

«Особенности преподавания курса «Вероятность и статистика» на базовом и углубленном уровнях обучения»

**Давыдова Ольга Викторовна,
учитель математики высшей КК
МАОУ СОШ №15 города Тюмени**

План занятия (26.11.2024)

- 1) Нормативное обеспечение**
- 2) Сравнение содержания и предметных результатов курсов базового и углубленного уровней**
- 3) Обзор методических пособий**
- 4) Решение задач**

Вероятность и статистика в школе. Из истории вопроса

4



1990-е. Первые попытки ввести элементы вероятности в школьные учебники средней школы. Первый учебник, целиком посвященный теории вероятностей, создают Е.А. Бунимович и В.А. Булычев

2004 год ФГОС предполагает введение элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики

2007 год. Теория вероятностей становится обязательным элементом в школах

2010 год. Появление задач в ГИА

2012 год. Появление задач в ЕГЭ

2013 год. Принята Концепция развития математического образования, где теория вероятностей прямо определяется как перспективное направление

2021 год. Появился отдельный учебный курс «Вероятность и статистика» в рамках учебного предмета «Математика» в основном и среднем общем образовании

Последние годы исследования математической и функциональной грамотности школьников содержат все больше заданий на представление данных, оценку правдоподобности гипотез и вероятностей событий.

Нормативное обеспечение

- Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (в действующей редакции)
- Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. приказом Минпросвещения России от 31 мая 2021 г. № 287);
- Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (утв. приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413);
- Федеральная образовательная программа основного общего образования (утв. приказом Минпросвещения России от 18 мая 2023 г. № 370);
- Федеральная образовательная программа среднего общего образования (утв. приказом Минпросвещения России от 18 мая 2023 г. № 371);
- Приказ Минпросвещения России от 21.09.2022 N858 (ред. от 21.07.2023) "Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность и установления предельного срока использования исключенных учебников"
<https://fpu.edu.ru/>
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18 июля 2024 г. № 499 "Об утверждении федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования"

 **ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ**



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Наименование учебника

ФИО автора / Авторский коллектив

Класс

Учебный предмет

[+ Расширенный поиск](#)

НАЙТИ

ПОКАЗАТЬ ВСЕ УЧЕБНИКИ

ОЧИСТИТЬ ВСЁ

СКАЧАТЬ ПЕРЕЧЕНЬ



**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**

федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

(базовый уровень)

(для 5–9 классов образовательных организаций)



**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**

федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

(базовый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

(углублённый уровень)

(для 7–9 классов образовательных организаций)

Москва – 2023



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

(углублённый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)

Москва – 2023

Некоторые задачи курса «Вероятность и статистика»:

- 1. Дать целостное, законченное на начальном уровне, представление о теории вероятностей и статистике и их тесной взаимосвязи.**
- 2. Подчеркнуть тесную связь разделов математики с окружающим миром, как на этапе введения математических понятий, так и в ходе использования полученных результатов.**

Учебный курс «Вероятность и статистика» предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе.

В структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел». Важную часть учебного курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Курс «Вероятность и статистика» углубленного уровня направлен на расширение представлений обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развитие понимания значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Помимо основных содержательных линий в структуру учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Сравнение тематического планирования базового и профильного уровня

7 класс

Тема	Кол-во часов	
	Базовый	Углубленный
Представление данных	7	4
Описательная статистика	8	8
Случайная изменчивость	6	5
Введение в теорию графов	4	4
Логика	-	3
Вероятность и частота случайного события	4	5
Обобщение, систематизация знаний	5	5
Итого	34	34

Тема	Кол-во часов	
	Базовый	Углубленный
Повторение курса 7 класса	4	3
Описательная статистика. Рассеивание данных	4	5
Множества	4	4
Вероятность случайного события	6	4
Введение в теорию графов	4	3
Логика	-	2
Случайные события	8	
Операции над случайными событиями. Сложение вероятностей	-	3
Условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события	-	5
Обобщение, систематизация знаний	4	5
Итого	34	34

Тема	Кол-во часов	
	Базовый	Углубленный
Повторение курса 8 класса	4	3
Элементы комбинаторики	4	6
Геометрическая вероятность	4	3
Испытания Бернулли	6	6
Случайная величина	6	3
Числовые характеристики случайных величин	-	6
Закон больших чисел	-	3
Обобщение, систематизация знаний	10	4
Итого	34	34

Тема	Кол-во часов	
	Базовый	Углубленный
Представление данных и описательная статистика	4	
Элементы теории графов	-	3
Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами (вероятности событий)	3	3
Операции над (множествами и) событиями, сложение (и умножение) вероятностей	3	
Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий	6	5
Элементы комбинаторики	4	4
Серии последовательных испытаний. (Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности)	3	5
Случайные величины и распределения	6	14
Обобщение, систематизация знаний	5	-
Итого	34	34

Тема	Кол-во часов	
	Базовый	Углубленный
Математическое ожидание случайной величины	4	-
Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины	4	-
Закон больших чисел	3	5
Элементы математической статистики	-	6
Непрерывные случайные величины (распределения), Нормальное распределение. Показательное распределение	2	4
Распределение Пуассона	-	2
Связь между случайными величинами	-	6
Повторение, обобщение и систематизация знаний	19	11
Итого	34	34

Сравнение предметных результатов освоения программы учебного курса

Базовый	Углубленный
<p>К концу обучения <u>в 7 классе</u>: Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.</p>	<p>К концу обучения <u>в 7 классе</u>: Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить столбиковые (столбчатые) и круговые диаграммы по массивам значений.</p>
<p>Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.</p>	<p>Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.</p>
<p>Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.</p>	<p>Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили. Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач, в том числе из других учебных курсов, иметь представление о теоремах-свойствах и теоремах-признаках, о необходимых и достаточных условиях, о методе доказательства от противного.</p>
<p>Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости.</p>	<p>Иметь представление о случайной изменчивости на примерах результатов измерений, цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости. Использовать для описания данных частоты значений, группировать данные, строить гистограммы группированных данных. Использовать графы для решения задач, иметь представление о терминах теории графов: вершина, ребро, цепь, цикл, путь в графе, иметь представление об обходе графа и об ориентированных графах.</p>

Базовый	Углубленный
<p>К концу обучения <u>в 8 классе</u>: Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков. Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение). Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.</p>	<p>К концу обучения <u>в 8 классе</u>: Оперировать понятиями множества, подмножества, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, перечислять элементы множеств с использованием организованного перебора и комбинаторного правила умножения.</p>
<p>Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями.</p>	<p>Находить вероятности случайных событий в случайных опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, иметь понятие о случайном выборе. Описывать данные с помощью средних значений и мер рассеивания (дисперсия и стандартное отклонение). Уметь строить и интерпретировать диаграммы рассеивания, иметь представление о связи между наблюдаемыми величинами. Иметь представление о дереве, о вершинах и рёбрах дерева, использовании деревьев при решении задач в теории вероятностей, в других учебных математических курсах и задач из других учебных предметов.</p>
<p>Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.</p>	<p>Пользоваться правилом умножения вероятностей, использовать дерево для представления случайного опыта при решении задач. Оперировать понятием независимости событий.</p>
<p>Оперировать понятиями: множество, подмножество, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, перечислять элементы множеств, применять свойства множеств. Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.</p>	<p>Оперировать понятием события как множества элементарных событий случайного опыта, выполнять операции над событиями, использовать при решении задач диаграммы Эйлера, числовую прямую, применять формулу сложения вероятностей.</p>

Базовый	Углубленный
<p>К концу обучения <u>в 9 классе</u>: Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков. Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.</p>	<p>К концу обучения <u>в 9 классе</u>: Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий.</p>
<p>Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания. Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.</p>	<p>Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.</p>
<p>Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.</p>	<p>Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.</p>
<p>Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.</p>	<p>Иметь представление о случайных величинах и опознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах. Находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.</p>
<p>Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.</p>	<p>Иметь представление о законе случайных чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона больших чисел в природе и обществе.</p>

Базовый	Углубленный
<p>К концу обучения <u>в 10 классе</u>: читать и строить таблицы и диаграммы; оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных;</p>	<p>К концу обучения <u>в 10 классе</u>: свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;</p>
<p>оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах;</p>	<p>свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;</p>
<p>находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач;</p>	<p>находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;</p>
<p>оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта;</p>	<p>оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;</p>
<p>применять комбинаторное правило умножения при решении задач;</p>	<p>применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;</p>
<p>оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли;</p>	<p>свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;</p>
<p>оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения.</p>	<p>свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.</p>

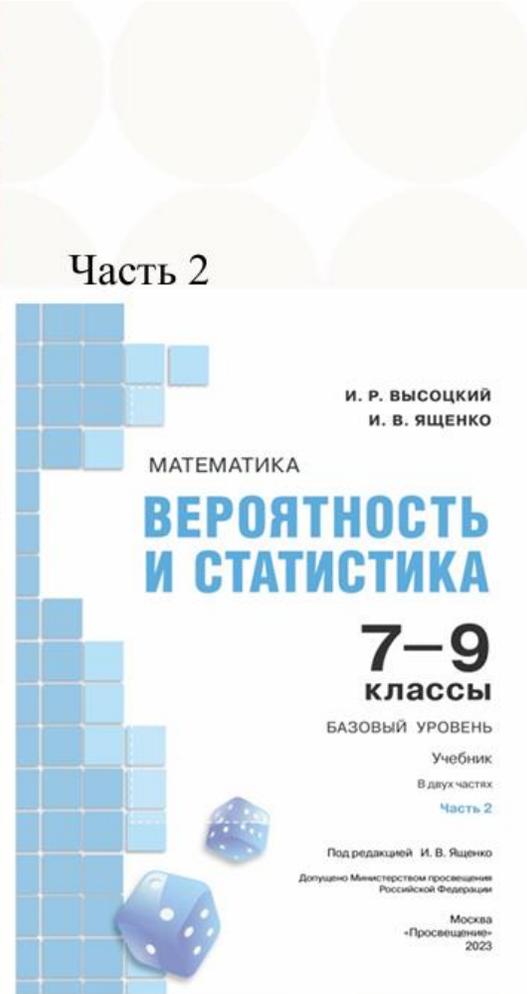
Базовый	Углубленный
<p>К концу обучения <u>в 11 классе</u>: сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм;</p>	<p>К концу обучения <u>в 11 классе</u>: оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;</p>
<p>оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению; иметь представление о законе больших чисел; иметь представление о нормальном распределении.</p>	<p>свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений; свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений; вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.</p>

УМК по вероятности и статистике 7-9 класс входят: программа; учебник «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» в бумажной и электронной формах; методическое пособие для учителя

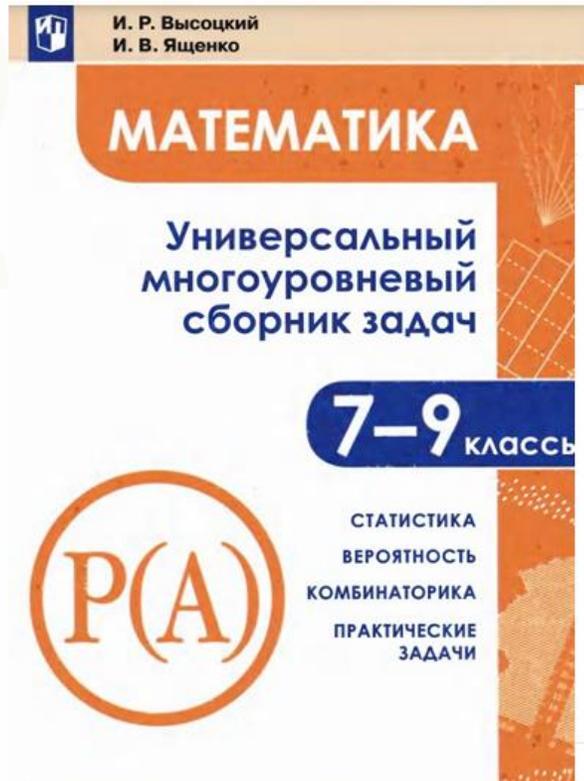


Часть 1

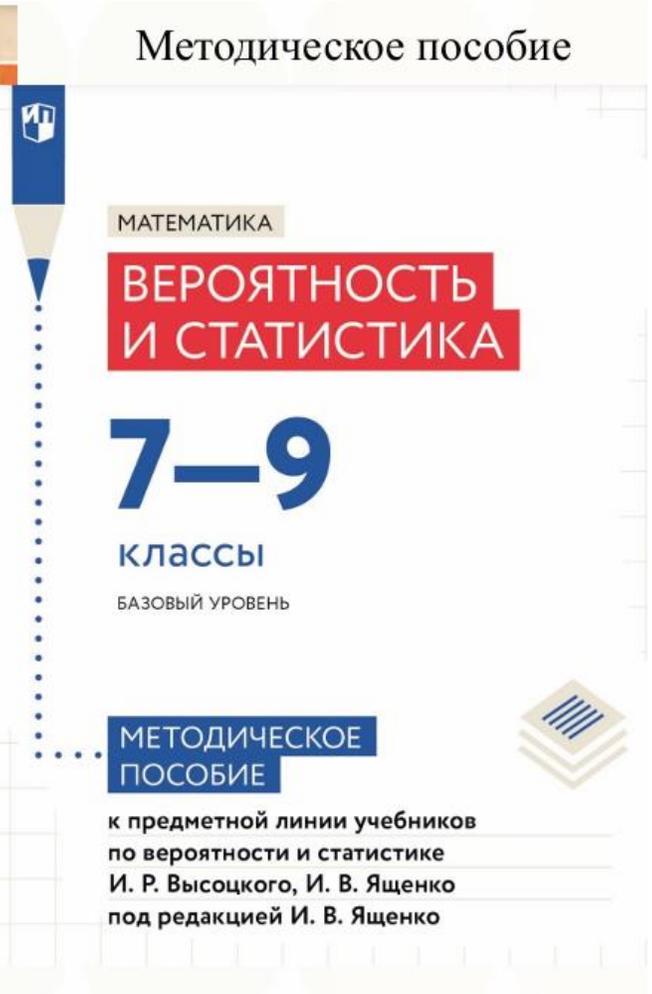
Рабочая тетрадь



Часть 2



Задачник



Методическое пособие

МАТЕМАТИКА
**ВЕРОЯТНОСТЬ
И СТАТИСТИКА**

7—9

классы

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

**МЕТОДИЧЕСКОЕ
ПОСОБИЕ**

к предметной линии учебников
по вероятности и статистике
И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко
под редакцией И. В. Яценко



Учебно-методические материалы | Вероятность в школе

Уважаемый Гость, мы предлагаем Вам **зарегистрироваться**. Тогда Вам станут доступны задания олимпиады, разбор занятий кружков, консультация и многие другие сервисы

• ДОСТУПНЫ ПРАВИЛА И РЕГЛАМЕНТ ПР

ОЛИМПИАДЫ ПО ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКЕ

[НОВОСТИ](#)
[КАЛЕНДАРЬ](#)
[УЧ.ПРОГРАММЫ](#)
[КОНТРОЛЬНЫЕ](#)
[ЕГЭ и ОГЭ](#)
[ЗАНЯТИЯ](#)
[ОЛИМПИАДА](#)
[ПУБЛИКАЦИИ](#)
[ЭЛ.РЕСУРСЫ](#)
[ИНФОРМАЦИЯ](#)

Учебно-методические материалы

Учебник "Математика. Вероятность и статистика 7-9 классы. Базовый уровень".
В двух частях, Просвещение. Авторы: Высоцкий И.Р., Яценко И.В.



Учебник "Математика. Вероятность и статистика 7-9 классы. Углублённый уровень". В двух частях. Просвещение. Авторы: Высоцкий И.Р., Яценко И.В.

ВХОД НА САЙТ

Имя пользователя: *

Пароль: *

Войти

- Регистрация
- Запросить новый пароль



НАШИ ПАРТНЕРЫ:

ЭУП: Теория вероятностей и статистика. 10 класс. «Математическая вертикаль Плюс», 2021/2022 уч.г. (копия) (mos.ru)



Электронное учебное пособие

[Материалы ЭУП](#)

Статьи Доп. материалы Закладки

Глава 1. Программа

Глава 2. Случайные события и вероятности

Глава 3. Математическое описание случайных явлений

Глава 4. Условная вероятность

Глава 5. Случайные величины и распределения

Глава 6. Характеристики случайных величин

Глава 7. Ключевые задачи

Глава 8. Независимые случайные величины

Глава 9. Точность и погрешность измерений

Глава 10. Геометрическое распределение



Теория вероятностей и статистика. 10 класс. «Математическая вертикаль Плюс», 2021/2022 уч.г. (копия)

Просмотр ЭУП

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА. 10 КЛАСС

Случайные величины и распределения

Цель блока — повторение материала курса «Вероятность и статистика», пройденного в 7 – 9 классах, или первичное изучение материала. Основное содержание — понятие случайной величины и распределения случайной величины.

Используемая литература

1. Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10 и 11 классов общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2014. — 248 с.

Случайные величины. Примеры. Сложение и умножение случайных величин

В разных школьных предметах учащиеся изучали величины — длины и расстояния, массу и температуру, говорили о ценах и стоимости. В начальной школе обычно рассматривают величины, имеющие постоянные значения. Позже, изучая математику, они познакомились с переменными величинами, значения которых могут изменяться. Для описания таких величин ис-



Библиотека МЭШ - Вероятность и статистика. 11 класс.
«Математическая вертикаль Плюс», 2022/2023 уч.г.



Вероятность и статистика. 11 класс. «Математическая вертикаль Плюс», 2022/2023 уч.г.

Учебное пособие
11 класс

Описание: Учебное пособие разработано для работы в классах проекта «Математическая вертикаль Плюс».

Содержание

**Глава 1. Программа. Модуль 1.
Закон больших чисел**

- § 1. Зачем нужен закон больших чисел
- § 2. Неравенство Маркова
- § 3. Неравенство Чебышёва
- § 4. Закон больших чисел
- § 5. Выборочный метод
- § 6. Вывод

**Глава 2. Элементы
математической статистики**

- § 1. Генеральная совокупность и случайная выборка
- § 2. Оценка среднего значения и

Программа по вероятности и статистике. 11 класс.
Проект «Математическая вертикаль Плюс». 2022/23 учебный год



Тема	Содержание	Примерное число часов	
		Основная программа (ед)	Расширенная программа (2 ч/нед)
Закон больших чисел	Теорема Чебышева	2	3
	Закон больших чисел. Выборочный метод исследований	2	3
	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1	1
	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками	1	2

Рейтинг: ★★★★★ 3.7 (3) **Просмотры:** 1893

Поделиться

Оптимальный вариант

12



Математика. Вероятность и статистика. 10 класс. 11 класс
Базовый и углублённый уровни. Учебное пособие

Бунимович Е. А., Булычев В. А.

Оптимальный вариант. 10 класс

ГЛАВА 1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ И ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА.

- § 1. Представление данных
1. Таблицы.
 2. Диаграммы
 3. Таблица частот и полигон
 4. Электронные таблицы

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

- § 2. Описательная статистика.
1. Мода
 2. Среднее арифметическое
 3. Медиана
 4. Средние характеристики: какая лучше?*
 5. Среднее гармоническое
 6. Наибольшее и наименьшее значения. Размах
 7. Дисперсия и стандартное отклонение
 8. Формула для вычисления дисперсии*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ГЛАВА 2 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ*

- § 3. Граф и способы его задания.
1. Определение графа.
 2. Степени вершин
 3. Пути, цепи и циклы
- § 4. Виды графов
1. Связные графы
 2. Деревья.
 3. Дерево случайного эксперимента
 4. Планарные графы

ГЛАВА 3. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ.....

- § 5. Случайные события
1. Случайный опыт и случайные события
 2. Исходы и элементарные события
 3. Частота и вероятность
- § 6. Опыты с равновозможными исходами
1. Классическое определение вероятности
 2. Равновозможные исходы в сложных опытах

ГЛАВА 4. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.....

- § 7. Операции над событиями
1. События и множества
 2. Противоположное событие
 3. Пересечение событий
 4. Объединение событий
 5. События, формулы и диаграммы
- § 8. Сложение вероятностей
1. Вероятность противоположного события
 2. Формула суммы для несовместных событий
 3. Формула суммы для произвольных событий
- § 9. Умножение вероятностей
1. Условная вероятность
 2. Вероятность пересечения событий
 3. Независимые события
- § 10. Полная вероятность и формула Байеса
1. Дерево вероятностей
 2. Формула полной вероятности.

Оптимальный вариант. 10 класс

ГЛАВА 5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

- § 11. Перестановки и размещения
- 1. Перебор комбинаций
- 2. Правило умножения
- 3. Перестановки и факториал
- 4. Размещения
- § 12. Сочетания и их свойства
- 1. Сочетания
- 2. Свойства чисел сочетаний
- 3. Треугольник Паскаля
- 4. Бином Ньютона

ГЛАВА 6. ИСПЫТАНИЯ БЕРНУЛЛИ. СЛУЧАЙНЫЙ ВЫБОР ..

- § 13. Независимые испытания
- 1. Успех и неудача
- 2. Формула Бернулли
- 3. Наиболее вероятное число успехов*
- § 14. Испытания до первого успеха
- 1. Когда же наступит успех?
- 2. Сколько испытаний провести?
- 3. Испытания Бернулли в электронной таблице
- ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
- § 15. Случайный выбор*
- 1. Случайный выбор без возвращения
- 2. Одновременный случайный выбор
- 3. Случайный выбор с возвращениями
- 4. Комбинаторика перестановок

ГЛАВА 7. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ .

- § 16. Понятие случайной величины
- 1. Что такое случайная величина?
- 2. Случайные величины вокруг нас
- 3. Дискретные и непрерывные величины
- § 17. Распределение вероятностей
- 1. Закон распределения вероятностей
- 2. Биномиальное распределение
- 3. Геометрическое распределение
- ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

- § 18. Математическое ожидание
- 1. Что такое математическое ожидание?
- 2. Физический смысл математического ожидания*
- 3. Свойства математического ожидания
- 4. Математическое ожидание биномиального распределения ..
- 5. Математическое ожидание геометрического распределения*
- § 19. Дисперсия и стандартное отклонение
- 1. Что такое дисперсия?
- 2. Свойства дисперсии
- 3. Стандартное отклонение
- 4. Дисперсия биномиального распределения
- 5. Дисперсия геометрического распределения*
- ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
- Ответы
- Предметный указатель

Оптимальный вариант. 11 класс

15

ГЛАВА 1. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

- § 1. Вероятностные неравенства*
 - 1. Неравенство Маркова
 - 2. Неравенство Чебышёва
- § 2. Математическое обоснование закона больших чисел
 - 1. Теорема Бернулли*
 - 2. Теорема Чебышёва*
 - 3. Закон больших чисел вокруг нас

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ГЛАВА 2. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- § 3. Выборочный метод исследования
 - 1. Генеральная совокупность и случайная выборка
 - 2. Распределение вероятностей и таблица частот
 - 3. Выборочное среднее*
 - 4. Выборочная дисперсия*
 - 5. Оценка вероятности по выборке*
 - 6. Выборочные характеристики в электронной таблице

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

- § 4. Проверка статистических гипотез*
 - 1. Гипотезы в научных исследованиях
 - 2. Статистические гипотезы
 - 3. Гипотеза о математическом ожидании
 - 4. От чего зависит критическая область?
 - 5. Гипотеза о вероятности успеха в испытаниях Бернулли

ГЛАВА 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

- § 5. Непрерывные случайные величины
 - 1. Дискретные и непрерывные случайные величины
 - 2. Функция распределения вероятностей
 - 3. Свойства функции распределения
 - 4. Плотность распределения вероятностей
 - 5. Свойства плотности распределения*
- § 6. Математическое ожидание и дисперсия*
 - 1. Математическое ожидание
 - 2. Дисперсия
- § 7. Важные распределения
 - 1. Равномерное распределение
 - 2. Показательное распределение*
 - 3. Распределение Пуассона*
 - 4. Нормальное распределение
 - 5. Связь биномиального и нормального распределений*
 - 6. Моделирование непрерывных случайных величин

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3*

Оптимальный вариант. 11 класс

ГЛАВА 4. СВЯЗЬ МЕЖДУ СЛУЧАЙНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ*

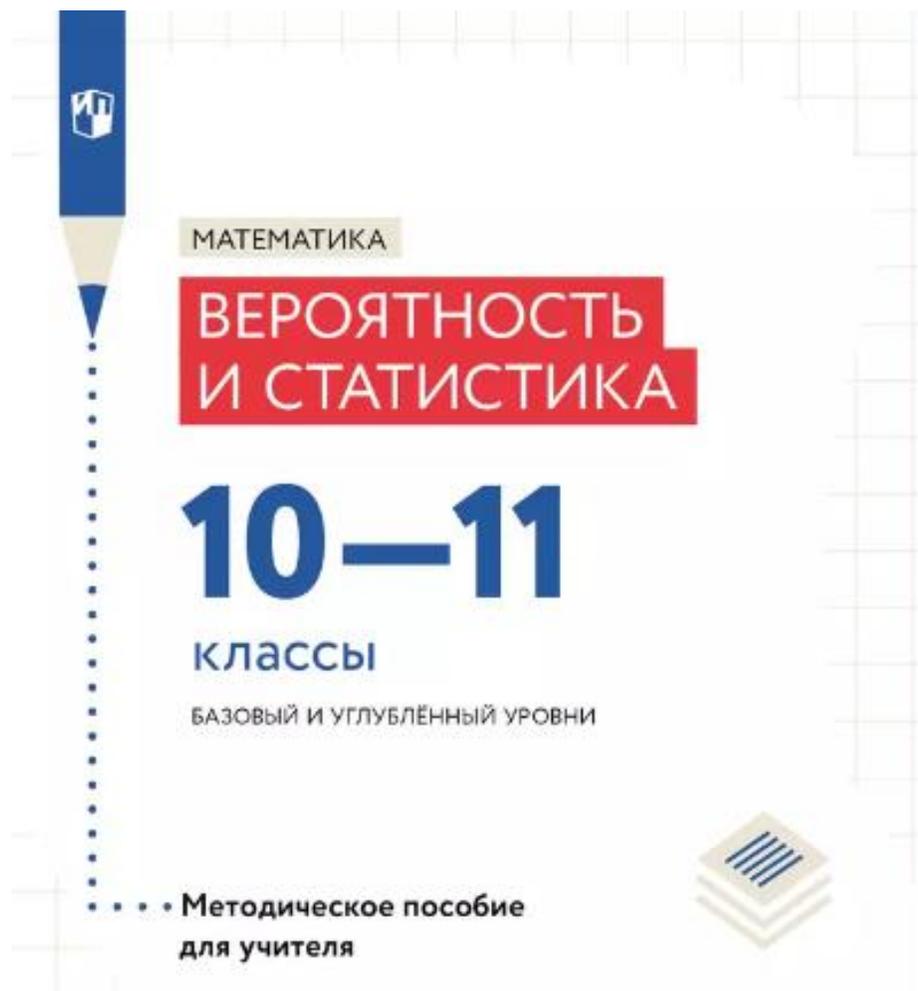
§ 8. Корреляция случайных величин
1. Совместное распределение случайных величин
2. Независимые случайные величины
3. Ковариация случайных величин
4. Коэффициент корреляции случайных величин
§ 9. Линейная регрессия
1. Совместные наблюдения случайных величин
2. Выборочный коэффициент корреляции
3. Линейная регрессионная модель
4. Корреляция и регрессия в электронной таблице
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
Предметный указатель
Функции электронных таблиц
Справочные материалы
Ответы

ГЛАВА 7. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

16

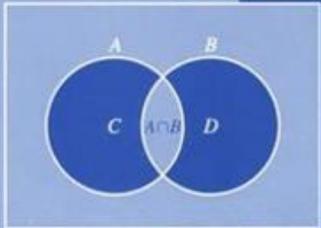
§ 16. Понятие случайной величины
1. Что такое случайная величина?
2. Случайные величины вокруг нас
3. Дискретные и непрерывные величины
§ 17. Распределение вероятностей
1. Закон распределения вероятностей
2. Биномиальное распределение
3. Геометрическое распределение
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
§ 18. Математическое ожидание
1. Что такое математическое ожидание?
2. Физический смысл математического ожидания*
3. Свойства математического ожидания
4. Математическое ожидание биномиального распределения
5. Математическое ожидание геометрического распределения*
§ 19. Дисперсия и стандартное отклонение
1. Что такое дисперсия?
2. Свойства дисперсии
3. Стандартное отклонение
4. Дисперсия биномиального распределения
5. Дисперсия геометрического распределения*
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
Ответы
Предметный указатель

https://prosv.ru/product/matematika-veroyatnost-i-statistika-10-11-klassi-uglublyonnii-uroven-metodicheskoe-posobie02/?utm_source=yandex.ru&utm_medium=organic&utm_campaign=yandex.ru&utm_referrer=yandex.ru



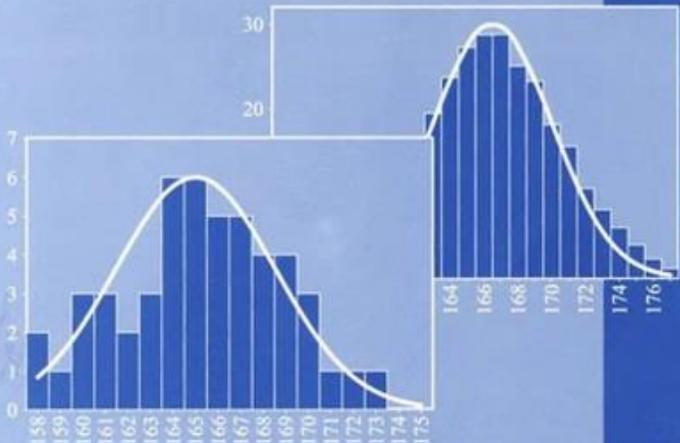
Ю. Н. ТЮРИН
 А. А. МАКАРОВ
 И. Р. ВЫСОЦКИЙ
 И. В. ЯЩЕНКО

Похожие

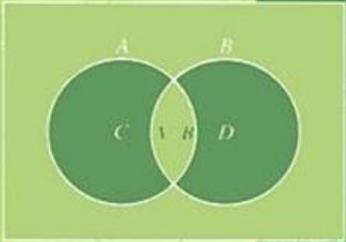


Теория вероятностей и статистика

Методическое
пособие для учителя



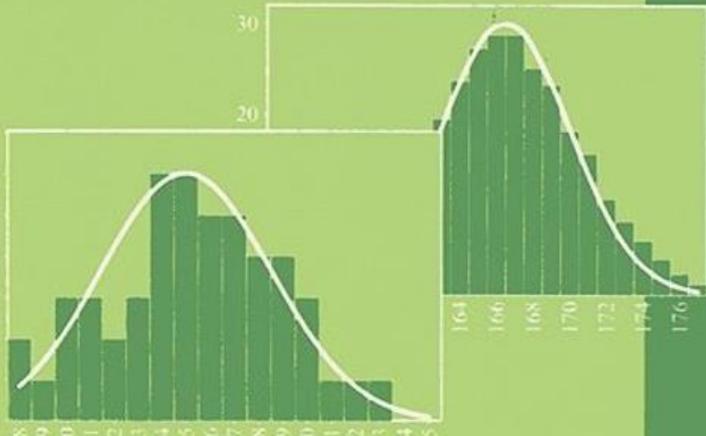
И. Р. ВЫСОЦКИЙ
 В. В. НЕСТЕРОВА
 И. В. ЯЩЕНКО

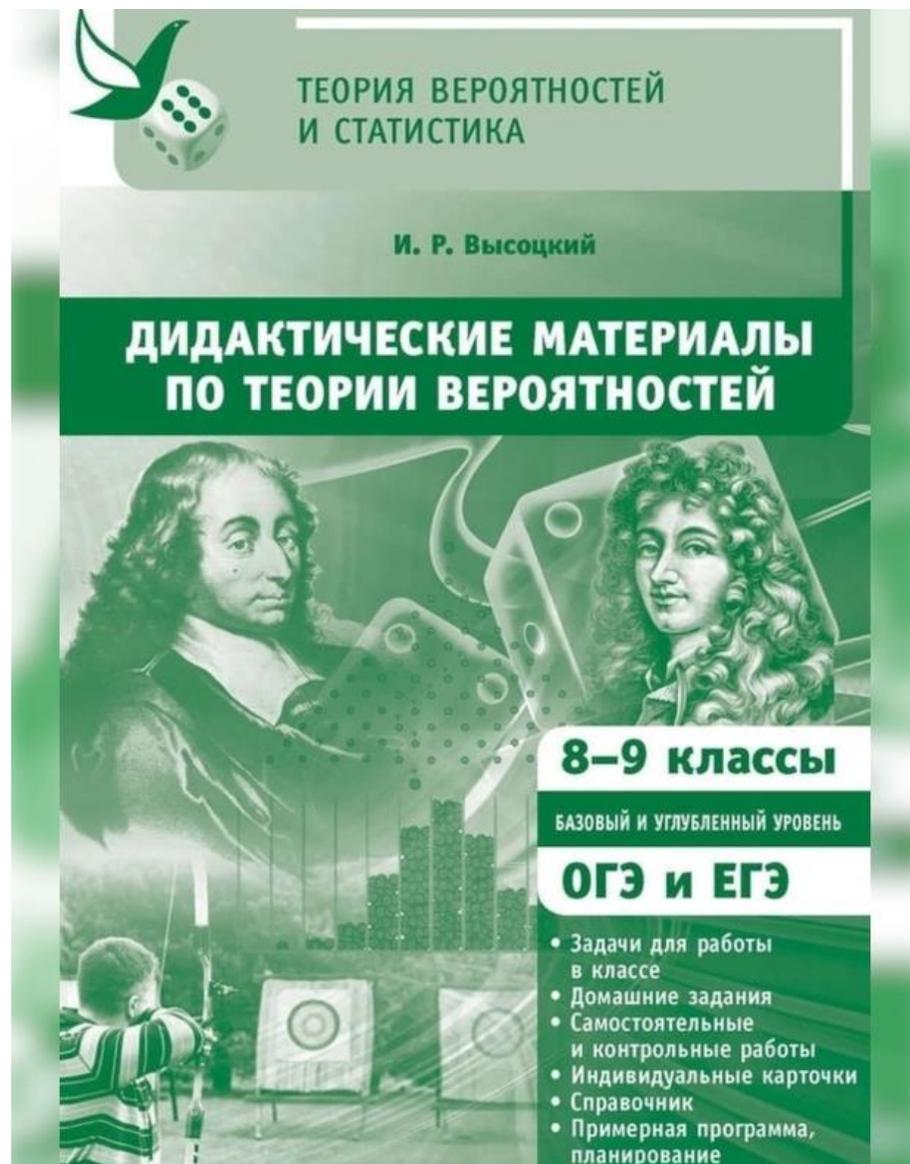


Теория вероятностей и статистика

Контрольные работы
и тренировочные задачи

7 – 8 класс





МР Математика – Единое содержание общего образования



ЕДИНОЕ СОДЕРЖАНИЕ



ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ



2024
ГОД СЕМЬИ



Главная

Новости

Конструктор рабочих программ

Рабочие программы

Методические материалы

Все

Начальная школа

Русский язык

Литература

Родной язык

Родная литература

Математика

Информатика

История

Обществознание

География

Иностранный язык

Математика

**Информационно-методическое письмо
об особенностях преподавания учебного предмета «Математика»
в 2024/2025 учебном году**

Скачать



Реализация профильного обучения технологической (инженерной) направленности на уровне среднего общего образования (2024 г.)

Скачать PDF

Методические рекомендации. Система оценки достижений планируемых предметных результатов освоения учебного предмета «Математика». 5-9 классы (2023 г.)

Скачать PDF

Информационная поддержка

- 1. Лекции И.Р. Высоцкого «Методика преподавания теории вероятности и статистики»** <https://www.youtube.com/watch?v=HMMSleLxHGI>
- 2. «Графическое решение задач по вероятности.** <https://www.youtube.com/watch?v=5xquFqZd5N>
- 3. Вебинар «Статистика и комбинаторика в основной школе как средство мотивации школьников»** https://uchitel.club/events/statistika-i-kombinatorika-v-osnovnoi-skole-kak-sredstvo-motivacii-skolnikov?utm_source=uchitel.club&utm_medium=webinar&utm_campaign=izmeneniya_soderzhaniya_11_02_2022
- 4. Сайт Лаборатории теории вероятностей и статистики МЦМНО «Вероятность в школе».** Ресурс доступа: <http://ptlab.mccme.ru/vertical>
- 5. Сайт «Вероятность и статистика в школьном курсе математики: учебник, методическое пособие для учителя и набор цифровых ресурсов, виртуальные лаборатории для моделирования случайных опытов, событий и величин»** //Конкурс НФПК "Разработка Инновационных учебно-методических комплексов (ИУМК) для системы общего образования". - Ресурс доступа: <http://schoolcollection.edu.ru/catalog/rubr/5ec5c3a0-3192-11dd-bd11-0800200c9a66/107406/>
- 6. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические материалы.** - Ресурс доступа: http://matem-109.ru/matem/teor_ver.htm

Методические приемы

Статистические характеристики.

Методический прием «Интерпретация понятия»

Школьный клуб по финансовой грамотности посещают 35 учащихся разных возрастов: 13, 15, 13, 12, 15, 14, 12, 13, 16, 14, 15, 14, 15, 13, 14, 15, 12, 14, 13, 15, 14, 15, 13, 16, 13, 14, 15, 14, 15, 13, 14, 13, 14, 16, 13.

Упорядоченный ряд 12, 12, 12, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16.

Объясни, что означают числа:

а) $\approx 13,97$ (среднее арифметическое);

б) 13,5 (мода);

в) 14 (медиана);

г) 4 (размах).

Методические приемы

Для раскрытия смысла понятия «вероятность» может быть использовано следующее задание.

Задание

Замените слова в описании реальной ситуации на термины теории вероятностей.

1) В танцевальном кружке занимаются 25 девочек и 20 мальчиков. На конкурс необходимо отобрать 3 пары детей. Оцените возможность попасть на конкурс для девочки и для мальчика.

Ответ: «возможность» следует заменить на «вероятность»

2) Магазин проводит акцию. Покупатель, купивший каждую сотую коробку конфет марки «N» выигрывает 1000 рублей. Покупатель А выиграл 1000 рублей. Как можно охарактеризовать покупку сотой коробки и девяноста девяти предыдущих?

Ответ: как противоположные события, как несовместные события

3) При бросании игрального кубика могут выпасть числа от 1 до 6. Как можно назвать все шесть случаев?

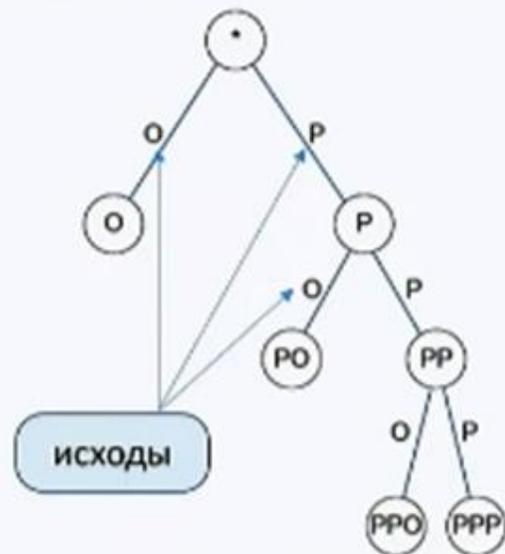
Ответ: полная группа событий.

Методические приемы

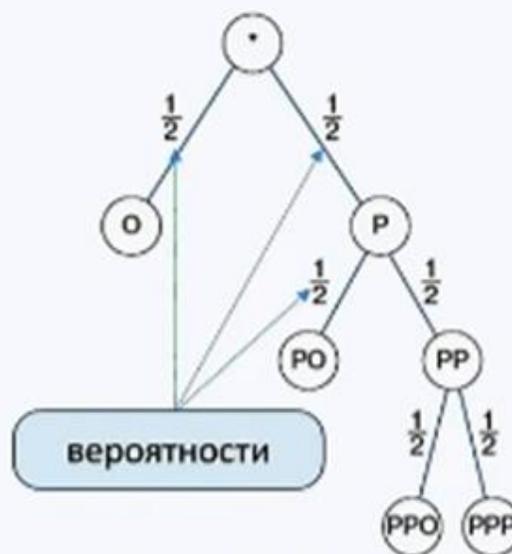
Работа с базовыми логическими действиями

- Выявлять и характеризовать существенные признаки понятий

Монету подбрасывают до появления орла, но не больше трёх раз. С какой вероятностью орёл появится?



а) дерево эксперимента



б) дерево вероятностей

Методические приемы

«Усложнение условий»

Суть приема заключается в сравнении условия задачи и выборе соответствующей формулы комбинаторики.

Задачи

1. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры не повторяются

$$P_n = n! , P_5 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} , A_5^3 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 60$$

3. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 0, если цифры не повторяются

$$P_n = n! , P_5 - P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 96$$

4. Найдите количество трехзначных чисел, которые можно составить из цифр **1, 2, 3, 4, 0**.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_5^3 - A_4^2 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2}$$

5. Из 10 туристов нужно выбрать четырех дежурных.

Сколькими способами это можно сделать?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{10}^3 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 120$$

6. Из 10 туристов, среди которых 6 юношей и 4 девушки, нужно выбрать трех дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

7. Из 10 туристов, среди которых 6 юношей и 4 девушки нужно выбрать четырех дежурных: 2 юношей и 2 девушек. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} x$$

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 90$$

8. Из 10 туристов, среди которых 6 юношей и 4 девушки нужно выбрать четырех дежурных: 2 юношей или 2 девушек. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_6^2 + C_4^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 21$$

Методические приемы

«Применение новых условий»

Привычка вести подсчет по таблицам.

	Фамилия, имя	Математика	Рус. язык	Ин. язык
1.	Андреева О.	4	3	5
2.	Авдеев И.	4	4	4
3.	Баранкин С.	3	4	3
4.	Бодров О.	5	4	5
5.	Волин С.	5	5	5
6.	Волкова Е.	3	5	4
7.	Галкин П.	3	4	3
8.	Данилов М.	5	3	5
9.	Евсеева С.	4	5	5
10.	Жуков Д.	5	4	4
11.	Иванова Е.	4	5	5
12.	Кузнецов И.	5	4	5
13.	Караваева А.	3	3	3
14.	Кузовлев П.	3	4	3
15.	Ломов Д.	3	3	3
16.	Макаров А.	4	3	4
17.	Мельникова М.	5	4	3
18.	Надюшина С.	4	5	4
19.	Норов П.	4	4	3
20.	Оганов А.	5	3	4

Методические приемы

«Применение новых условий»

А можно:

Два друга решили выяснить, как часто используются те или иные буквы в русском языке. Для этого они решили подсчитать и сравнить число некоторых букв в небольших прозаических отрывках из разных произведений А. С. Пушкина:

Первый отрывок («Дубровский»)

По этим приметам немудрено будет вам отыскать Дубровского. Да кто же не среднего роста, у кого не русые волосы, не прямой нос, да не карие глаза! Бьюсь об заклад, три часа будешь говорить с самим Дубровским, а не догадаешься, с кем бог тебя свел. Нечего сказать, умные головушки приказные!

Второй отрывок («Выстрел»)

Рассеянные жители столицы не имеют понятия о многих впечатлениях, столь известных жителям деревень или городков, например об ожидании по четового дня: во вторник и пятницу полковая наша канцелярия бывала полна офицерами: кто ждал денег, кто письма, кто газет.

Третий отрывок («Капитанская дочка»)

Вскоре все заговорили о Пугачеве. Толки были различны. Комендант послал урядника с поручением разведать хорошенько обо всем по соседним селениям и крепостям. Урядник возвратился через два дня и объявил, что в степи верст за шестьдесят от крепости видел он множество огней и слышал от башкирцев, что идет неведомая сила.

а) Посчитайте буквы «а», «о» и «и» в трех отрывках и заполните таблицу встречаемости этих букв

Номер отрывка	Буква «а»	Буква «о»	Буква «и»
1			
2			
3			

Как вы думаете, какая из этих букв чаще используется в русском языке?

б) Посчитайте буквы «н» и «т» и заполните таблицу встречаемости этих букв:

Номер отрывка	Буква «н»	Буква «т»
1		
2		
3		

Можно ли по полученным данным судить, какая из этих букв чаще используется в русском языке?

Для справки приведем таблицу частоты встречаемости в тексте букв русского языка (в среднем на 1000 букв).

Буква	Частота	Буква	Частота	Буква	Частота
А	75	Л	42	Ц	5
Б	17	М	31	Ч	15
В	46	Н	65	Ш	7
Г	16	О	110	Щ	4
Д	30	П	28	Ъ	1
Е	87	Р	48	Ы	19
Ж	9	С	55	Ь	16
З	18	Т	65	Э	3
И	75	У	25	Ю	7
Й	12	Ф	2	Я	22
К	34	Х	11		

Методические приемы

Контекстная задач «Опрос»

Современный рынок туристских услуг предлагает большое количество туров с различными маршрутами для семейного и индивидуального отдыха для разных возрастов. Туристическая фирма провела опрос среди 215 случайно выбранных респондентов, чтобы выяснить распределение туристов по возрасту и полу.

Результаты опроса представлены на рисунке 2. Вычислите вероятность следующих событий:

- а) выбрать респондента мужчину
- б) выбрать респондента до 35 лет
- в) вероятность выбрать мужчину не старше 35 лет
- г) вероятность не выбрать респондентом женщину 20 лет

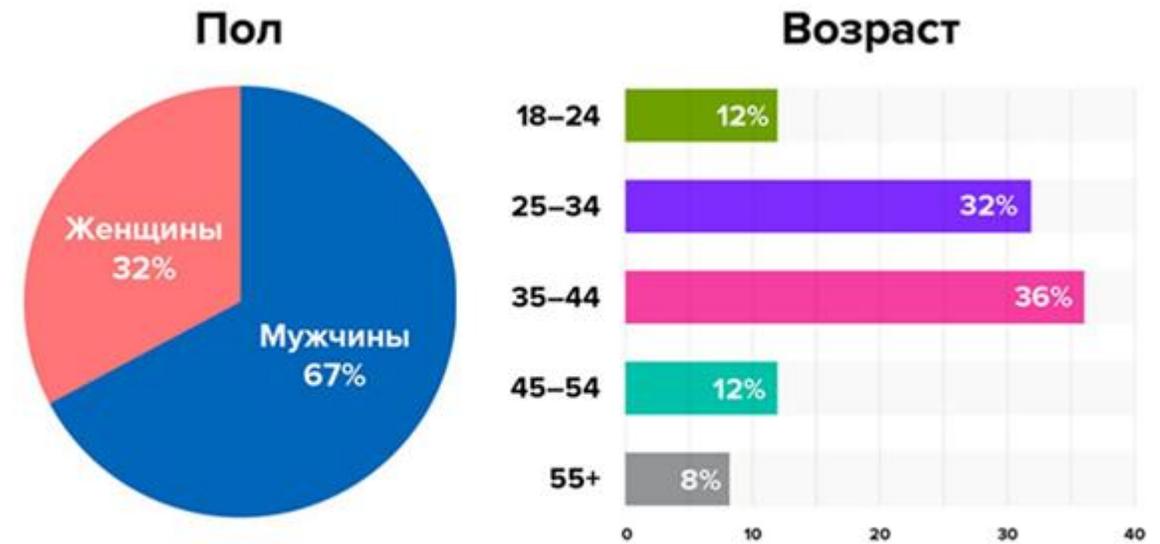


Рисунок 2

Методические приемы

Контекстная задача «Интернет-магазин»

С каждым годом все больше людей совершают покупки в интернет-магазинах. Петр Иванович решил заказать товар в интернет-магазине. Он изучил отзывы покупателей о работе двух интернет-магазинов, которые представлены в таблице

	Магазин 1	Магазин 2
Всего отзывов	120	150
Недовольны качеством товара	20 чел	18 чел
Не вовремя доставлен товар	12 чел.	12 чел.

Оцените возможность получить товар не вовремя, если заказать его сразу в двух магазинах.

Решение:

Необходимо вычислить вероятности трех событий, которые составляют полную группу событий:

A – получить товар не вовремя в 1 магазине: $P(A) = 12 : 120 = 0,1$

\bar{A} – получить товар вовремя в 1 магазине $P(\bar{A}) = 1 - 0,1 = 0,9$

Тогда вероятность события E – получить товар не вовремя – будет равна

сумме вероятностей:

$$P(E) = 0,1 \cdot 0,92 + 0,08 \cdot 0,9 + 0,008 = 0,172$$

$$P(\bar{E}) = 1 - 0,172 = 0,828$$

B – получить товар не вовремя во 2 магазине:

$P(B) = 12 : 150 = 0,08$ \bar{B} – получить товар вовремя во 2 магазине

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,08 = 0,92$$

Решение задач

Задача 1.

У бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами

Решение.

Вероятность того, что чай нальют в чашку с синими цветами равна отношению количества чашек с синими цветами к общему количеству чашек. Всего чашек с синими цветами: $20 - 15 = 5$

Поэтому искомая вероятность $\frac{5}{20} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

Задача 2.

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают.

Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение.

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, $1000 - 5 = 995$ не подтекают. Значит, вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна $\frac{995}{1000} = 0,995$.

Ответ: 0,995.

Задача 2.

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

СРАВНИТЕ!!!

Задача 2.1

В среднем на 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает. Ответ округлите до тысячных

Решение.

Всего насосов $1000 + 5 = 1005$, поступивших в продажу, 1000 не подтекает. Значит, вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна $1000:1005 = 0,995$

Ответ: 0,995.

Задача 3.

Перед началом турнира по шахматам участников случайным образом разбивают на пары с помощью жребия. Всего зарегистрировано 26 шахматистов, среди которых 18 спортсменов из Санкт-Петербурга, в том числе и Алексей Журавлёв. Найдите вероятность, что Алексей Журавлёв будет играть с шахматистом из Санкт-Петербурга.

Внимание на условие!!! Алексей Журавлев сам с собой играть не может.

$$P = 17:25 = 0,68$$

Ответ: 0,68

Задача 4.

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент остановились. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1.

Решение.

На циферблате между 10 часами и 1 часом три часовых деления. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Или:

$$P(A) = \frac{90}{360} = 0,25$$

Ответ: 0,25.



Задача 5.

На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Трапеция», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Площадь», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Решение.

Суммарная вероятность несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P=0,1 + 0,3 = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Задача 6.

Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный, равна 0,03. Какова вероятность того, что два случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся не бракованными?

Решение.

Вероятность того, что один случайно выбранный из партии фонарик — не бракованный, составляет $1 - 0,03 = 0,97$. Вероятность того, что мы выберем одновременно два не бракованных фонарика равна $0,97 \cdot 0,97 = 0,9409$.

Ответ: 0,9409

Задача 7.

Стрелок три раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

Решение.

Вероятность промаха равна $1 - 0,6 = 0,4$. Вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени равна $0,6 \cdot 1 = 0,6$. Откуда, вероятность события, при котором стрелок сначала первый раз попадает в мишени, а последние два раза промахивается $0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,096$.

Ответ: 0,096.

Задача 8.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

Решение.

Всего возможны четыре исхода: РР (решка-решка), РО (решка-орел), ОР (орел-решка), ОО (орел-орел). Орел выпадает ровно один раз в двух случаях, поэтому вероятность того, что орел выпадет ровно один раз равна $\frac{2}{4} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

Задача 9.

Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,58. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,64. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

Решение.

Рассмотрим события A = «учащийся решит 8 задач» и B = «учащийся решит больше 8 задач». Их сумма — событие $A + B$ = «учащийся решит больше 7 задач». События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,64 = P(A) + 0,58$, откуда $P(A) = 0,64 - 0,58 = 0,06$.

Ответ: 0,06

.

Задача 10.

При изготовлении подшипников диаметром 69 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,967. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 68,99 мм или больше чем 69,01 мм.

Решение.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 68,99 до 70,01 мм с вероятностью 0,967. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна $1 - 0,967 = 0,033$.

Ответ: 0,033.

.

Задача 11.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате, B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда $A \cdot B$ = кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$ = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P(B) = 0,1$; $P(A \cdot B) = 0,03$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,1 + 0,1 - 0,03 = 0,17.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0,17 = 0,83$.

Задача 11.1

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение 2.

++	+-	} 0,1
-+	0,03 --	
} 0,1		

Решение 2

$$0,1 - 0,03 = 0,07$$

++	0,07 +-	} 0,1
0,07 -+	0,03 --	
} 0,1		

$$P(++)=1-(P(+-)+P(-+)+P(--))=1-(0,07+0,07+0,03)=1-0,17=0,83$$

Задача 12

В коробке 9 синих, 4 красных и 12 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Решение:

Заметим, что возможны два случая, когда выбраны один синий и один красный фломастер: сначала выбрали синий, потом красный; сначала выбрали красный, потом синий. Эти события несовместны, следовательно, искомая вероятность равна $P(C; K) + P(K; C)$:

$$\frac{9}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{4}{25} \cdot \frac{9}{24} = \frac{3}{50} + \frac{3}{50} = \frac{6}{50} = 0,12.$$

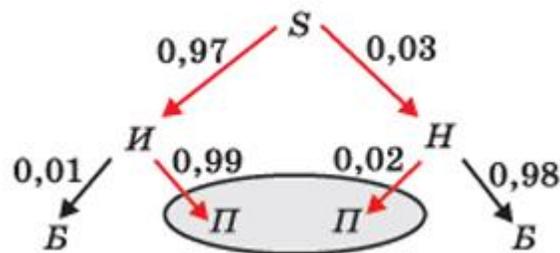
Ответ: 0,12.

Задача 13

Автоматическая линия изготавливает зарядные устройства для телефонов. Известно, что 3% готовых устройств неисправны. Из этих неисправных устройств 98% обнаруживаются при контроле качества продукции. Однако система контроля ошибочно бракует 1% исправных устройств. Устройства, которые не забракованы, упаковываются и поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранное сошедшее с автоматической линии зарядное устройство поступит в продажу.

Решение:

Построим дерево эксперимента:



Событие «устройство исправно» обозначим буквой И, а событие «устройство неисправно» – буквой Н. Устройства, забракованные системой контроля (а точнее, событие «устройство забраковано системой»), обозначим буквой Б, событие «устройство не забраковано» обозначим буквой П. Событию П «устройство не забраковано» благоприятствуют цепочки СИП и СНП, поэтому $P(П) = P(СИП) + P(СНП) = 0,97 \cdot 0,99 + 0,03 \cdot 0,02 = 0,9609$

Задача 14

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение.

Пусть x — искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда $1 - x$ — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. По формуле полной вероятности имеем:

$$0,4x + 0,2(1 - x) = 0,35 \Leftrightarrow 0,2x = 0,15 \Leftrightarrow x = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Решение 2.

Пусть в первом хозяйстве агрофирма закупает x яиц, в том числе, $0,4x$ яиц высшей категории, а во втором хозяйстве — y яиц, в том числе $0,2y$ яиц высшей категории. Тем самым, всего агрофирма закупает $x + y$ яиц, в том числе $0,4x + 0,2y$ яиц высшей категории. По условию, высшую категорию имеют 35% яиц, тогда:

$$\frac{0,4x + 0,2y}{x + y} = 0,35 \Leftrightarrow 0,4x + 0,2y = 0,35(x + y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,05x = 0,15y \Leftrightarrow x = 3y.$$

Следовательно, у первого хозяйства закупают в три раза больше яиц, чем у второго. Поэтому вероятность того, что купленное яйцо окажется из первого хозяйства равна

$$\frac{3y}{3y + y} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Задача 15

Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска? Ответ округлите до тысячных.

Решение.

Фраза **«игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6»** означает, что игральную кость продолжали бросать, если сумма всех выпавших очков была меньше или равна шести, и **прекратили бросать, когда эта сумма превысила 6**. Следовательно, если потребовалось два броска, то именно на втором броске сумма должна была превысить 6.

Составим таблицу исходов после двух бросков. Общее число исходов равно 36. Зелёным цветом отмечены исходы удовлетворяющие условию «сумма очков превысила число 6 ровно за два броска». Число благоприятных исходов равно 21.

Тогда искомая вероятность равна:

$$\frac{21}{36} = 0,58333\dots$$

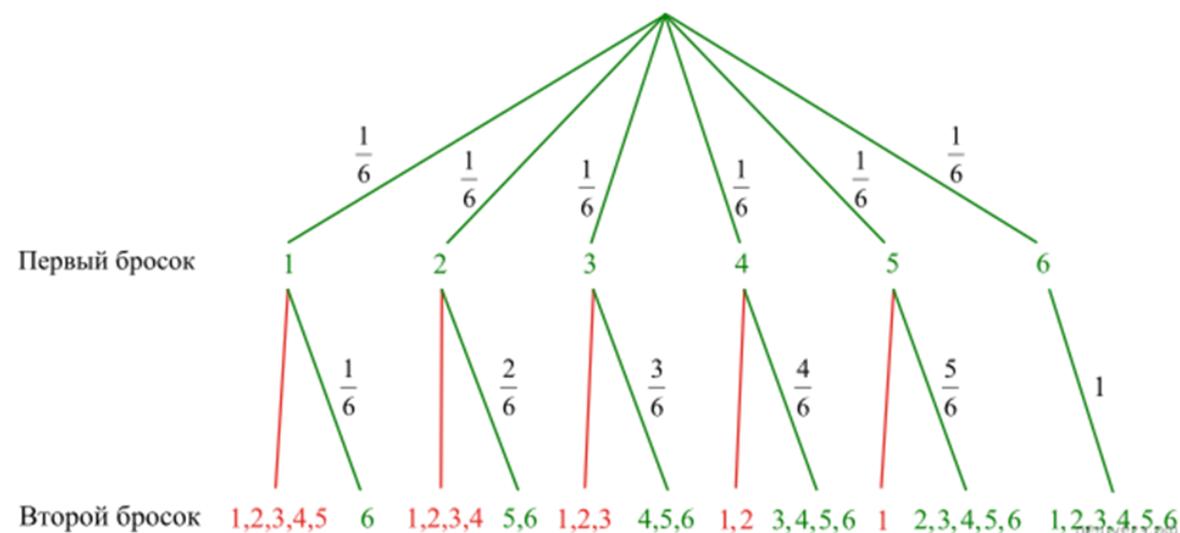
Округляя до тысячных, получаем 0,583.

Ответ: 0,583.

		Второй бросок					
		1	2	3	4	5	6
Первый бросок	1						+
	2					+	+
	3				+	+	+
	4			+	+	+	+
	5		+	+	+	+	+
	6	+	+	+	+	+	+

Решение 2:

Изобразим с помощью дерева возможные исходы. Зелёным цветом отмечены исходы, удовлетворяющие условию «Сумма очков превысила число 6 ровно за два броска». Красным цветом отмечены исходы, не удовлетворяющие этому.



Искомая вероятность равна

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot 1 =$$

$$= \frac{21}{36} = 0,58333\dots$$

Округляя до тысячных, получаем 0,583.

Ответ: 0,583.

Задания для самостоятельного решения

№1. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 45 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день 9 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

№2. Фабрика выпускает сумки. В среднем 9 сумок из 120 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

№3. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Задания для самостоятельного решения

№4. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,58. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,64. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?