Всероссийская олимпиада по математике 2014-2015 учебного года

Муниципальный этап

# Решения

9 класс

**1. Чему равно значение выражения , если**

(7 баллов)

**Решение:**

**Если , то, разделив обе части равенства на , получим: , откуда , тогда**

**;**

**и т. д.**

**Из этих соотношений видно, что для показателей степеней, кратных 3, значение выражения равно 2, а в остальных случаях равно . Так как 2014 не делиться на 3, то значение данного выражения равно .**

**Ответ:** -1.

2. Может ли число, десятичная запись которого состоит из 2014 «единиц», такого же количества «двоек» и некоторого числа «нулей» быть полным квадратом?

(7 баллов)

**Решение:**

Сумма цифр данного числа равна . Оно делится на 3 и не делиться на 9, значит, не может являться полным квадратом натурального числа.

3. Решить уравнение: , где некоторое число, не меньшее .

(7 баллов)

**Решение:**

Преобразуем исходное уравнение:

;

;

;

Откуда и .

4. Последовательность определяется правилами . Докажите, что в десятичной записи числа содержится не менее 1000 «девяток».

Подсказка: Воспользоваться вспомогательной последовательностью : .

(7 баллов)

**Решение:**

**Рассмотрим последовательность , определенную формулой** . **Условие перепишем в виде**

**.**

**Из полученной формулы видно, что если десятичная запись числа**  **оканчивается на *N* нулей, то запись числа**  **оканчивается на *2N* нулей. Так как , то есть оканчивается на один ноль, то**  **оканчивается на нулей. В частности, оканчивается на 1024 нуля, следовательно,**  **оканчивается на 1024 девятки.**

5. Определить все углы треугольника, в котором медиана, биссектриса и высота одного из углов делят этот угол на четыре равные части.

(7 баллов)

**Решение:**

Продолжим медиану, биссектрису и высоту треугольника до пересечения с описанной вокруг него окружностью в точках *D, E, F* соответственно. Из равенства заключаем, что отрезки *AC* и *FD* параллельны, и поэтому . Следовательно, *BD* есть диаметр окружности. Так как *BD* делит *AC* пополам и *BD* не перпендикулярно *AC,* то *AC* также есть диаметр окружности. Отсюда получаем:

B

D

E

F

C

A