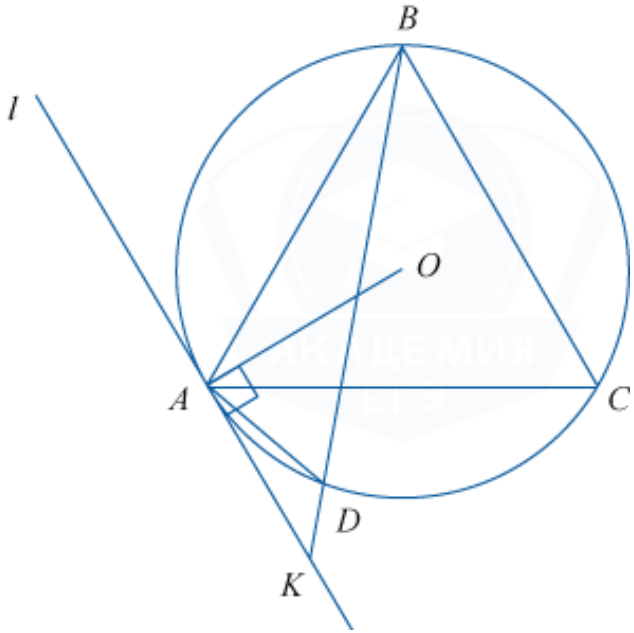
б) Найдите длину отрезка AD.

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

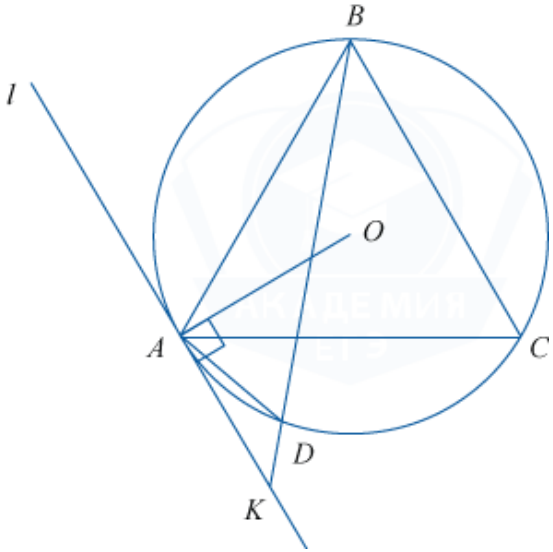
1. Опишем окружность около треугольника ADC. Так как ∠ADC=120°, то он опирается на дугу этой окружности, градусная мера которой равна 240°.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

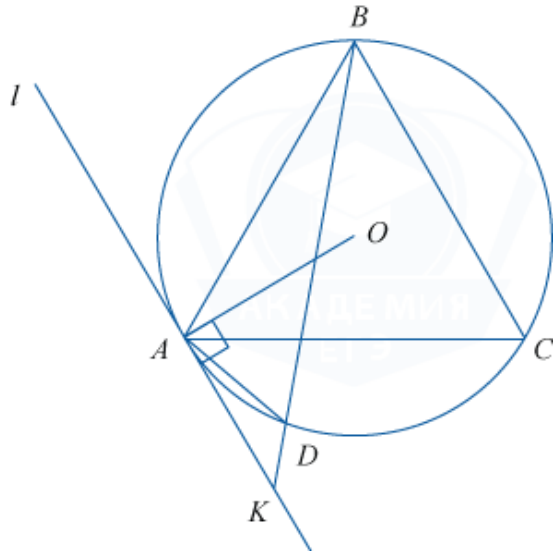
Пусть точка M является серединой этой дуги, тогда все дуги AC, AM и CM имеют градусную меру 120°.

Поэтому треугольник AMC является равносторонним, длина каждой его стороны равна длине AC. Значит, точка M совпадает с точкой B треугольника ABC.



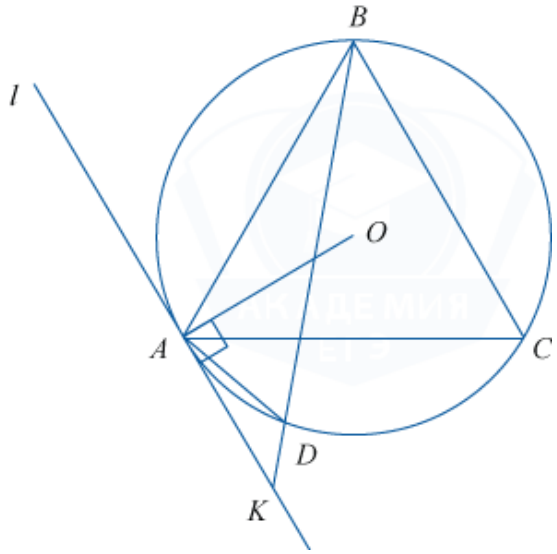
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

Получаем, что указанная окружность описана около треугольника ABC. Её центр O является точкой пересечения биссектрис (высот и медиан). Поэтому отрезок, проведённый из точки A к точке пересечения высот треугольника совпадает с отрезком AO, где AO — радиус описанной окружности. По условию l ⊥ OA.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

Так как l ⊥ AO, то l перпендикулярна радиусу, поэтому l является касательной к окружности. По свойству касательной и секущей, проведённых к окружности из одной точки K получаем: AK^2= KB·KD. Но AK=1,значит 1 = KB·KD. Что и требовалось доказать.



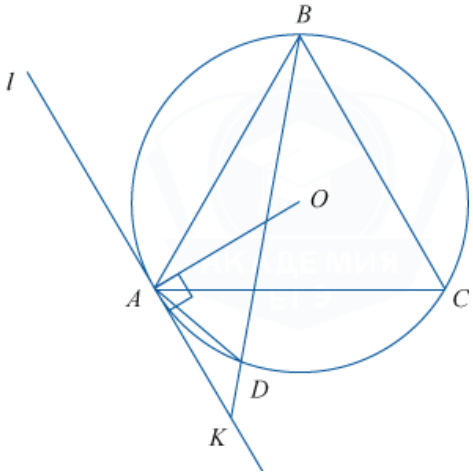
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

б)

1. На рисунке ∠KAB=∠KAO+∠OAB. ∠KAO=90° по условию,

∠OAB = $\frac{1}{2}$ ∠CAB, так как AO — биссектриса ∠CAB.

Но ∠CAB=60°, значит, ∠OAB=30°, а ∠KAB = 90°+30° = 120°.



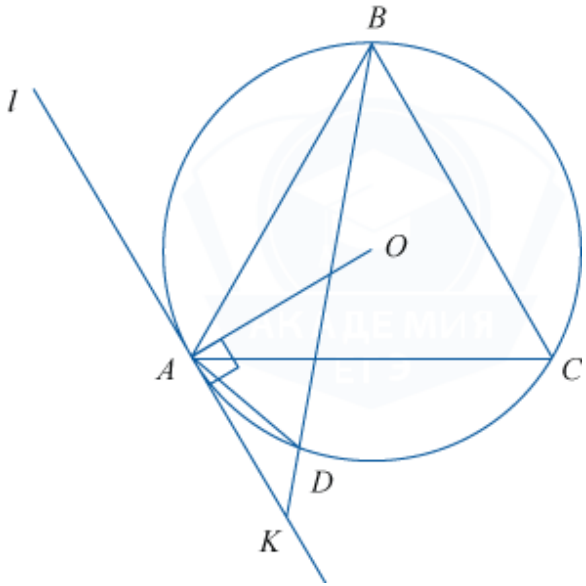
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

2. По теореме косинусов для △ABK получаем:

$BK^2 = AB^2 + AK^2 - 2AB \cdot AK \cdot \cos 120° =$

$= 4 + 1 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \left(-\frac{1}{2}\right) = 7,$

$BK = \sqrt{7}.$



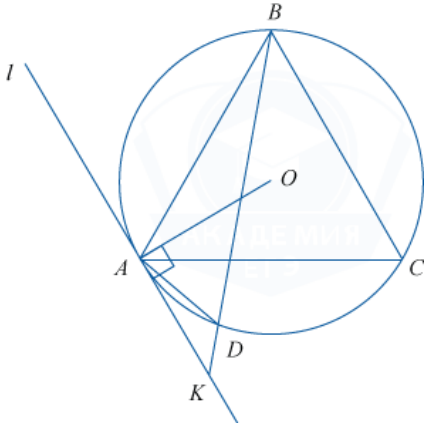
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

В пункте **а)** установлено, что BK·KD=1,

поэтому KD = $\frac{1}{BK} = \frac{1}{\sqrt{7}}$.

Отсюда BD = BK – KD = $\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{6}{\sqrt{7}}$.

Заметим, что ∟ADB = $\frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$ (с применением теоремы о вписанном угле).



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

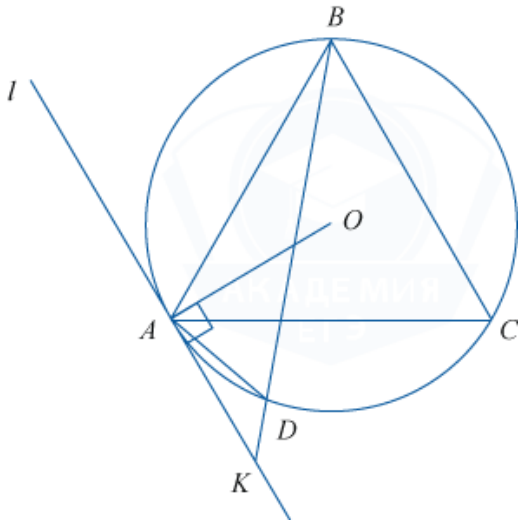
3. Обозначим AD = x.

По теореме косинусов для треугольника ADB получаем:

$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2 \cdot AD \cdot BD \cdot \cos \angle ADB$,

$4 = x^2 + \frac{36}{7} - 2 \cdot x \cdot \frac{6}{\sqrt{7}} \cdot \cos 60°$,

$4 = x^2 + \frac{36}{7} - 2 \cdot x \cdot \frac{6}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2}$,



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

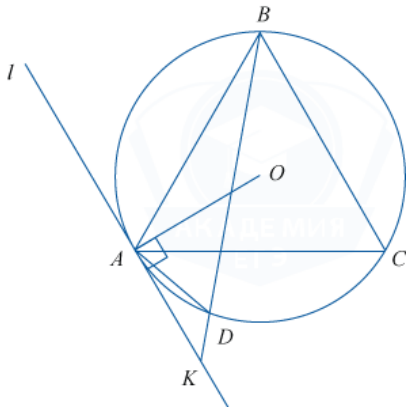
$x^2 - \frac{6}{\sqrt{7}}x + \frac{8}{7} = 0.$

По теореме Виета

$$x_1 = \frac{2}{\sqrt{7}},\ x_2 = \frac{4}{\sqrt{7}}.$$

По свойству треугольника DK + AK $>$ AD, поэтому $\frac{1}{\sqrt{7}} + 1 >$ AD.

Если



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №6

AD = $\frac{4}{\sqrt{7}}$, то должно выполняться

$\frac{1}{\sqrt{7}} + 1 > \frac{4}{\sqrt{7}}$, что не верно.

Следовательно AD = $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия

КАФЕДРА ЕМД ТОГИРРО

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.

Задача №1

Дана правильная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$, M и N середины ребер AB и BC соответственно, точка K – середина $\mathrm{M}N$.

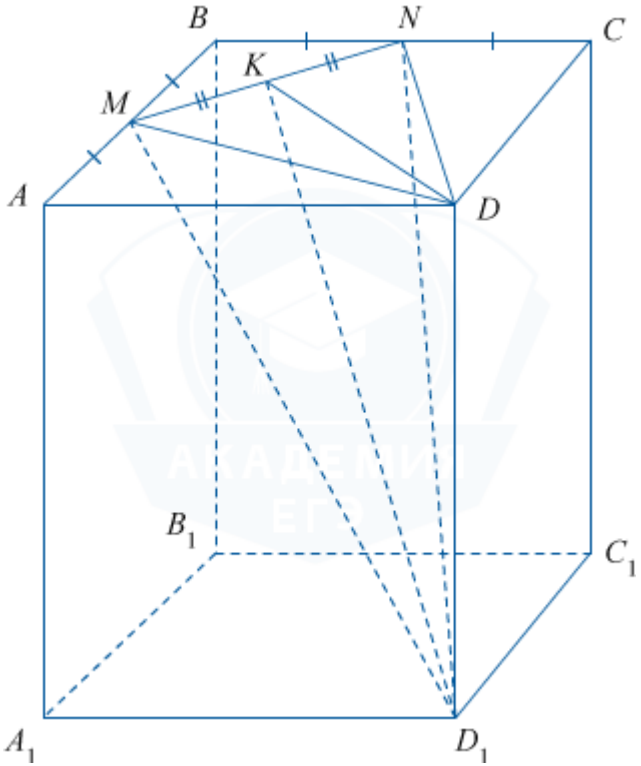
а) Докажите, что прямые KD_1 и $\mathrm{M}N$ перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями MND_1 и ABC,

если $AB = 8$, $AA_1 = 6\sqrt{2}$

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.

Задача №1



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.

Задача №1

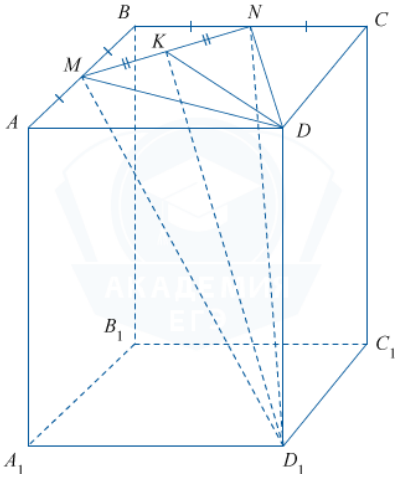
а) В ΔDCN и ΔMAD имеем: $\angle C = \angle A = 90°$, CN = AM = $\frac{1}{2}$AB, CD = DA.

Отсюда $\Delta DCN = \Delta MAD$ по двум катетам.

Тогда MD = DN, ΔDMN – равнобедренный. Значит, медиана DК является также высотой. Следовательно DК $\perp$ MN.

$DD_1 \perp MND$ по условию, D_1K – наклонная, KD – проекция, DК $\perp$ MN.

Отсюда по теореме о трех перпендикулярах M$N \perp D_1K$.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №1

б) Как было показано в а), DK ⊥ MN и MN ⊥ D_1K,

но MN – линия пересечения плоскостей MND_1 и ABC,

Значит ∟DKD_1- линейный угол двугранного угла между плоскостями MND_1 и ABC.

В ΔDAM по теореме Пифагора

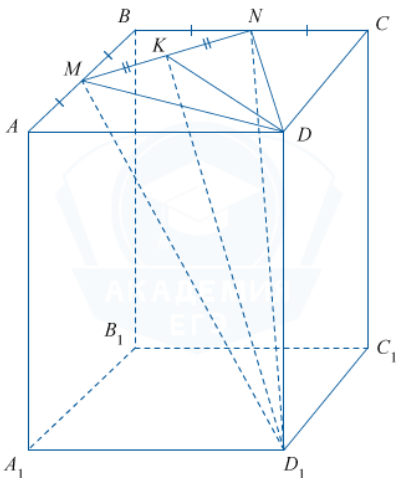
DM = $\sqrt{DA^2 + AM^2}$ = $\sqrt{64 + 16}$ = $4\sqrt{5}$,

В ΔMBN по теореме Пифагора

MN = $\sqrt{\mathrm{MB}^2 + BN^2}$ = $\sqrt{16 + 16}$ = $4\sqrt{2}$.

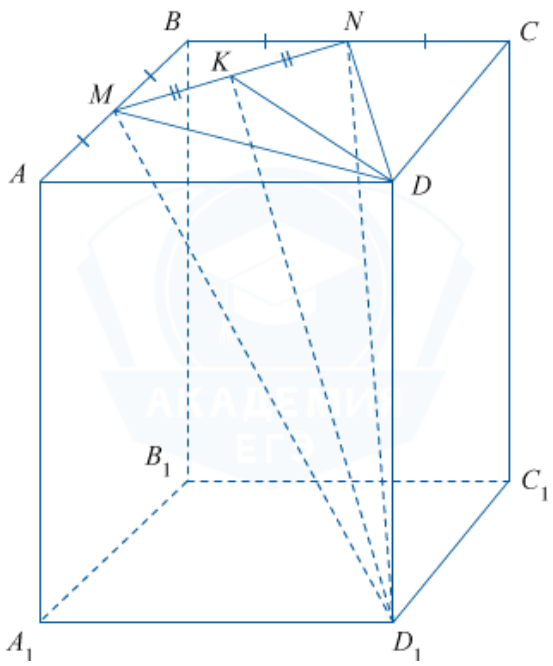
Следовательно, в ΔDKM по теореме Пифагора

DK = $\sqrt{D\mathrm{M}^2 + \mathrm{K}M^2}$ = $\sqrt{80 - 8}$ = $6\sqrt{2}$.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.

Задача №1

Тогда в ΔDKD_1 $tg\angle DKD_1 = \frac{DD_1}{DK} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = 1$.

Значит, $\angle DKD_1 = 45°$.