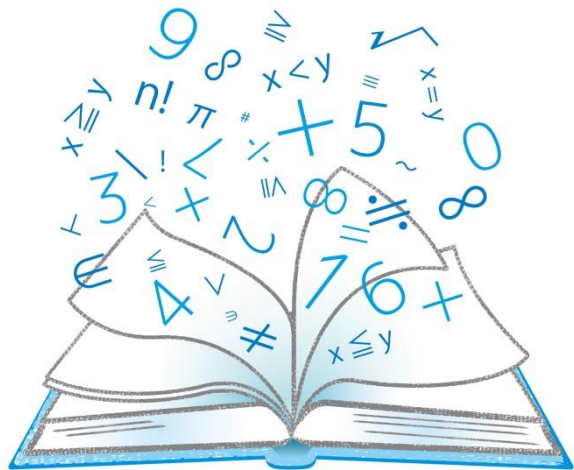


**Подготовка к ОГЭ по математике.**  
**Решение задач по теме «Графики функций»**  
**с кратким и развернутым ответом.**



Тютина Лилия Шамилевна

**В 2025 году на экзамене по математике школьник должен будет решить 25 заданий, которые разделены на две части.**

К первой части относятся задания с кратким ответом (№ 1–19).

Во второй части ученику предстоит написать полное решение к заданиям с развернутым ответом (№ 20–25)

- №1-5 Практико-ориентированные задачи
- №6 Числа и вычисления
- №7 Числовые неравенства, координатная прямая.
- №8 Числа, вычисления и алгебраические выражения
- №9 Уравнения, системы уравнений
- №10 Статистика, вероятности
- **№11 Графики функций**
- №12 Расчеты по формулам
- №13 Неравенства, системы неравенств
- №14 Задачи на прогрессии
- №20 Алгебраические выражения, уравнения, неравенства и их системы
- №21 Текстовые задачи
- **№22 Функции и их свойства. Графики функций**
- №15 Треугольники, четырёхугольники, многоугольники и их элементы
- №16 Окружность, круг и их элементы
- №17 Площади фигур
- №18 Фигуры на квадратной решётке
- №19 Анализ геометрических высказываний
- №23 Геометрическая задача на вычисление
- №24 Геометрическая задача на доказательство
- №25 Геометрическая задача повышенной сложности

**АЛГЕБРА**

**ГЕОМЕТРИЯ**

**Кодификатор**  
проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной  
программы основного общего образования и элементов содержания  
для проведения основного государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам базового уровня освоения основной образовательной программы основного общего образования	Метапредметный результат	Обобщённые формулировки требований к предметным результатам из ФГОС 2010 г.
6	Умение оперировать понятиями: функция, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания, убывания, наибольшее и наименьшее значения функции; умение оперировать понятиями: прямая пропорциональность, линейная функция, квадратичная функция, обратная пропорциональность, парабола, гипербола; умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; умение выражать формулами зависимости между величинами	МП 1.1; 1.2; 1.3; 3.1; 3.2	Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей: определение положения точки по её координатам, координаты точки по её положению на плоскости; нахождение по графику значений функции, области определения, множества значений, нулей функции, промежутков знакопостоянства, промежутков возрастания и убывания, наибольшего и наименьшего значения функции; построение графика линейной и квадратичной функций; <...> использование свойств линейной и квадратичной функций и их графиков при решении задач из других учебных предметов

# Задание 11



# Теория

В задачах 11 материалов ОГЭ проверяются навыки работы с тремя видами функций:

Линейная

$$y=kx+b$$

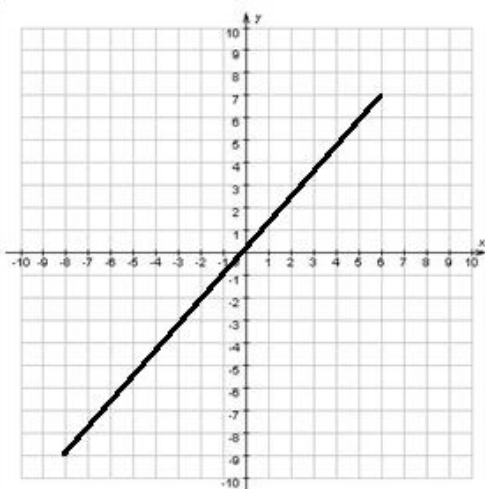


График - **прямая**

Обратно-  
пропорциональная

$$y=\frac{k}{x}$$

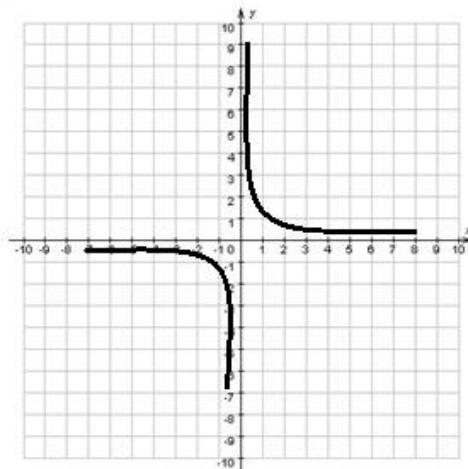


График - **гипербола**

Квадратичная

$$y=ax^2+bx+c$$

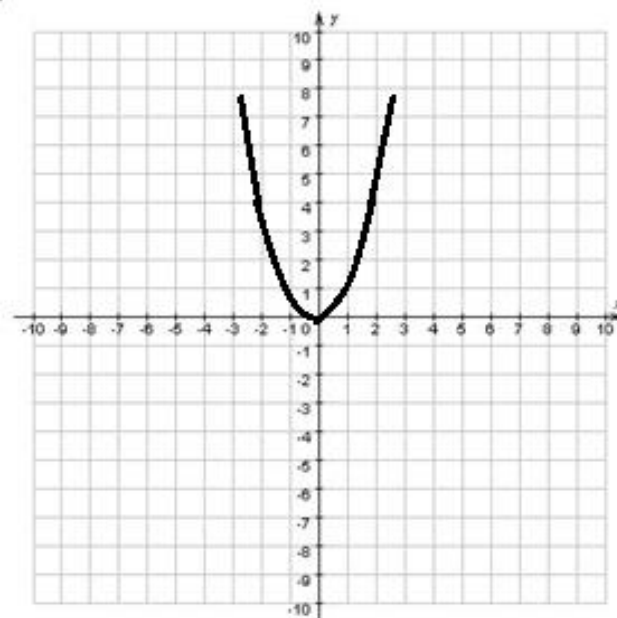


График - **парабола**

**Демонстрационный вариант**  
контрольных измерительных материалов основного  
государственного экзамена 2025 года  
по МАТЕМАТИКЕ

**11** Установите соответствие между функциями и их графиками.

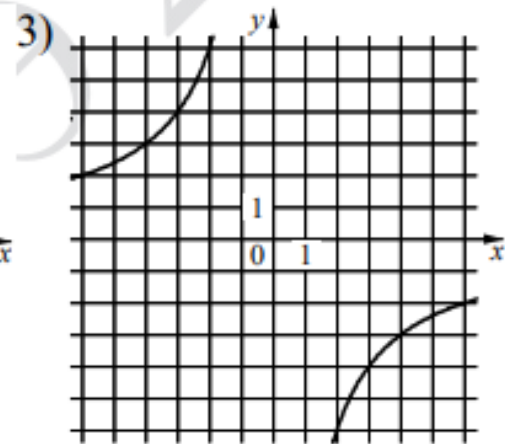
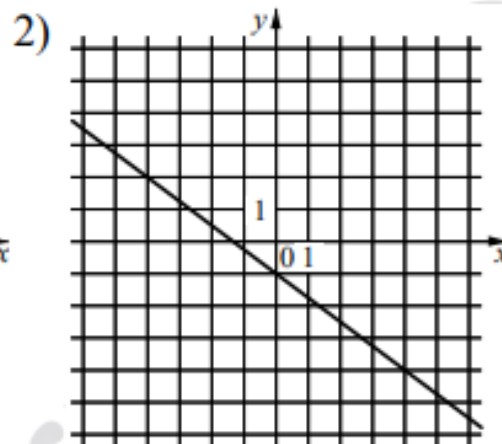
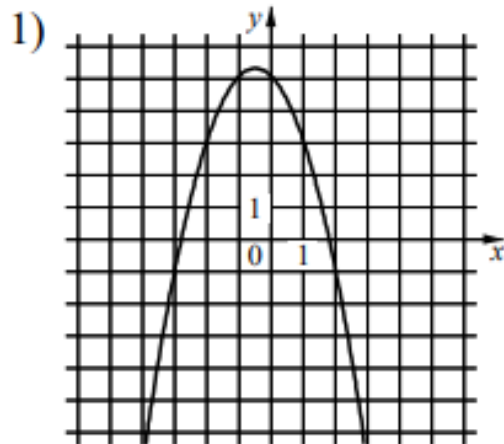
**ФУНКЦИИ**

A)  $y = -x^2 - x + 5$

Б)  $y = -\frac{3}{4}x - 1$

В)  $y = -\frac{12}{x}$

**ГРАФИКИ**

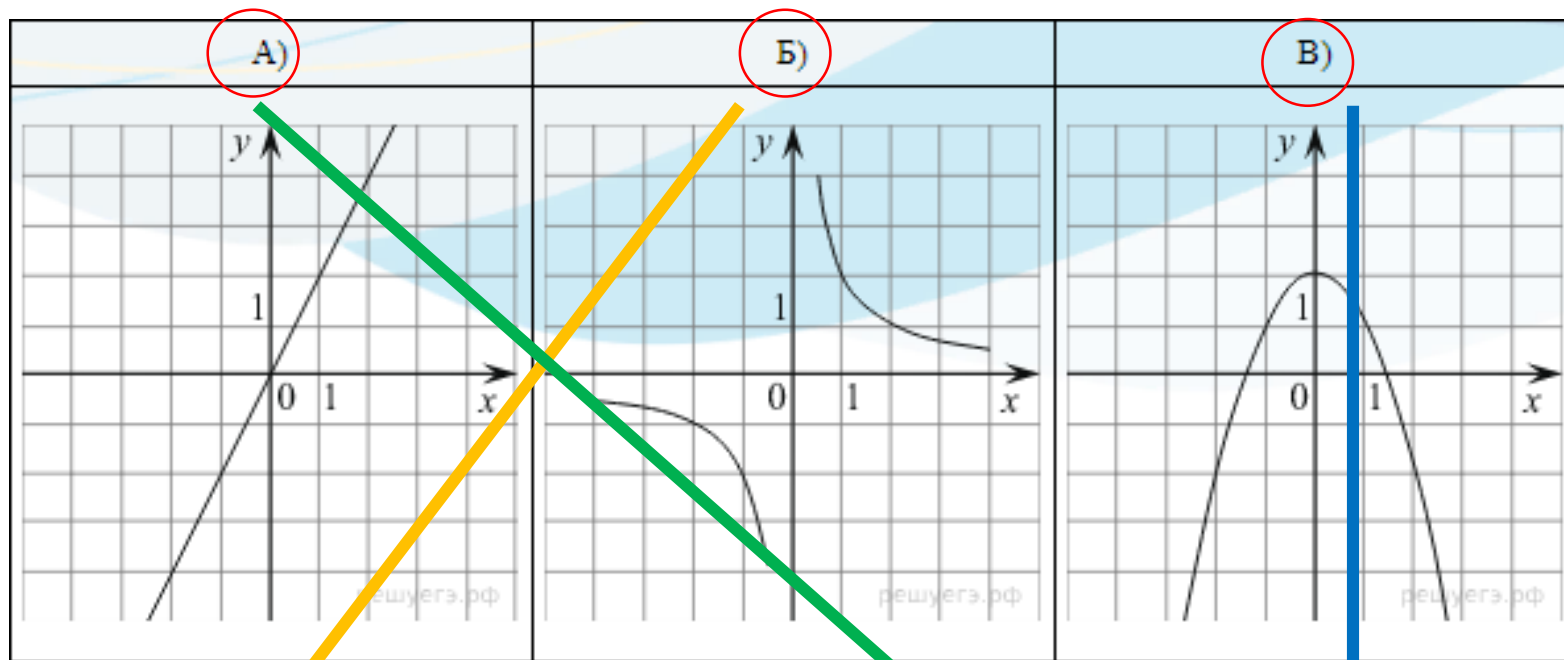


В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	Б	В

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1)  $y = \frac{2}{x}$

2)  $y = x^2 - 2$

3)  $y = 2x$

4)  $y = 2 - x^2$

Ответ: 314

**Линейная функция** — это функция вида  $y = kx + b$ , где  $x$  — независимая переменная,  $k, b$  — некоторые числа

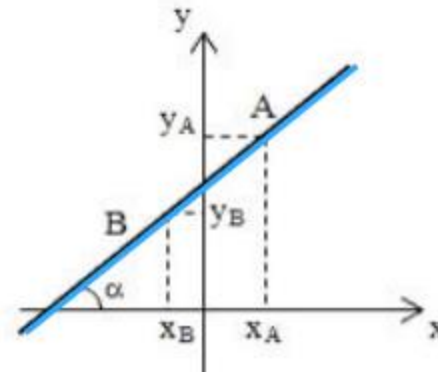
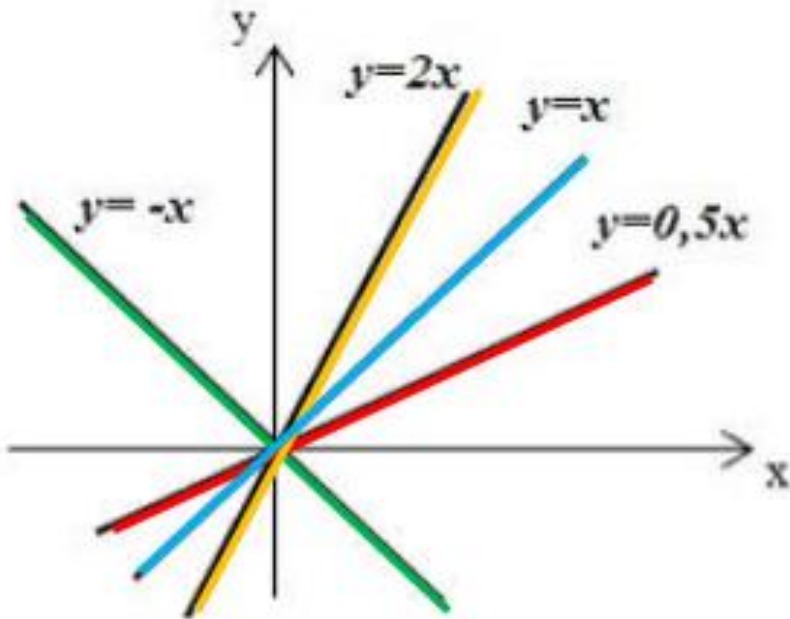
**Графиком линейной функции** является **прямая линия**

Для его построения достаточно двух точек, координаты которых удовлетворяют уравнению функции.

$k$  — **угловой коэффициент**, отвечает за угол наклона прямой, если  $k > 0$ , то график наклонен вправо (функция возрастает) если  $k < 0$ , то график наклонен влево (функция убывает)

$b$  — **свободный коэффициент**.

отвечает за точку пересечения графика с осью ординат (за сдвиг графика вдоль оси  $OY$ )



$$k = \operatorname{tg} \alpha$$
$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

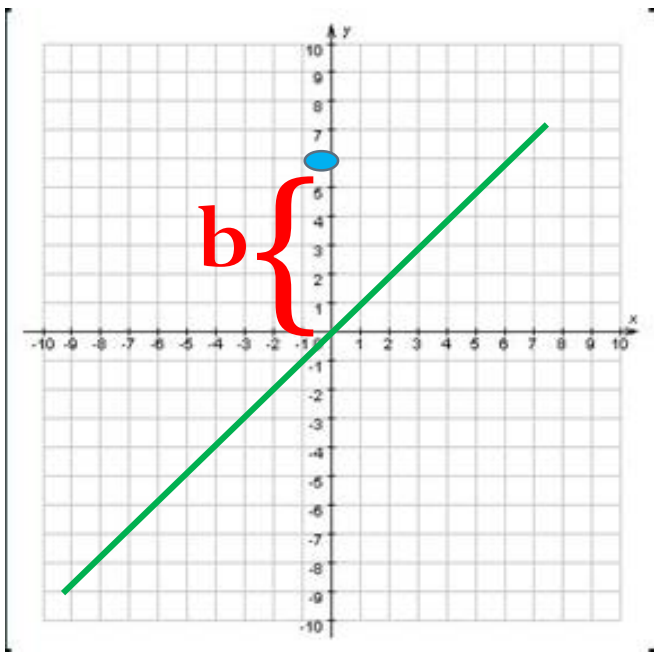


## Коэффициент $b$ :

- Определяет смещение прямой вверх или вниз вдоль оси ординат ( $Oy$ )

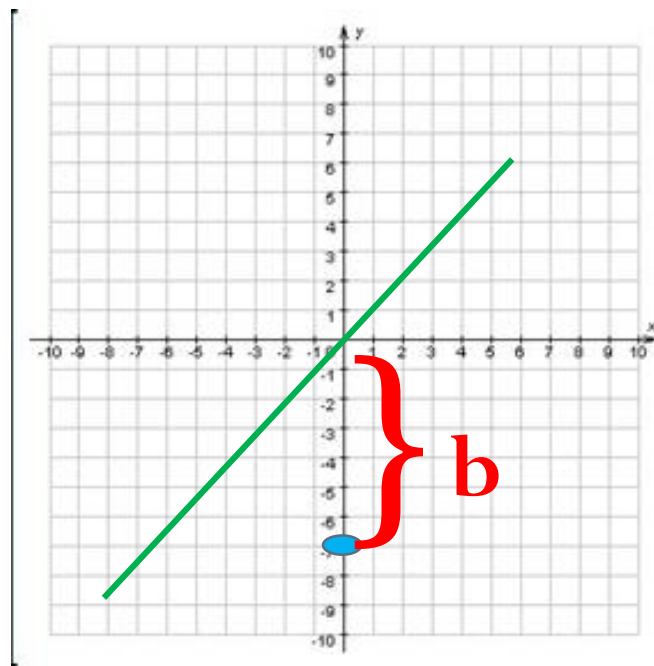
$$b > 0$$

Прямая смещается вверх  
вдоль оси  $Oy$  на  $b$  единиц

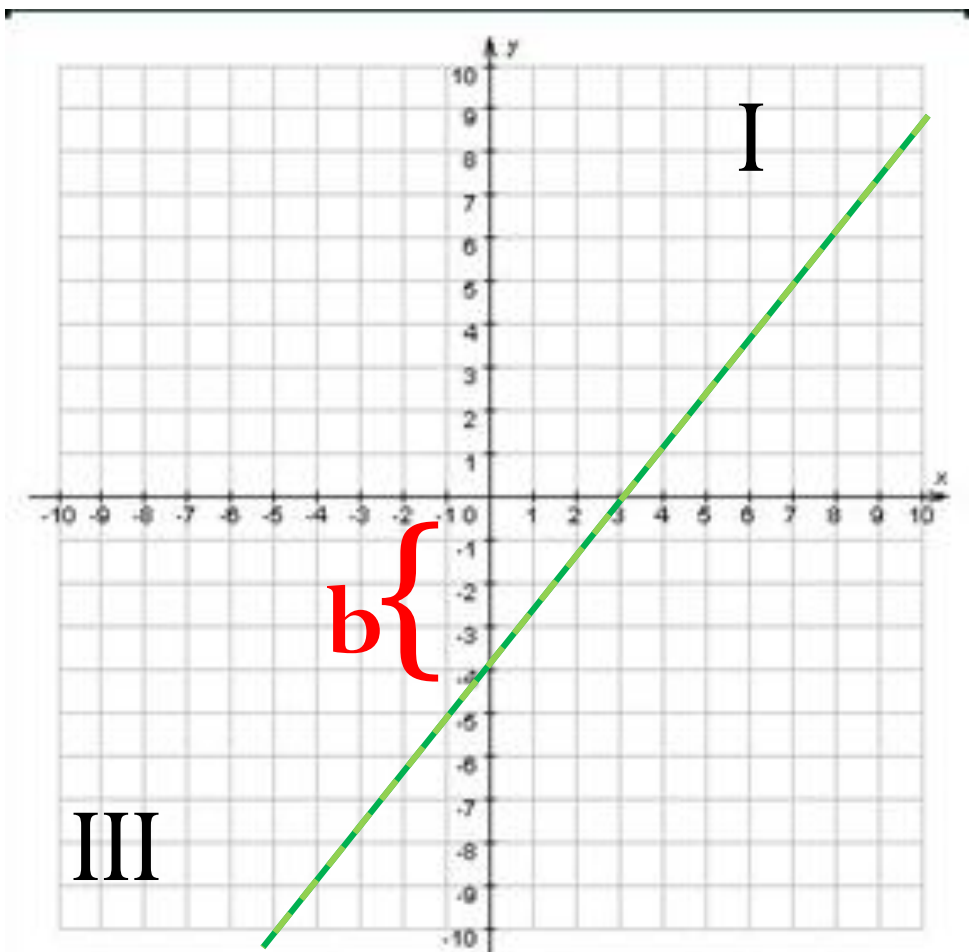


$$b < 0$$

Прямая смещается вниз  
вдоль оси  $Oy$  на  $b$  единиц



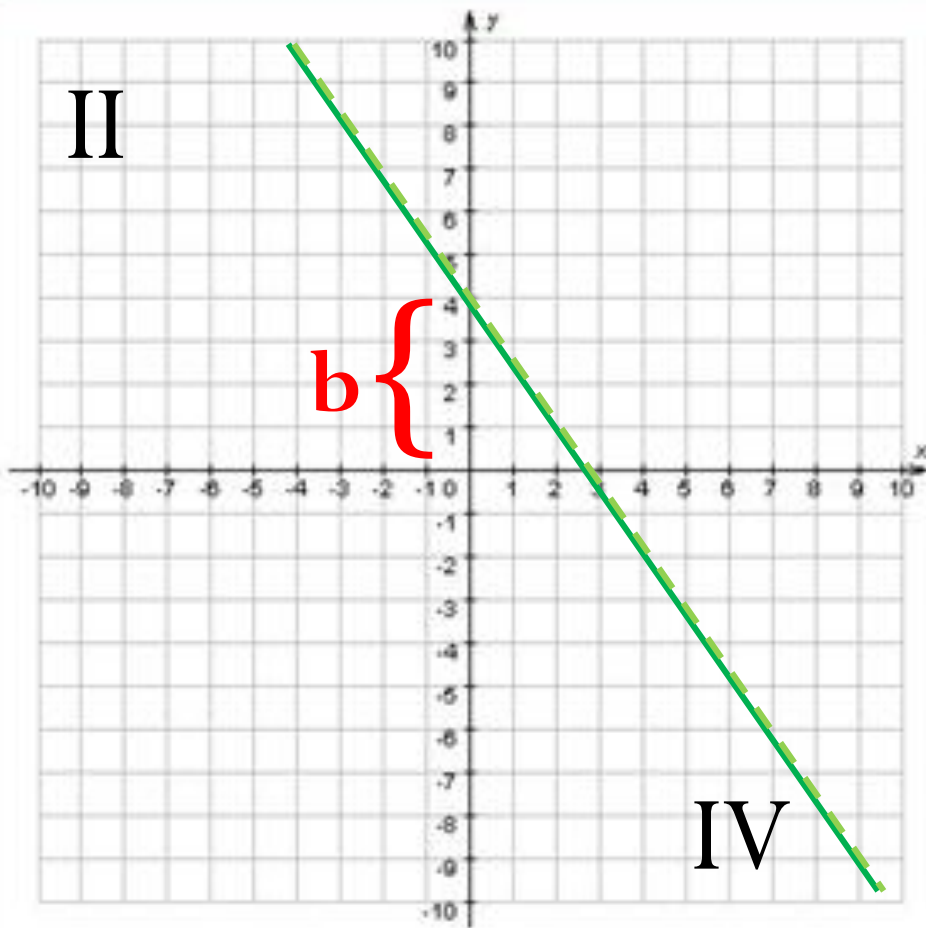
Определите знак коэффициентов  $b$  и  $k$   
у данной прямой



Прямая возрастает,  
значит коэффициент  
 $k > 0$

Прямая смещена  
вниз на четыре  
единицы вдоль оси  
ординат, значит  $b < 0$

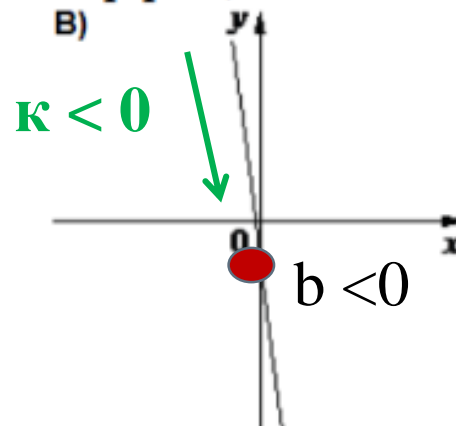
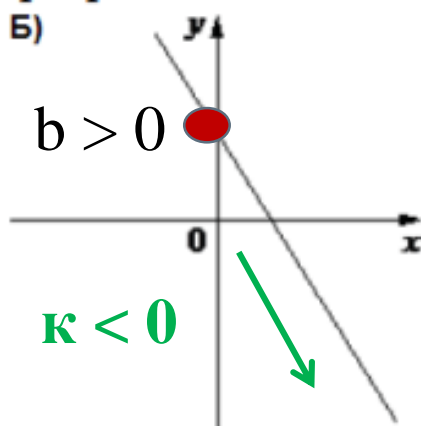
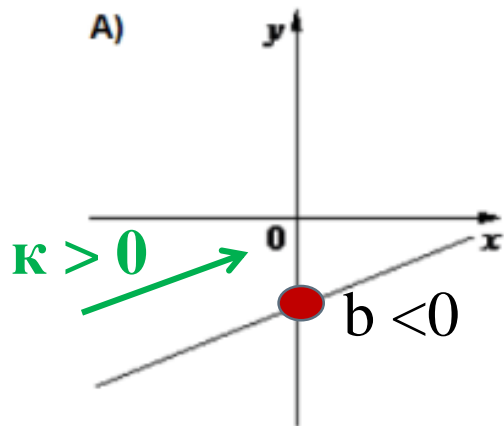
Определите знак коэффициентов  $b$  и  $k$   
у данной прямой



Прямая убывает,  
значит коэффициент  
 $k < 0$

Прямая смещена  
вверх на четыре  
единицы вдоль оси  
ординат, значит  $b > 0$

На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов.



КОЭФФИЦИЕНТЫ:

1)  $k < 0, b > 0$

2)  $k < 0, b < 0$

3)  $k > 0, b < 0$

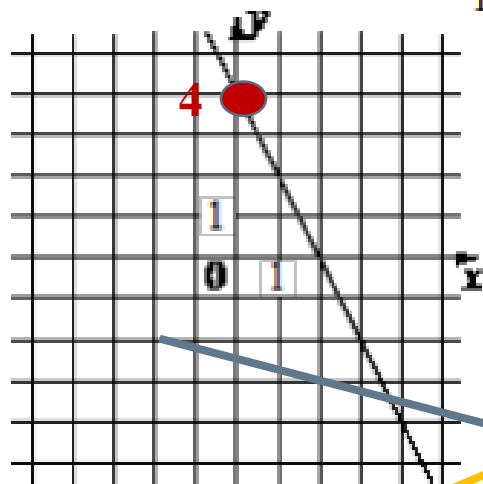
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер:

А	Б	В
3	1	2

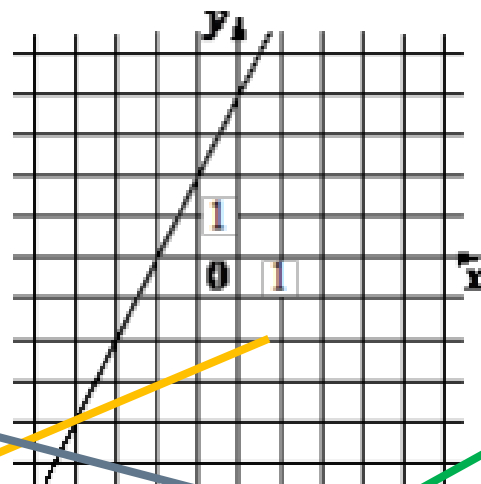
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

## ГРАФИКИ

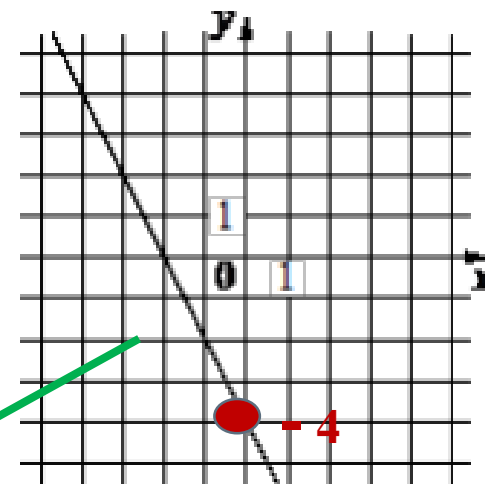
А)



Б)



В)



## ФОРМУЛЫ

1)  $y = 2x + 4$

2)  $y = -2x - 4$

3)  $y = -2x + 4$

**ОТВЕТ: 312**

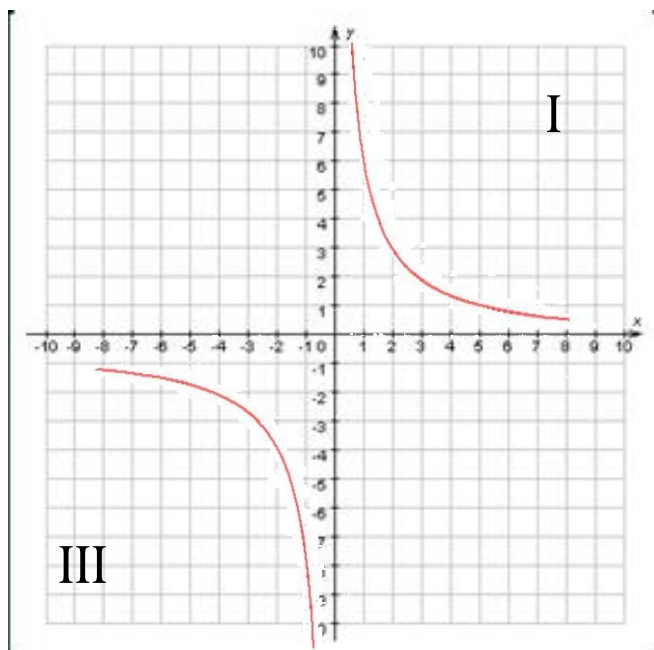
# Обратная- пропорциональность

Задается уравнением вида  $y = \frac{k}{x}$

Графиком функции является гипербола. Коэффициент,  $k$  определяет расположение графика на координатной плоскости.

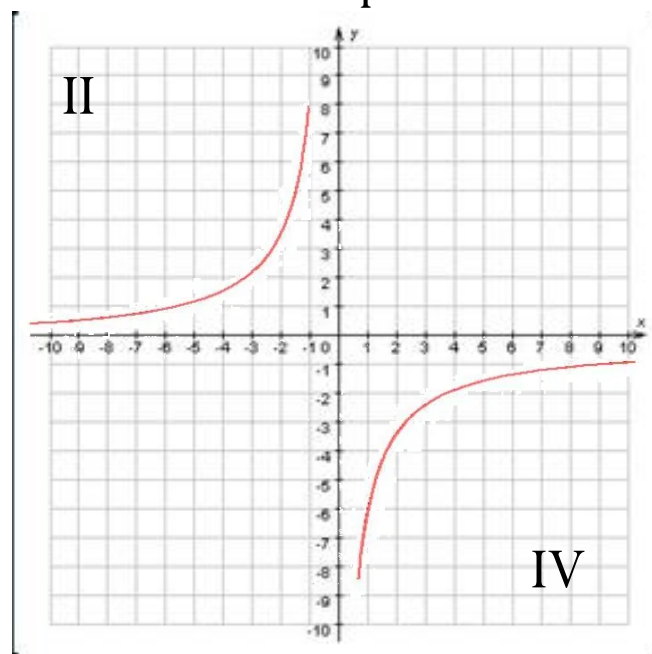
$k > 0$

Ветви гиперболы находятся в первой и третьей координатной четверти



$k < 0$

Ветви гиперболы находятся во второй и четвертой координатной четверти



Найдите значение  $k$  по графику функции  $y = \frac{k}{x}$ ,  
изображенному на рисунке.

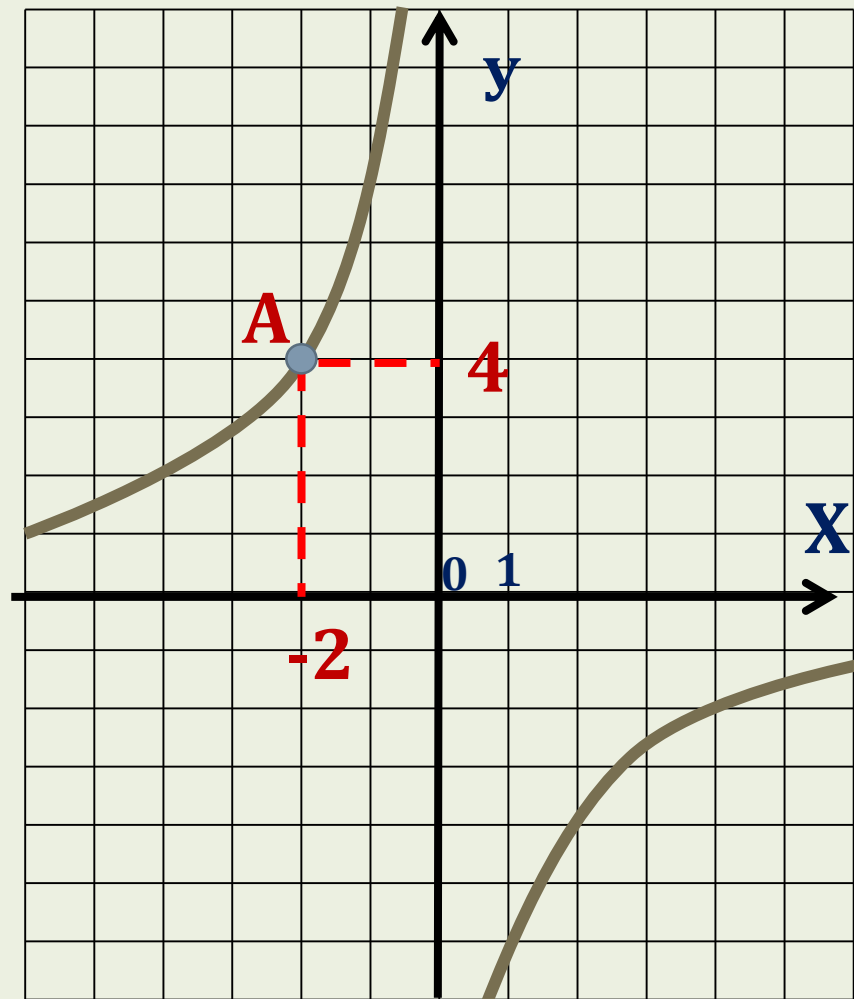
Найдем координаты точки,  
принадлежащей графику функции

$A (-2 ; 4)$

Подставим координаты точки  
в функцию

$$y = \frac{k}{x} \quad \rightarrow \quad 4 = \frac{k}{-2}$$

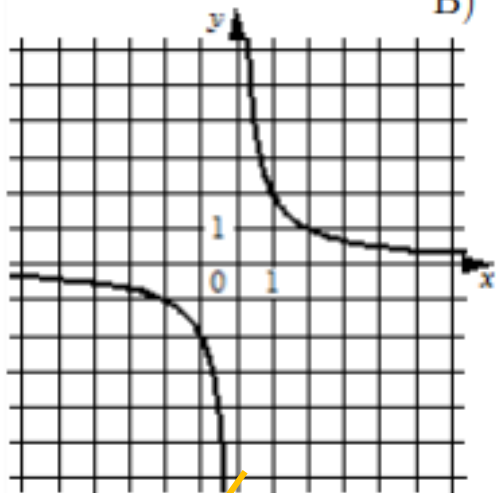
$$k = -8$$



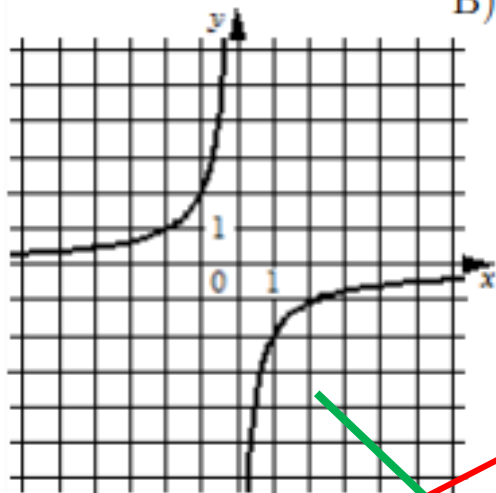
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

### ГРАФИКИ

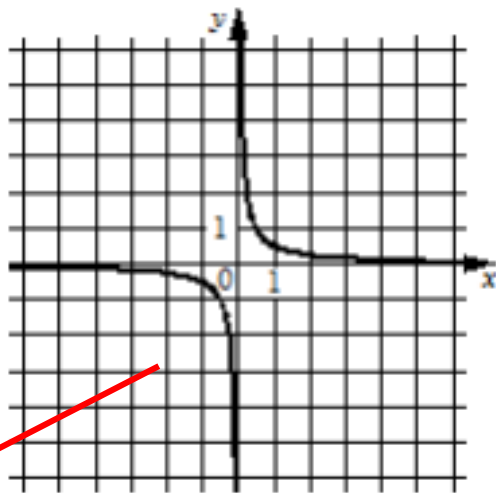
А)



Б)



В)



### ФОРМУЛЫ

1)  $y = \frac{2}{x}$

2)  $y = \frac{1}{2x}$

3)  $y = -\frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

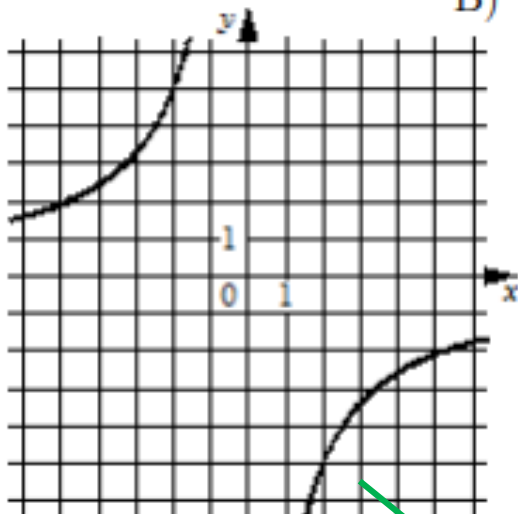
А	Б	В
1	3	2



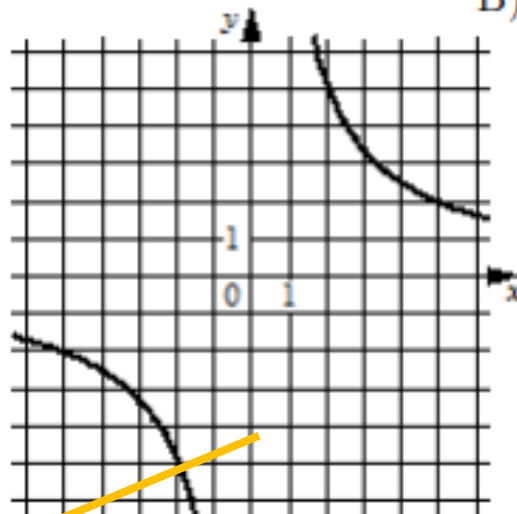
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

### ГРАФИКИ

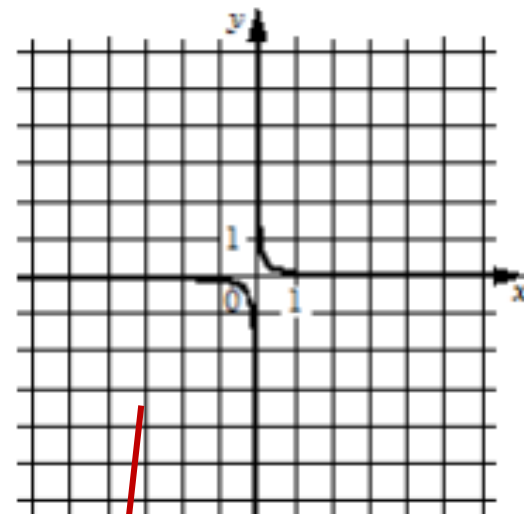
А)



Б)



В)



### ФОРМУЛЫ

1)  $y = \frac{10}{x}$

2)  $y = -\frac{10}{x}$

3)  $y = \frac{1}{10x}$

# Квадратичная функция

Задается уравнением вида  $y=ax^2+bx+c$

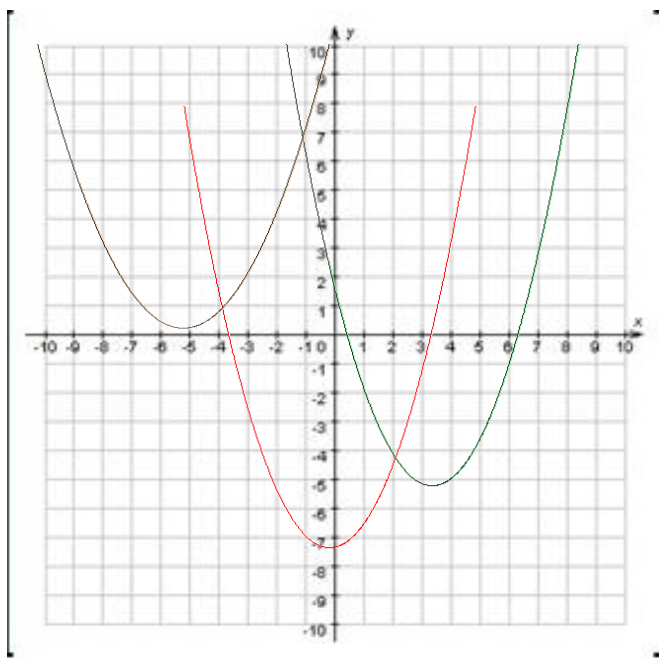
Графиком функции является парабола. Коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  определяют расположение графика на координатной плоскости.

Коэффициент  $a$ :

Определяет направление ветвей параболы:

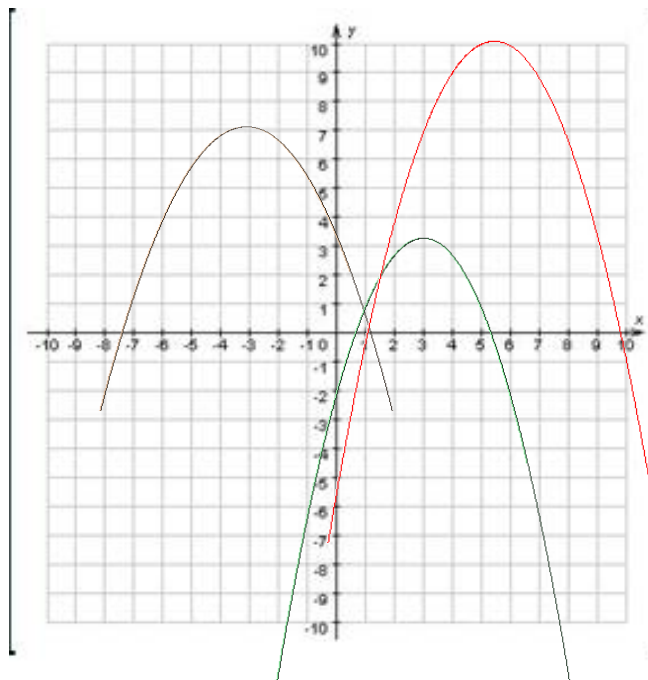
$$a > 0$$

Ветви параболы направлены вверх



$$a < 0$$

Ветви параболы направлены вниз



$$y=ax^2+bx+c$$

## Коэффициент $c$ :

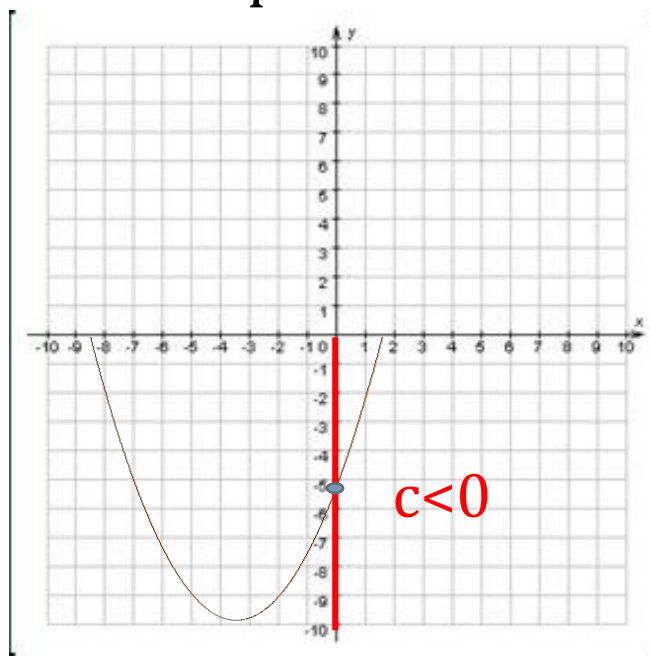
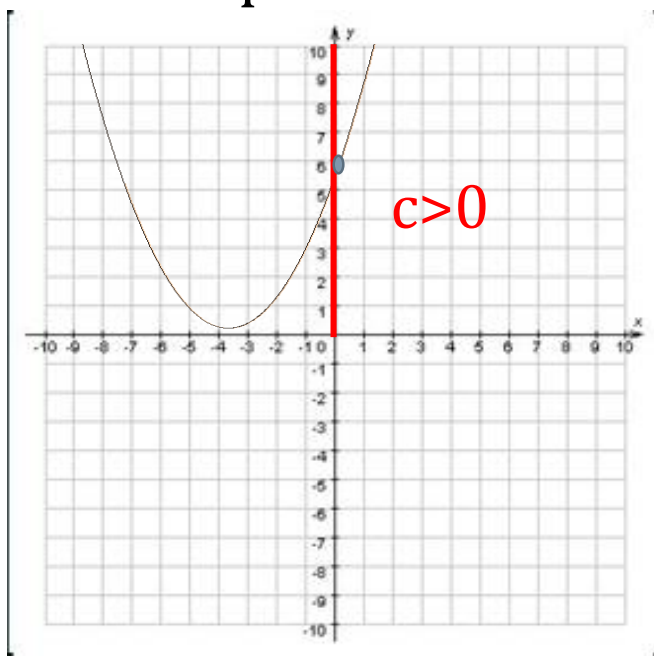
- Определяют положение точки пересечения параболы с осью ординат (Oy)

$$c > 0$$

$$c < 0$$

Парабола пересекает ось Oy  
в положительном  
направлении

Парабола пересекает ось Oy  
в отрицательном  
направлении



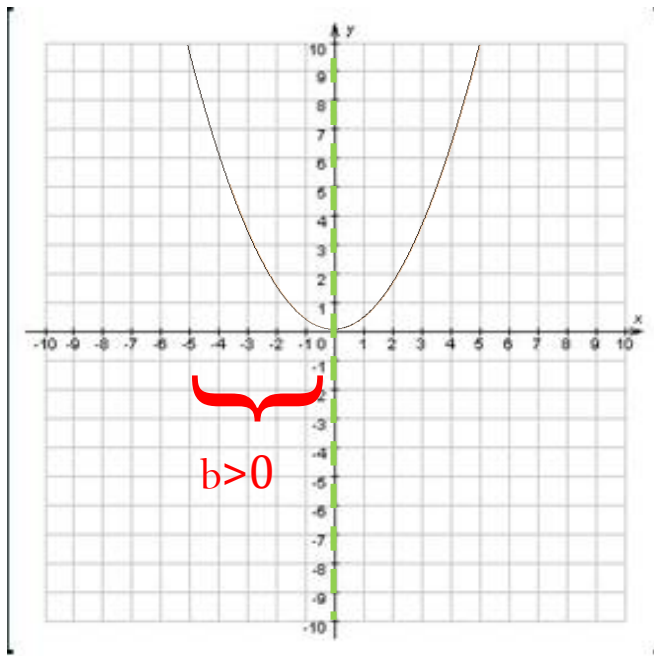
$$y = ax^2 + bx + c$$

## Коэффициент $b$ :

- Определяет смещение параболы вправо или влево вдоль оси абсцисс ( $Ox$ )

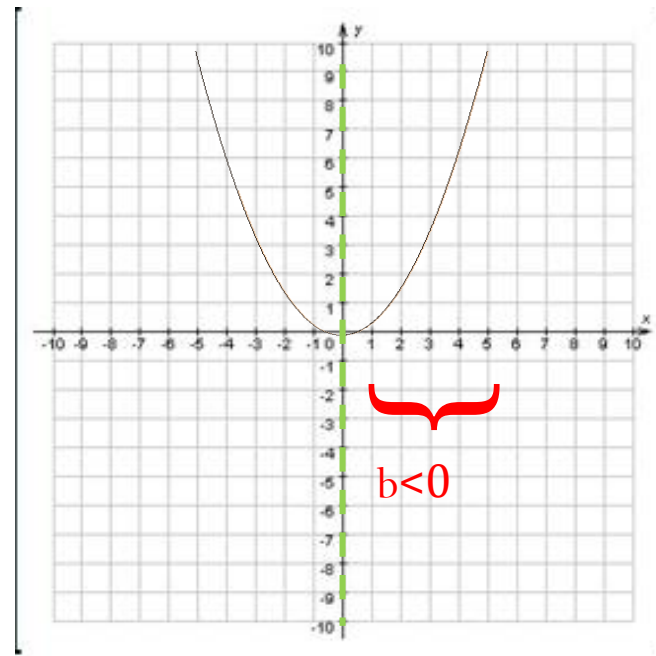
$$b > 0$$

Парабола смещена влево  
вдоль оси абсцисс

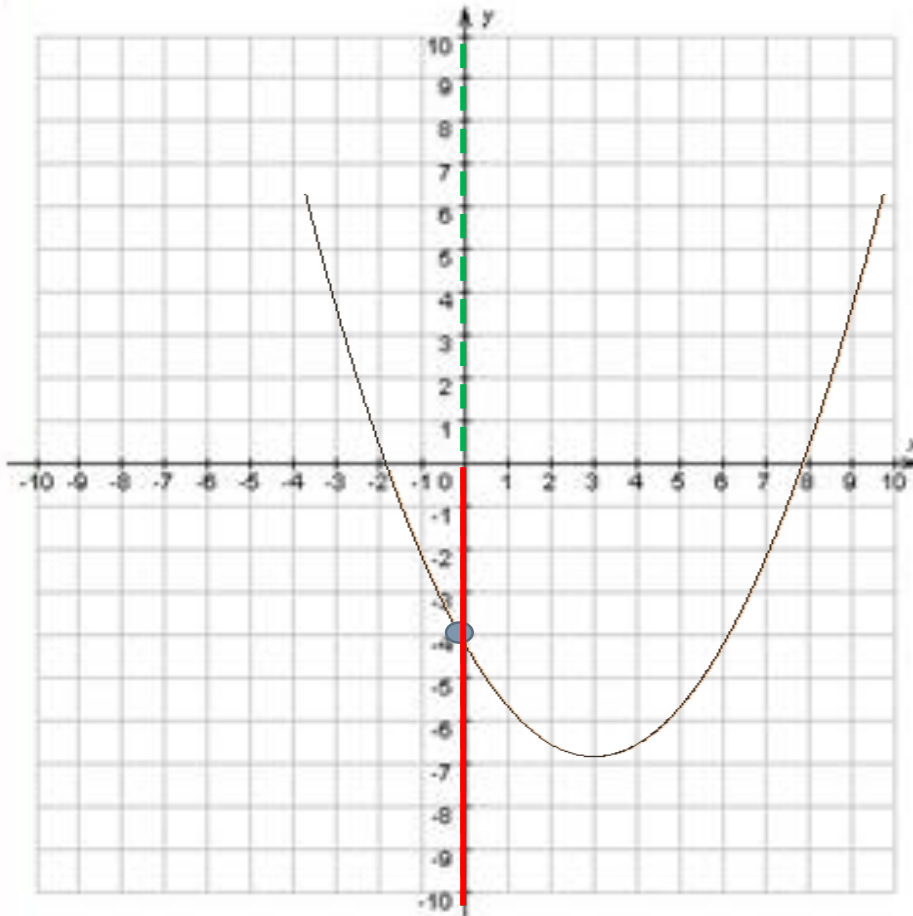


$$b < 0$$

Парабола смещена вправо  
вдоль оси абсцисс



# Определите знаки коэффициентов $a$ , $b$ и $c$ данной параболы



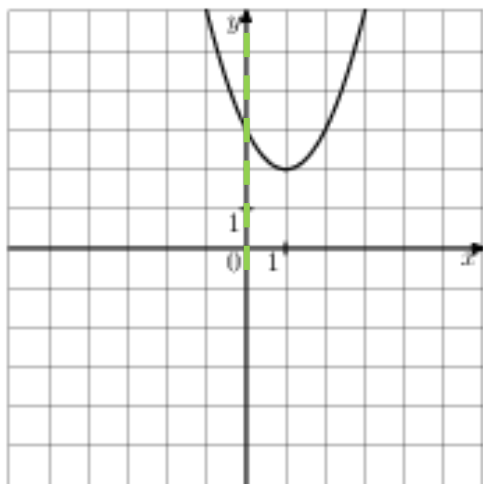
Ветви параболы направлены вверх, значит коэффициент  $a > 0$

Парабола смещена вправо вдоль оси абсцисс, значит коэффициент  $b < 0$

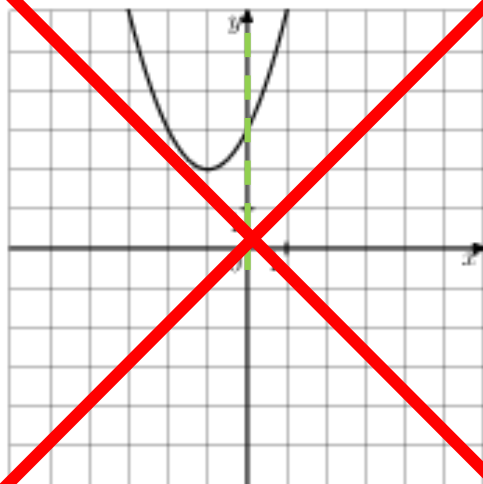
Парабола пересекает ось ординат в отрицательном направлении, значит коэффициент  $c < 0$

На одном из рисунков изображен график функции  $y=x^2 - 2x + 3$ .  
Укажите номер этого рисунка.

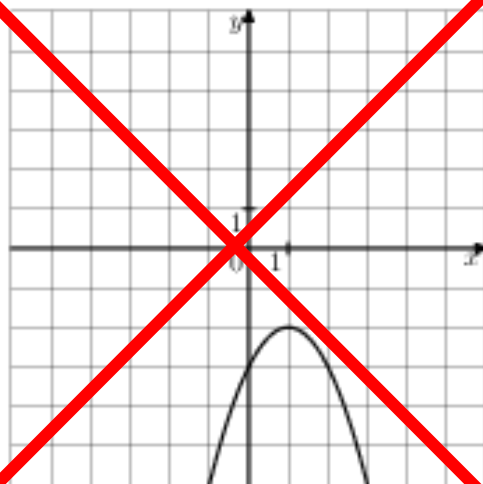
1



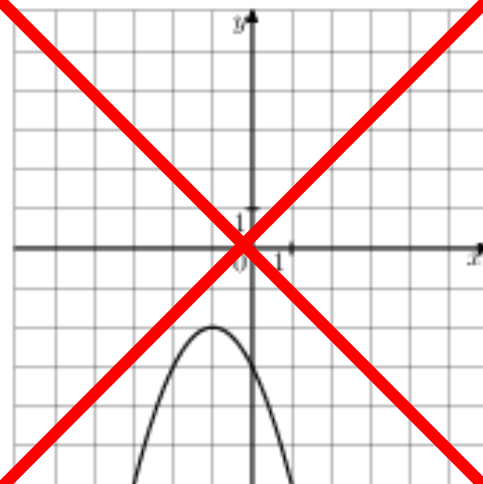
2



3



4



$$y=x^2 - 2x + 3$$

$a > 0$  - ветви  
параболы  
направлены  
вверх

$b < 0$  -  
парабола  
смещена  
вправо вдоль  
оси абсцисс

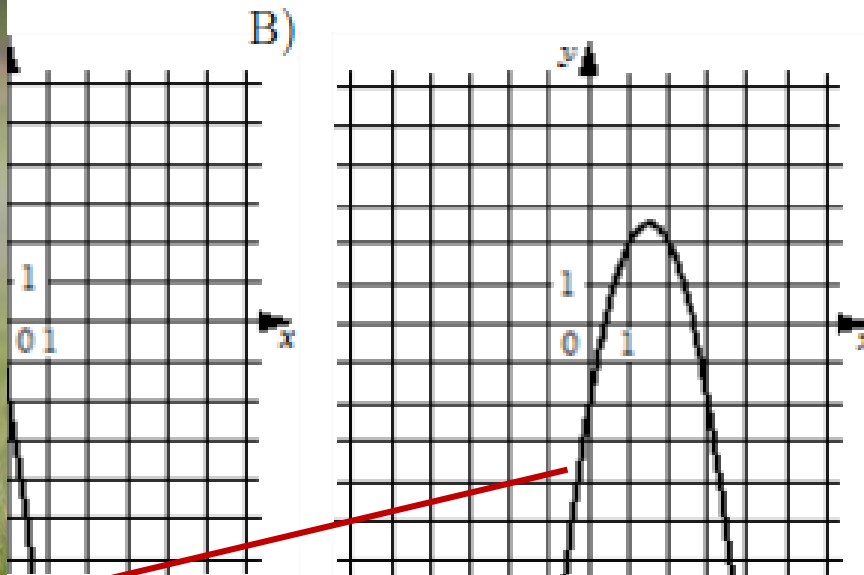
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

$$y = ax^2 + bx + c$$

Правило **О**ленья

**О**динаковы **Л**ево

**ГРАФИКИ**



1)  $y = -2x^2 + 6x - 2$

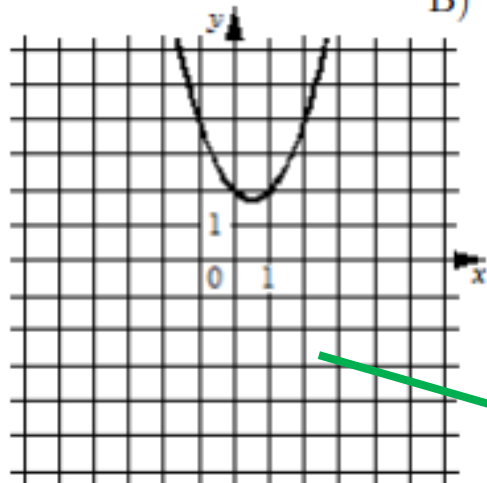
2)  $y = -2x^2 - 6x - 2$

3)  $y = 2x^2 + 6x + 2$

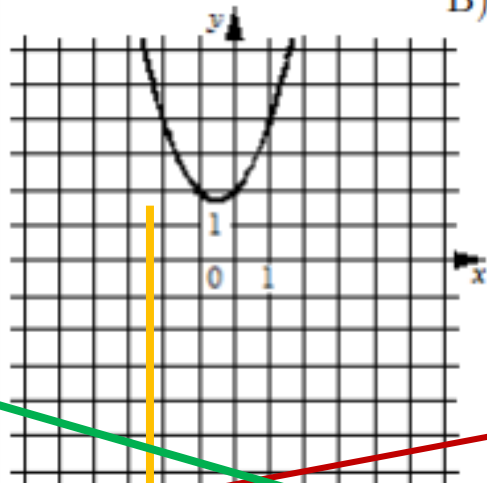
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

## ГРАФИКИ

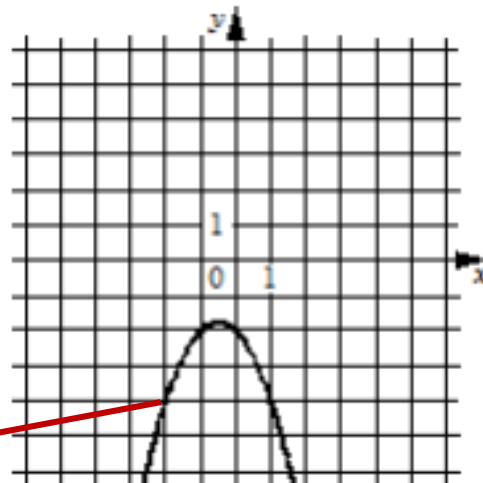
А)



Б)



В)



## ФОРМУЛЫ

1)  $y = -x^2 - x - 2$

2)  $y = \underline{x^2 + x + 2}$

3)  $y = x^2 - x + 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В
<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

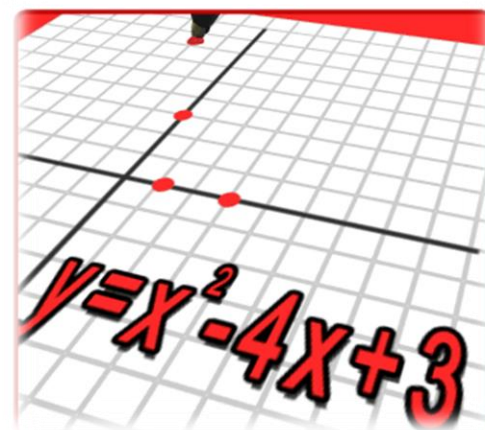
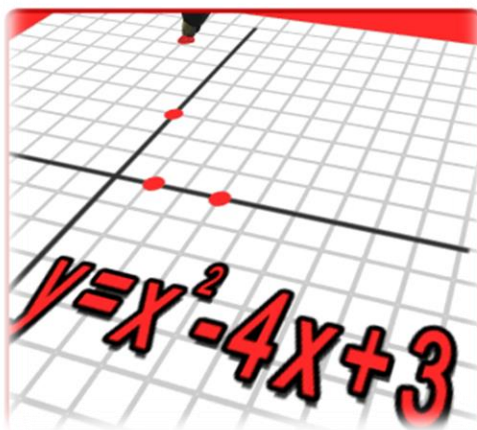
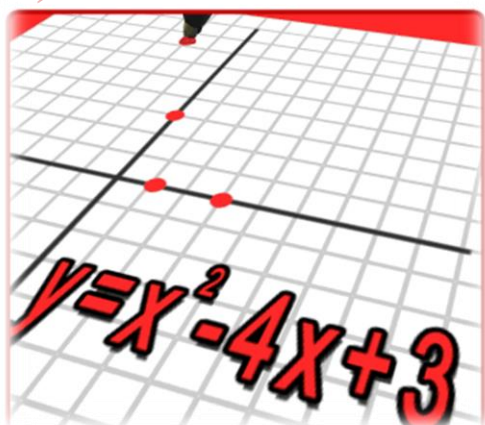


# Задание 22



# Алгоритм работы с заданием №22

- 1) преобразуем формулу, которая задаёт функцию, и найдём область определения функции;
- 2) определим вид и характерные точки графика функции на каждом промежутке;
- 3) изобразим график функции на координатной плоскости (учитывая точки разрыва функции);
- 4) исследуем график функции, исходя из вопроса к заданию (проведём прямые  $y=t$  или  $y=kx$ , согласно условию задачи);
- 5) запишем ответ.



# Основные виды заданий №22

## 1. Дробно-рациональные функции.

22 Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + x - 6)(x^2 - 2x - 3)}{x^2 - 9}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

22 Постройте график функции  $y = \frac{5x - 8}{5x^2 - 8x}$ .

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

## 2. Кусочные функции.

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x - 2, & \text{если } x < 3, \\ -3x + 13, & \text{если } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 5, & \text{если } x > 4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

## 3. Функции, при преобразовании которых необходимо раскрыть знак модуля.

22 Постройте график функции  $y = x^2 - |6x + 5|$ .

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

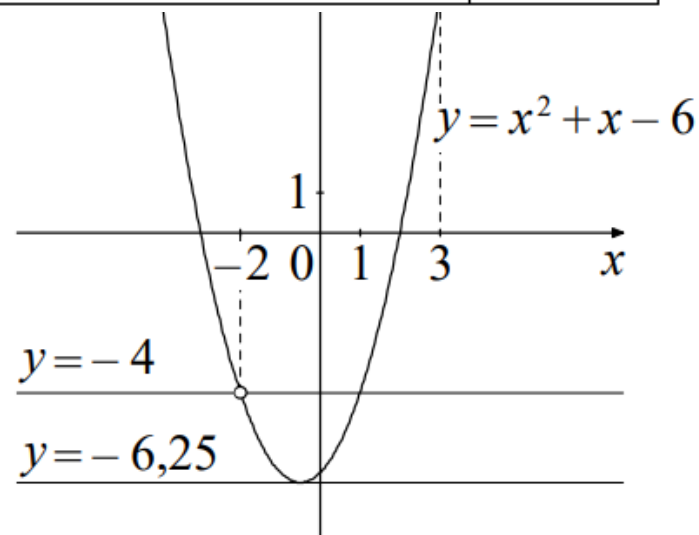
22 Постройте график функции  $y = x^2 - 4|x| - x$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

**22** Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y=c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Содержание критерия		Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра		2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены		1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
<i>Максимальный балл</i>		2

Графиком является парабола без точек  $(-2; -4)$  и  $(3; 6)$ .

Прямая  $y=c$  имеет с графиком ровно одну общую точку, если проходит через вершину параболы  $(-0,5; -6,25)$ , либо через одну из выколотых точек. Поэтому  $c = -6,25$ ,  $c = -4$  или  $c = 6$ .



Ответ:  $-6,25$ ,  $-4$ ,  $6$ .

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

1) Построим график функции  $y = x - 3$  при  $x < 3$

x	0	3
y	-3	0

2) Построим график функции  $y = -1,5x + 4,5$  при  $3 \leq x \leq 4$

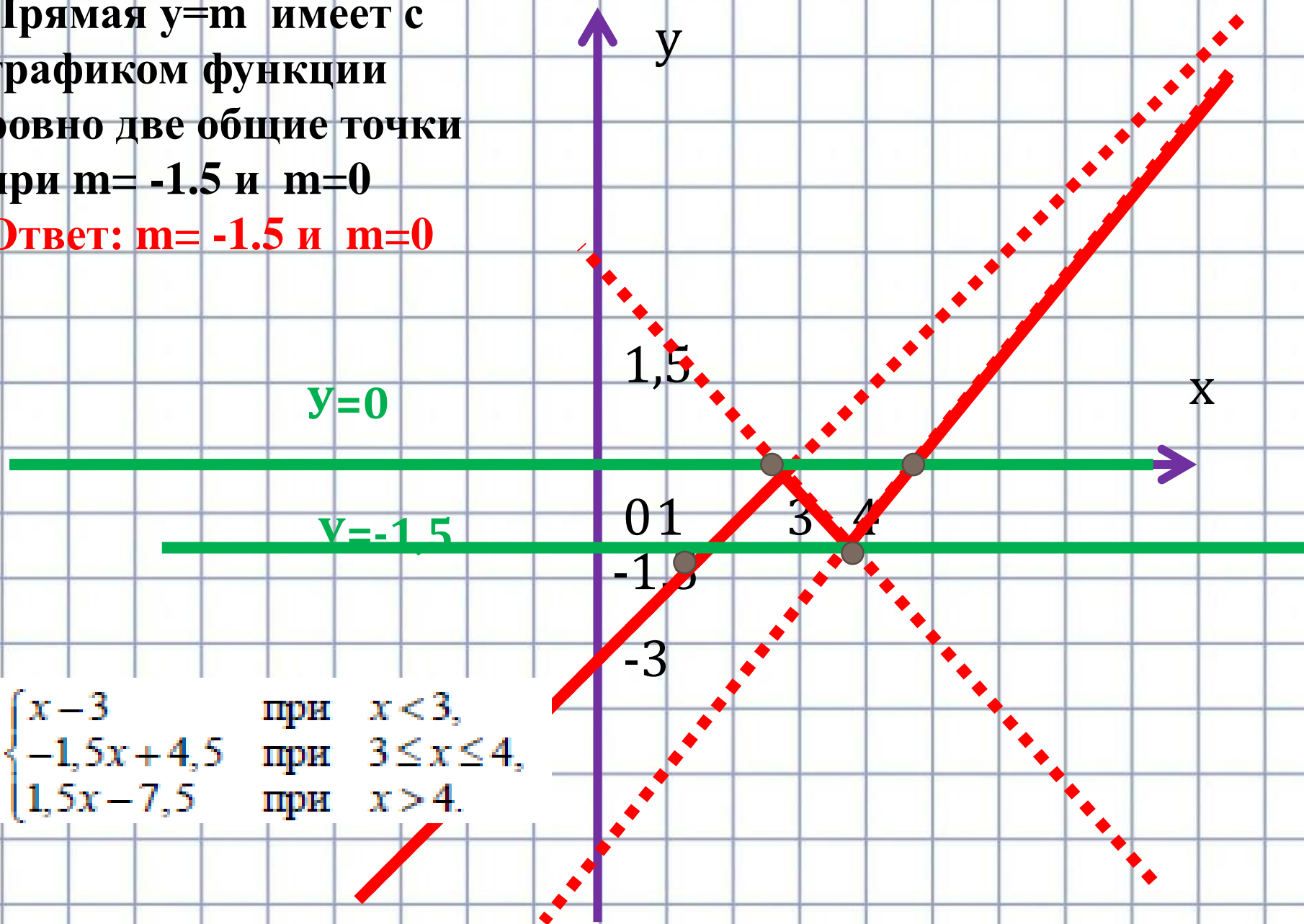
X	3	4
y	0	-1,5

3) Построим график функции  $y = 1,5x - 7,5$  при  $x > 4$

X	4	6
y	-1,5	1,5

Прямая  $y=m$  имеет с графиком функции ровно две общие точки при  $m = -1.5$  и  $m = 0$

**Ответ:  $m = -1.5$  и  $m = 0$**



$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1.5x + 4.5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1.5x - 7.5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$



## Кусочные функции

Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & \text{если } x \geq 1, \\ 3x, & \text{если } x < 1 \end{cases}$   
и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$   
имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & \text{если } x \geq 1, \\ 3x, & \text{если } x < 1 \end{cases}$$

$$y_1 = x^2 - 4x + 6$$

$$y_2 = 3x$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = 2;$$

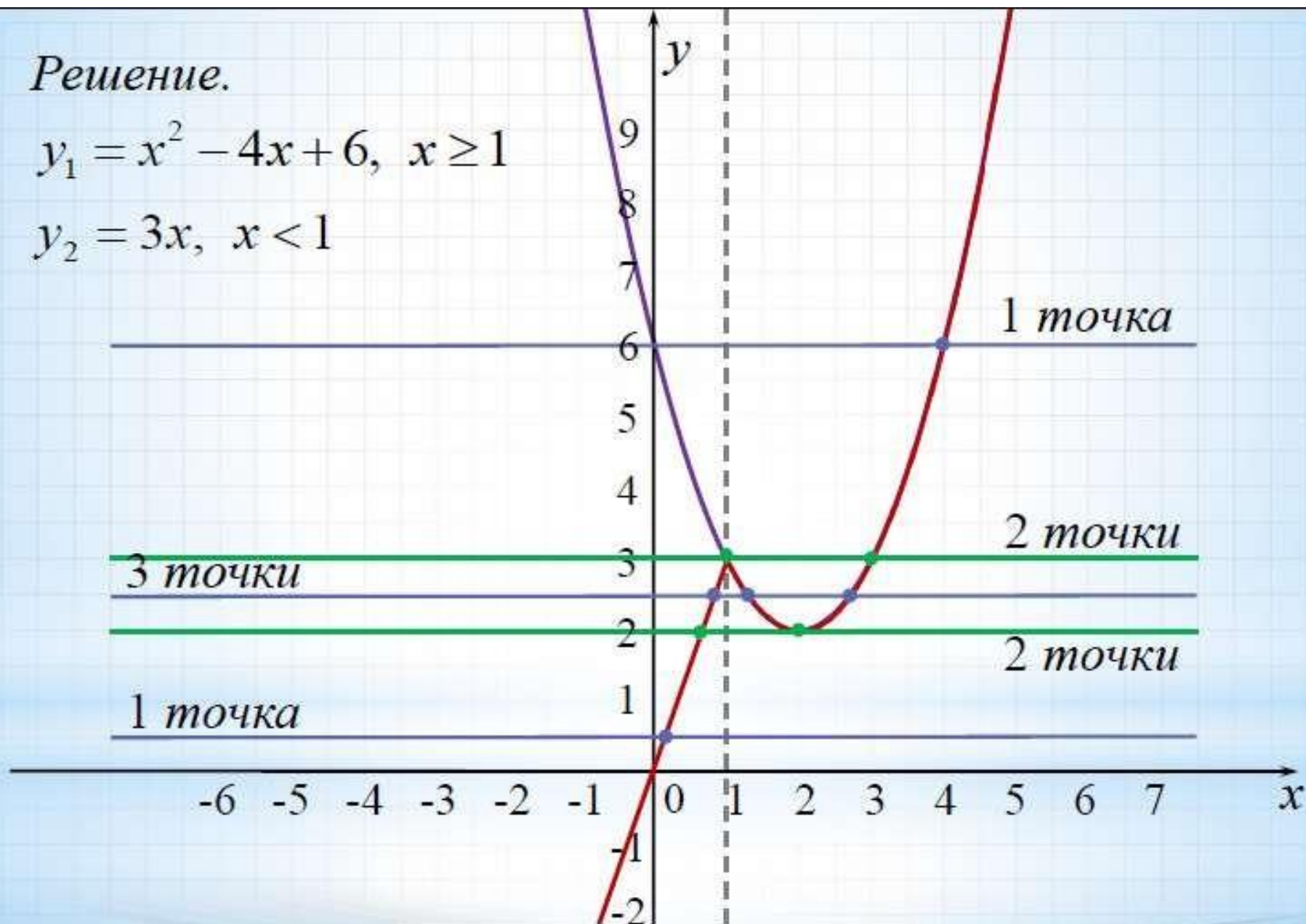
$x$	0	-2
$y$	0	-6

$$y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 6 = 2.$$

Решение.

$$y_1 = x^2 - 4x + 6, \quad x \geq 1$$

$$y_2 = 3x, \quad x < 1$$



Ответ:  $m = 2; m = 3.$

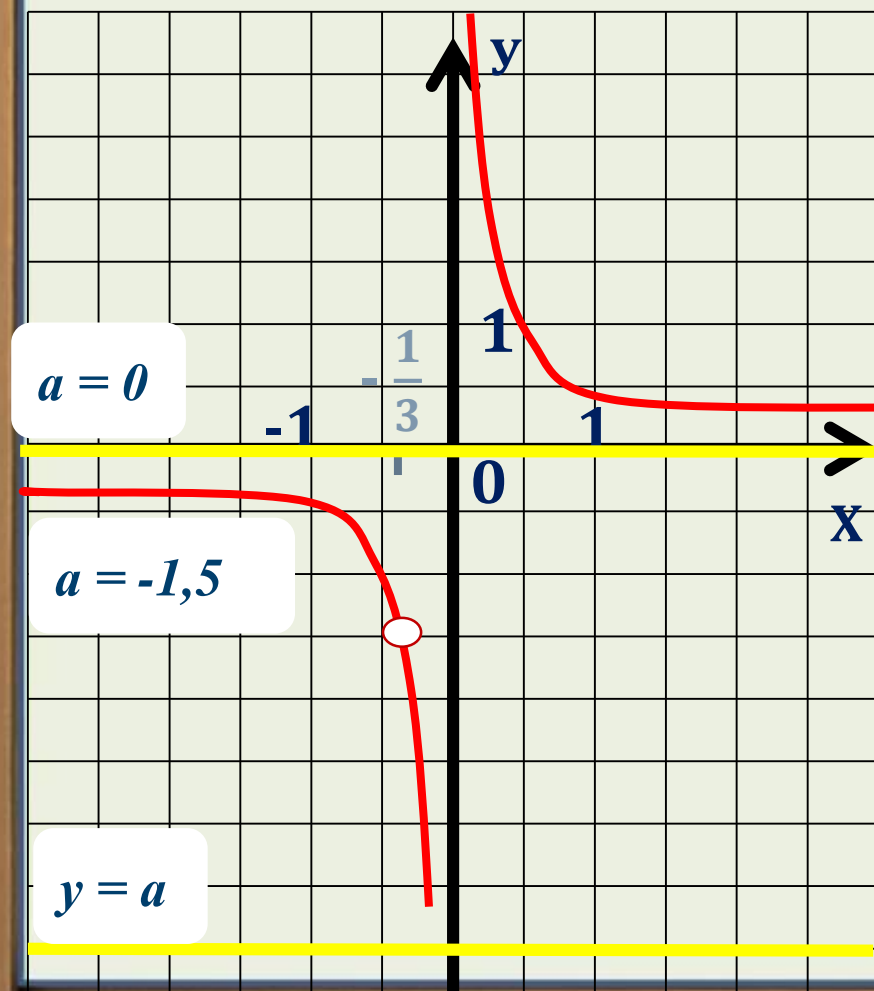


Постройте график функции  $y = \frac{3x+1}{6x^2+2x}$  и определите, при каких значениях параметра  $a$  прямая  $y = a$  не имеет с графиком общих точек.

1. Преобразуем функцию:  $y = \frac{3x+1}{6x^2+2x} = \frac{3x+1}{2x(3x+1)} = \frac{1}{2x}$ , ОДЗ:  $x \neq 0$ ,  $x \neq -\frac{1}{3}$

2. Построим график функции  $y = \frac{1}{2x}$

<b>X</b>	1	0,5	2	-1	-0,5	-2
<b>y</b>	0,5	1	0,25	-0,5	-1	-0,25



Определим, при каких значениях параметра  $a$  прямая  $y = a$  не имеет с графиком общих точек.

Очевидно, что горизонтальная прямая  $y = a$  не имеет с графиком ни одной общей точки при  $a = 0$  и в "исключенной" точке  $x = -\frac{1}{3}$ .

Найдем соответствующую ординату:

$$y = \frac{1}{2x} = \frac{-3}{2} = -1,5 \rightarrow a = -1,5$$

Ответ: 0 и -1,5.

Постройте график функции  $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 16x + 48}{x+3}$  и определите, при каких значениях параметра  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком общих точек.

Очевидно, что прямая  $y = kx$  не имеет общих точек с параболой, если:

- Преобразуем функцию
- графики этих функций не пересекаются  $\frac{x^3 + 3x^2 + 16x + 48}{x+3} = x^2 + 16$
- в точке с абсциссой  $x = -3$ .

2. Для того чтобы соответствующая ордината параметра  $k$  при которой графики функций не пересекаются, рассмотрим

Построим график функции  $y = x^2 + 16$ , систему  $\begin{cases} y = kx \\ y = x^2 + 16 \end{cases}$  учитывая ОДЗ:  $x \neq -3$ .

решим методом сложения, получим  $x^2 - kx + 16 = 0$ . Получили точку с координатами  $(-3; 25)$ .

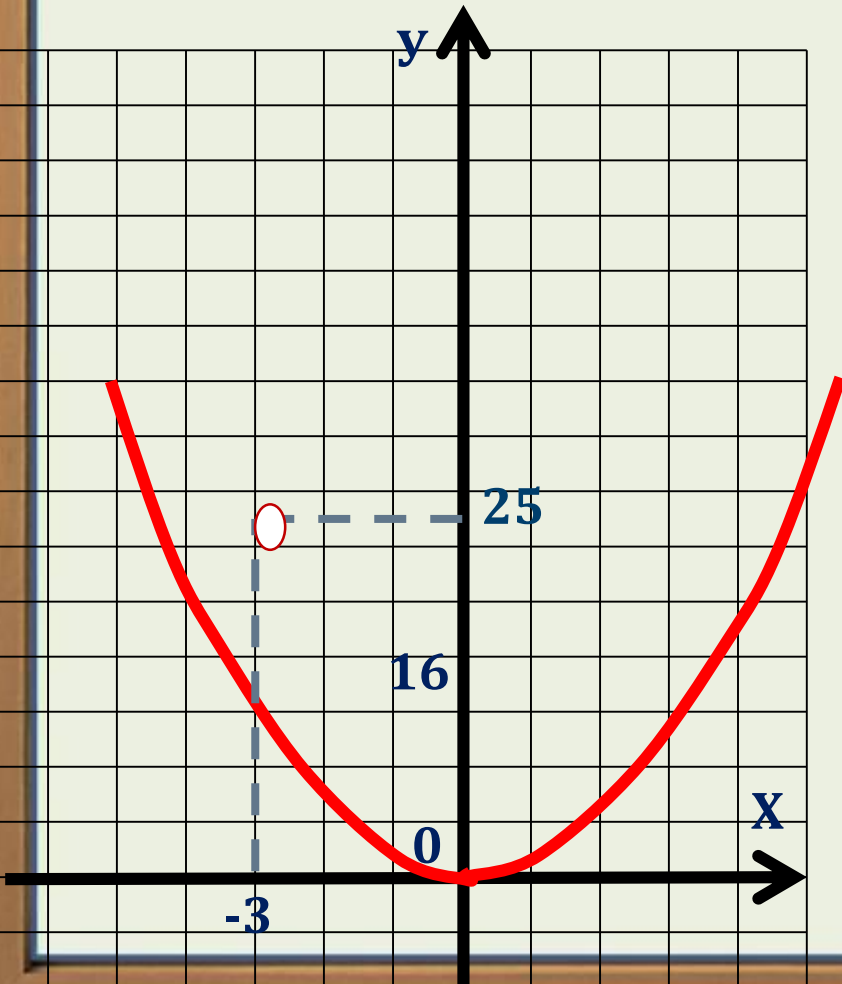
Поскольку получили значение функции  $y = x^2$ , которое сдвинем на 16 ед. отрезков вдоль оси ординат. Нас интересуют такие значения параметра  $k$ , при котором уравнение не имеет корней, т.е.  $D < 0$ .

$$D = k^2 - 4 \cdot 16, \quad k^2 - 64 < 0,$$

$$(k - 8)(k + 8) < 0,$$

Ответ:  $-\frac{25}{3}; (-8; 8)$ .

$$k \in (-8; 8)$$



**Постройте график функции  $y = x^2 - 4|x| + 3$  и определите, при каких значениях параметра  $a$  прямая  $y=a$  имеет с графиком ровно две общие точки.**

Воспользуемся определением модуля числа:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

и преобразуем функцию:

$$y = \begin{cases} x \geq 0, & x^2 - 4x + 3 & \text{(1)} \\ x < 0, & x^2 + 4x + 3 & \text{(2)} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{построим график} \\ \text{каждой функции.} \end{array}$$

1.  $x \geq 0, y = x^2 - 4x + 3$ , квадратичная функция,

график параболы, ветви  $\uparrow$  ( $a > 0$ ).

$$m = \frac{4}{2} = 2, \quad n = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1, \quad (2; -1)$$

Найдем дополнительные точки:  $(1; 0), (0; 3)$ .

Строим график.

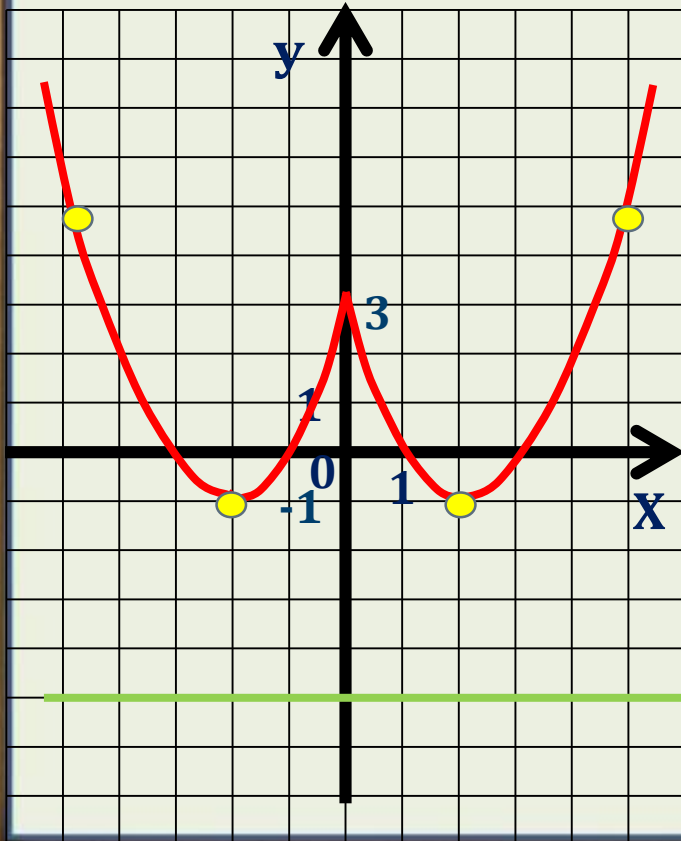
2. График функции при  $x < 0$ , симметричен построенной параболе относительно оси ординат.

Определим при каких значениях параметра  $a$

прямая  $y=a$  имеет с графиком ровно две общие точки.

$$y = -1, \quad a = -1 \quad a \in (3; +\infty)$$

Ответ:  $-1; (3; +\infty)$



Постройте график функции

$$y = |x^2 + 2x - 3|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции  $y = x^2 + 2x - 3$  при  $x < -3$  и  $x > 1$  и график функции  $y = -x^2 - 2x + 3$  при  $-3 \leq x \leq 1$ .

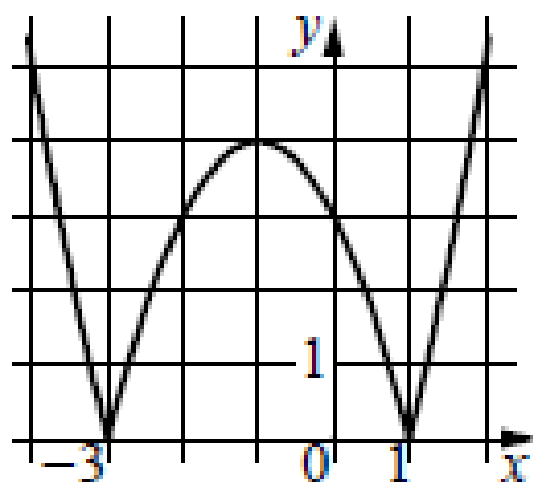


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

Ответ: 4.

## Типичные ошибки при выполнении 22 задания

- не правильно построен график;
- записано верное значение параметра, но не указано, как оно получено;
- не обозначена выколота точка;
- отсутствуют обозначения осей координат, единичный отрезок на координатных осях или направления координатных осей.

## Много практикуйтесь.

Чем больше задач вы решите на этапе подготовки, тем проще будет справиться с ними на настоящем экзамене. Тренироваться можно на заданиях из открытого банка ФИПИ, школьных учебников и дополнительных материалов, демоверсии ОГЭ и т. д. Это поможет вам хорошо подготовиться к ОГЭ по математике и сдать его как можно лучше.

