# Геометрические задачи– подготовка к ОГЭ-2024

Попова Елена Юрьевна,
Учитель МАОУ СОШ №5

# Структура ОГЭ-2024
# (геометрические задания 1 части)

**15**. Нахождение геометрических величин (треугольники, четырёхугольники, многоугольники и их элементы)

**16**. Нахождение геометрических величин (окружность, круг, центральные и вписанные углы, касательная, хорда, секущая, радиус, окружность, описанная вокруг многоугольника и вписанная в многоугольник.)

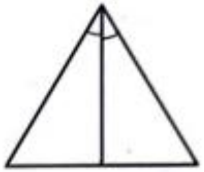
**17**. Задачи на площади фигур.

**18**. Задачи с фигурами на квадратной решётке

**19**. Выбор верных или неверных утверждений (анализ геометрических высказываний)

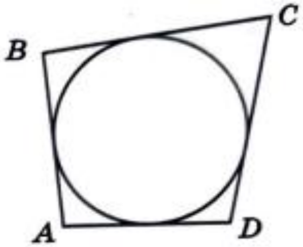
В заданиях 1-5 также есть геометрические задачи (№3, №4) на нахождение площади или расстояния.

**15** Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.



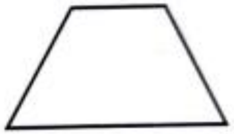
Ответ: __________________________.

**16** Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB = 11$, $BC = 13$, $CD = 12$. Найдите $AD$.



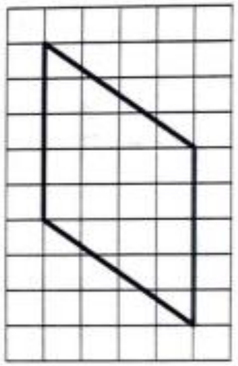

Ответ: __________________________.

**17** Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 94°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: __________________________.

**18** На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \times 1$ изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: __________________________.

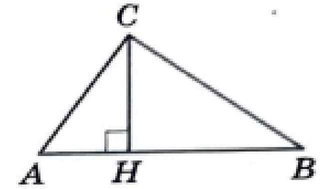
**19** Какое из следующих утверждений верно?

1) Диагонали ромба равны.
2) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

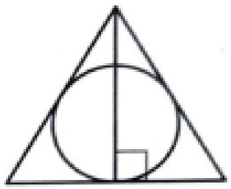
ompany.com

**15** На гипотенузу $AB$ прямоугольного треугольника $ABC$ опущена высота $CH$, $AH = 7$, $BH = 28$. Найдите $CH$.



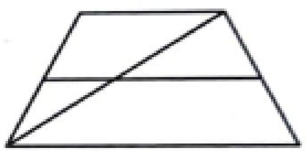

Ответ: ___________________________.

**16** Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 15. Найдите высоту этого треугольника.



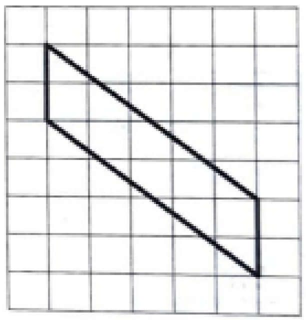
Ответ: ___________________________.

**17** Основания трапеции равны 5 и 9. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: ___________________________.

**18** На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \times 1$ изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: ___________________________.

**19** Какие из следующих утверждений верны?

1) Существует квадрат, который не является прямоугольником.
2) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.
3) Все диаметры окружности равны между собой.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

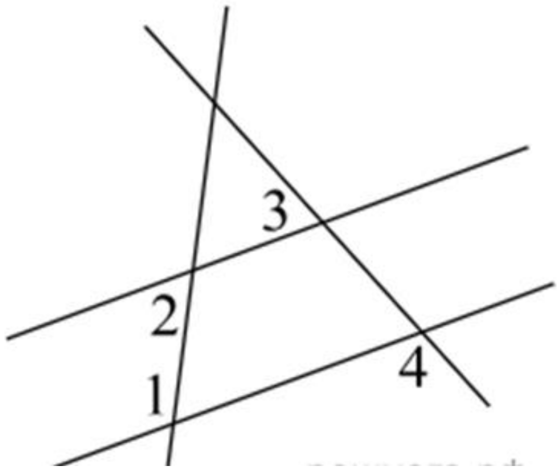
# **Задание № 15** (ОГЭ – 2024)

Треугольники, четырехугольники, многоугольники
и их элементы.

- Углы
- Треугольники общего вида
- Равнобедренные треугольники
- Прямоугольные треугольники
- Параллелограмм
- Ромб
- Трапеция
- Многоугольники

# Углы

На плоскости даны четыре прямые. Известно, что $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 55^\circ$. Найдите $\angle 4$.

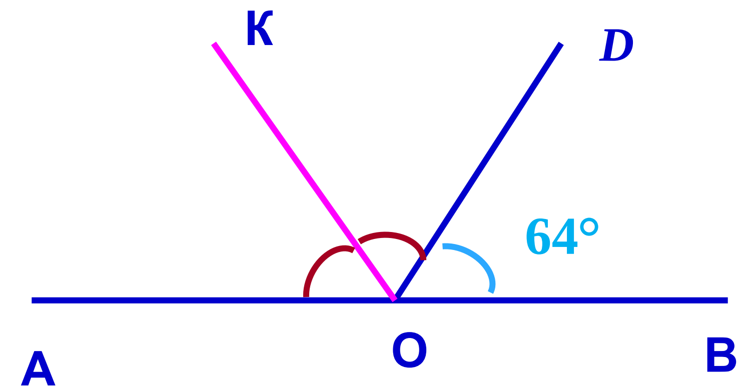



Необходимо знать:

1. Сумма смежных углов 180°
2. Если сумма односторонних углов 180°, то прямые параллельны.
3. Если прямые параллельны, то соответственные углы равны

Решение.
Так как угол 1 и угол 2 односторонние и их сумма равна 180°, прямые, которые заключают эти углы, — параллельны. Найдем угол, смежный с углом 3: 180 – 55 = 125. Этот угол и угол 4 соответственные и равны так как прямые параллельны. Таким образом, угол 4 = 125°.

Найдите величину угла $AOK$, если $OK$ — биссектриса угла $AOD$, $\angle DOB = 64°$. Ответ дайте в градусах.




Углы $AOD$ и $DOB$ — смежные, вместе составляют развёрнутый угол, следовательно, $\angle AOD = 180° - \angle DOB = 180° - 64° = 116°$.
Поскольку $OK$ — биссектриса угла $AOD$, то

$\angle AOK = \angle DOK = \angle AOD/2 = 116°/2 = 58°$.

Необходимо знать:

1. Сумма смежных углов 180°
2. Биссектриса делит угол пополам

**15.** В остроугольном треугольнике $ABC$ проведена высота $CH$, $\angle CBA = 57°$ (см. рис. 4). Найдите угол $BCH$. Ответ дайте в градусах.

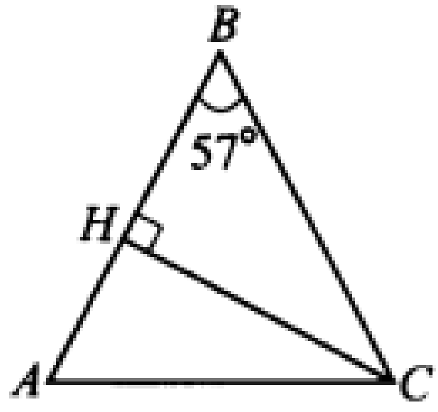


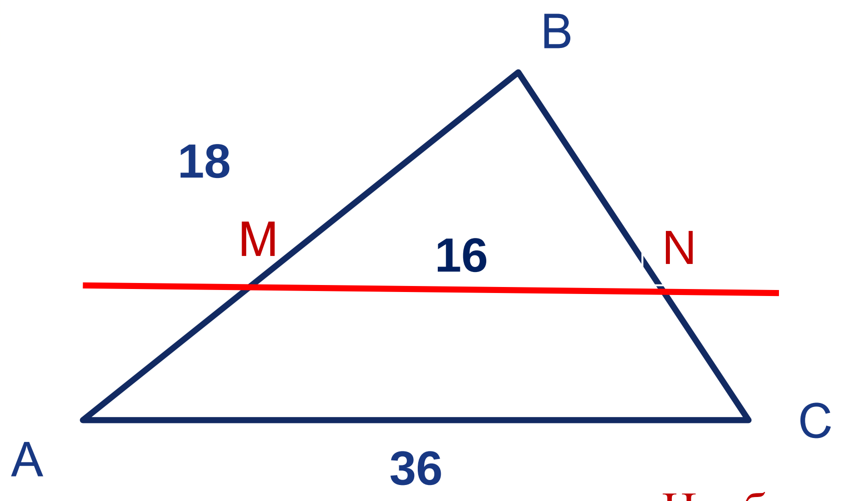

Рис. 4

Решение.
Треугольник BCH – прямоугольный, сумма острых углов этого треугольника 90°. Тогда угол BCH равен 90° – 57° = 33°

Необходимо знать:

1. Высота треугольника — перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую содержащую противоположную сторону.
2. Сумма углов треугольника 180° или сумма острых углов прямоугольного треугольника 90°

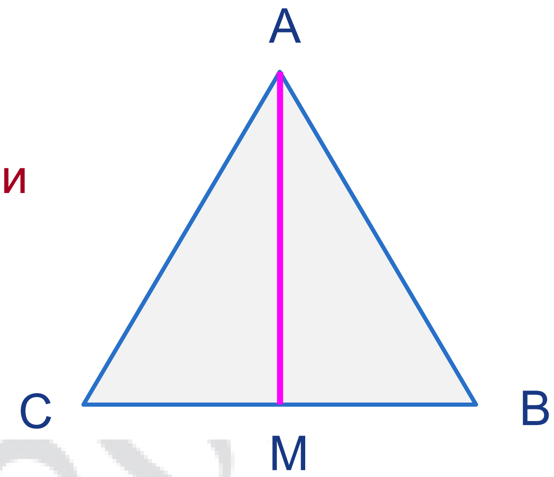
Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, AB = 18, AC = 36, MN = 16. Найдите AM.




Необходимо знать:

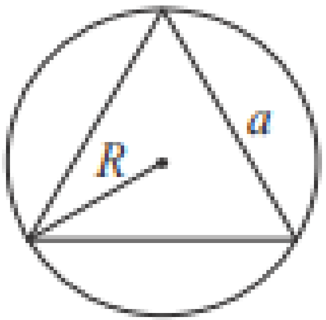
1. Определение подобных треугольников, их свойства, признаки подобия

Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.



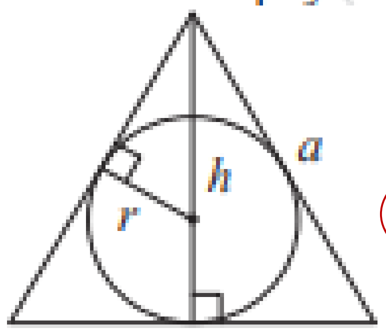

Необходимо знать
В равностороннем треугольнике биссектрисы, высоты и медианы совпадают.
АМ – высота, медиана и биссектриса

**Описанная и вписанная окружности правильного треугольника**




$$R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

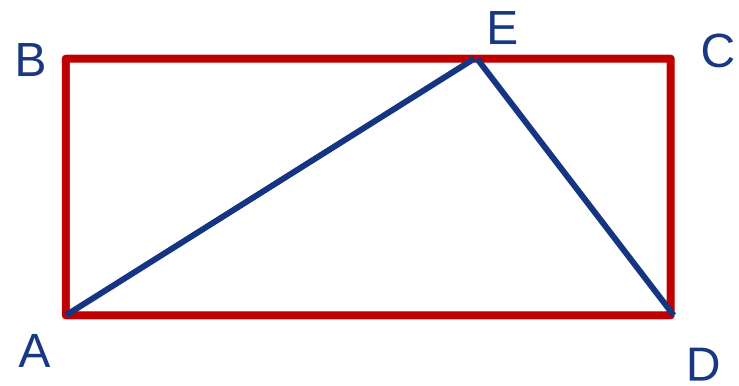



$$r=\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathrm{AM}=\frac{14\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}=21$$

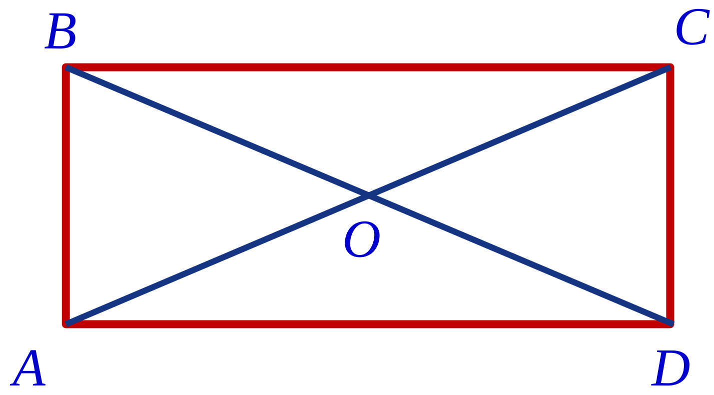
*На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого AB = 12 и AD = 17, отмечена точка E так, что ∠EAB = 45°. Найдите ED.*




Решение.
Треугольник ABE — прямоугольный, угол EAB равен 45°, поскольку сумма углов треугольника равна 180°, угол BEA равен 180° - 90° - 45°=45°
Следовательно, треугольник ABE — равнобедренный, поэтому AB=BE=12.
Найдём отрезок CE:
CE=BC - BE=17 - 12= 5.
Из прямоугольного треугольника CED найдём ED по теореме Пифагора:

$$ED = \sqrt{CE^2 + CD^2} = \sqrt{CE^2 + AB^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13.$$

*Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, BO = 7, AB = 6. Найдите AC.*



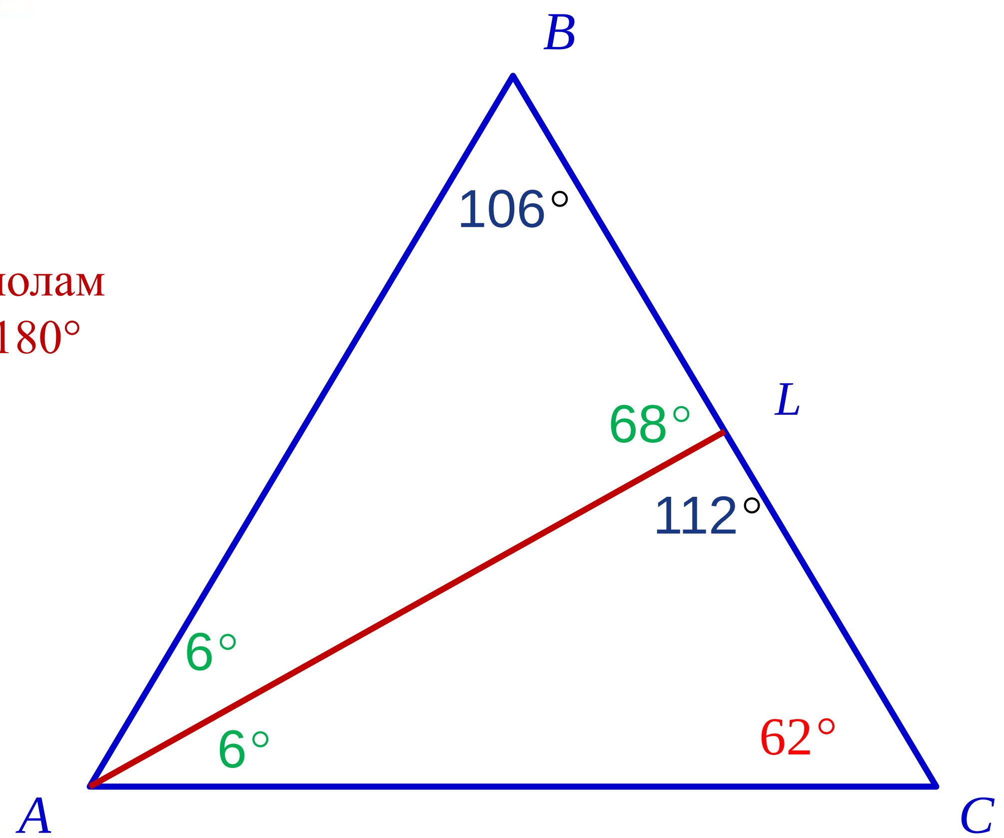

Необходимо знать
Диагонали в прямоугольнике равны и точкой пересечения делятся пополам

значит, AC = BD = 2BO = 14.

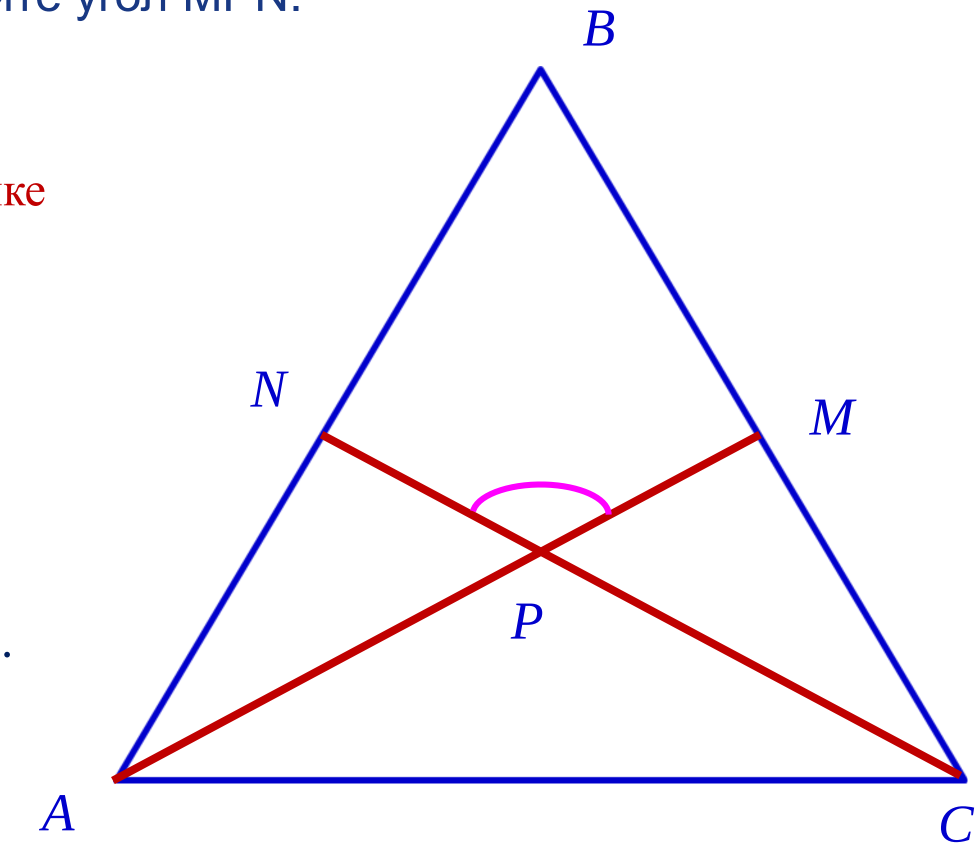
*В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 112°, угол ABC равен 106°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.*

Необходимо знать:

1. Сумма смежных углов 180°
2. Биссектриса делит угол пополам
3. Сумма углов треугольника 180°



В равностороннем треугольнике ABC биссектрисы CN и AM пересекаются в точке P. Найдите угол MPN.




Необходимо знать:

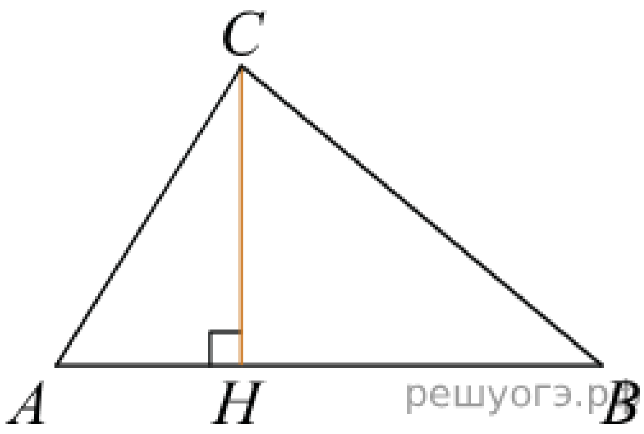
1. Углы в равностороннем треугольнике равны 60°
2. Биссектриса делит угол пополам
3. Сумма углов треугольника 180°
4. Вертикальные углы равны

Решение.

В треугольнике ABC углы равны 60°.

В треугольнике APC углы PAC и PCA равны 30°. Тогда угол APC = =180° – 30° – 30° = 120°. Значит угол NPM = 120°

На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, AH = 2, BH = 18. Найдите CH.




Необходимо знать:
1. высота, проведенная из вершины прямого угла является средним геометрическим проекций катетов на гипотенузу.

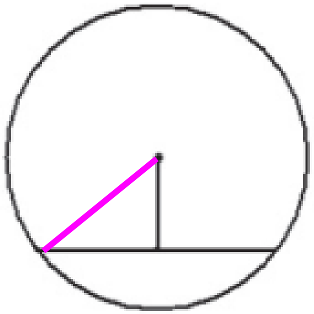
$$CH = \sqrt{AH \cdot BH} = \sqrt{2 \cdot 18} = 6.$$

## **Задание № 16** (ОГЭ – 2024)
## Окружность, круг и их элементы.

- Центральные и вписанные углы
- Касательная, хорда, секущая, радиус
- Окружность, описанная вокруг многоугольника

# Демоверсия задания 16 ( проект ОГЭ-2024)

**16** Найдите длину хорды окружности радиусом 13, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5.



Ответ: ___________________________.

Расстояние от центра до хорды – это длина перпендикуляра. Построим радиус окружности. Мы получили прямоугольный треугольник. Найдем нижний катет по т. Пифагора. Тогда, чтобы найти всю хорду, надо результат умножить на 2, так как основание перпендикуляра падает в середину хорды.

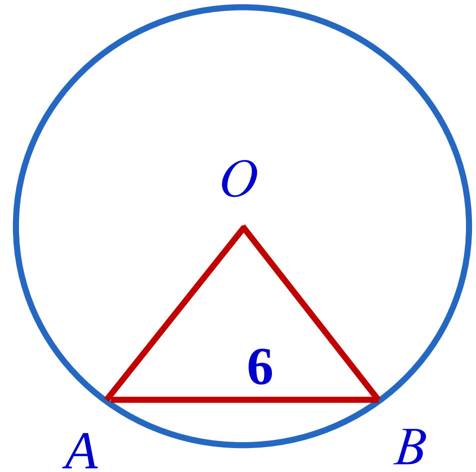
$$\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$$

$$12\cdot 2=24$$

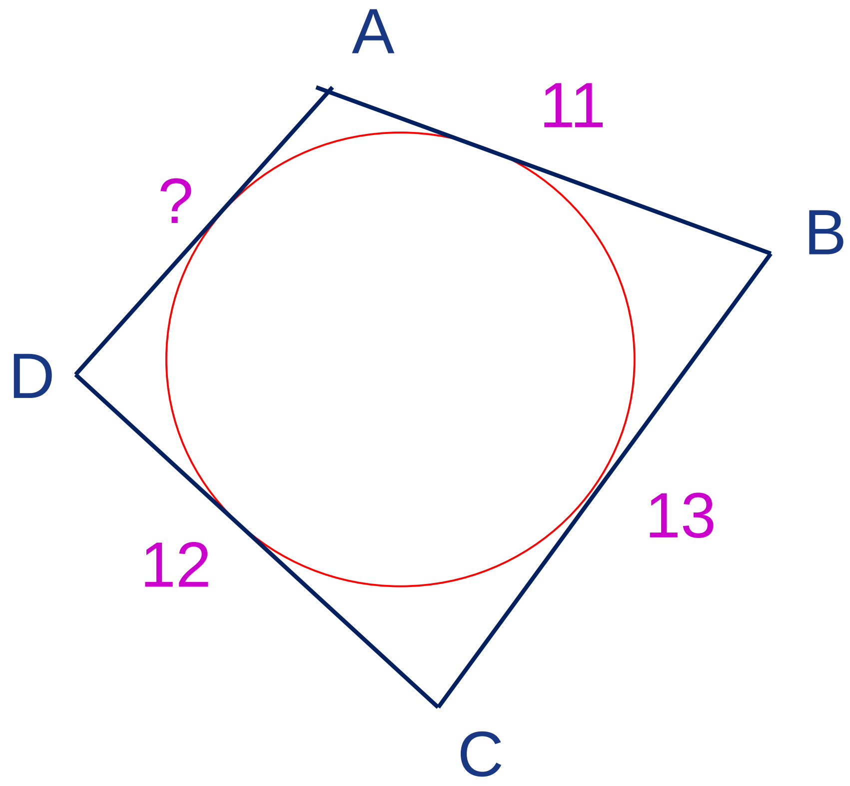
Центральный угол АОВ опирается на хорду АВ длиной 6. При этом угол ОАВ равен 60°. Найдите радиус окружности.

Необходимо знать:

1. Углы в равностороннем треугольнике равны 60°
2. Сумма углов треугольника 180°
3. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.



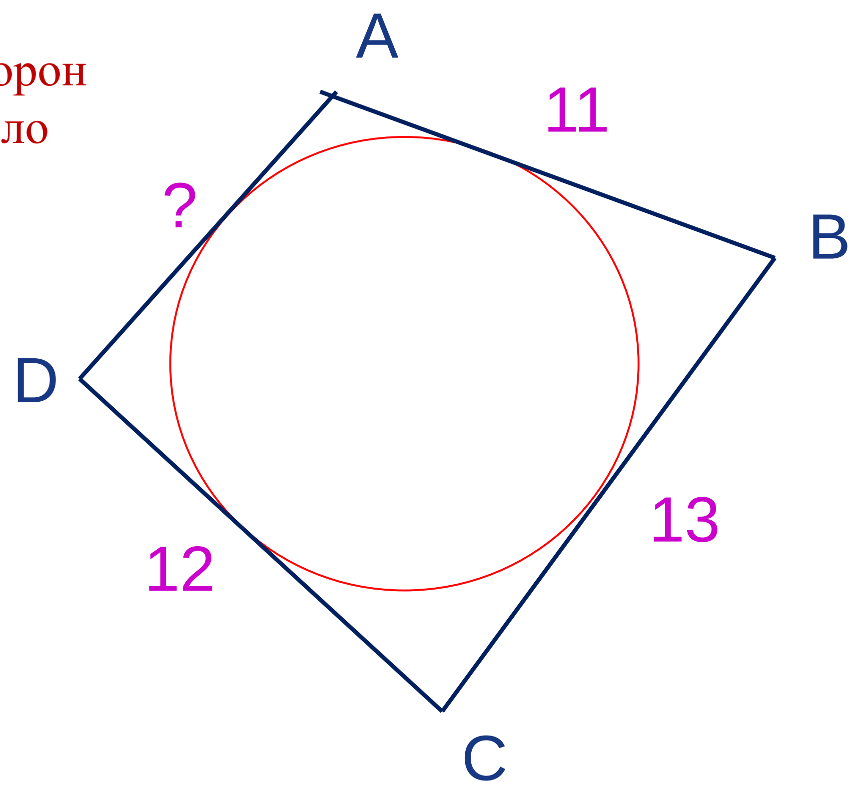
Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB = 11$ , $BC = 13, CD = 12$ . Найдите $AD$ .



Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB = 11$ , $BC = 13, CD = 12$ . Найдите $AD$ .

Необходимо знать:

1. Суммы длин противоположных сторон четырехугольника, описанного около окружности равны



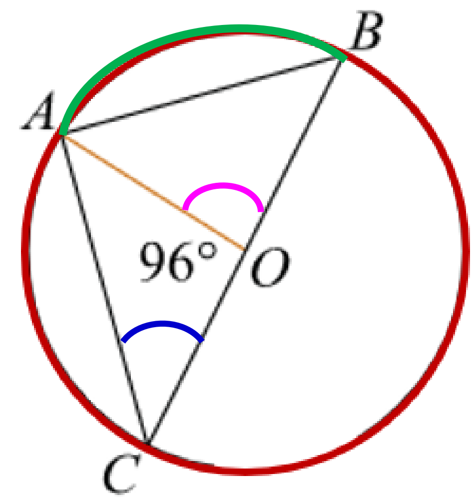

AB + DC = AD + BC

11 + 12 = AD + 13

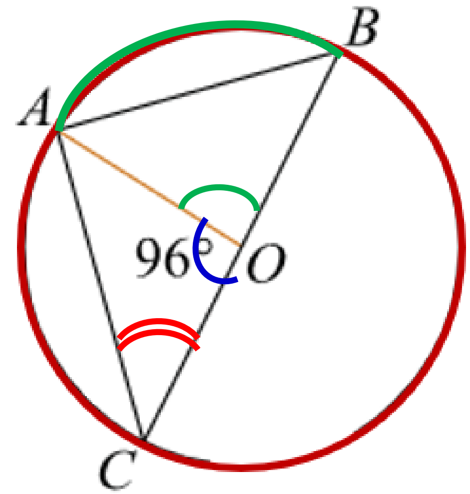
AD = 23 – 13 = 10

Ответ: 10

Найдите градусную меру $\angle ACB$, если известно, что $BC$ является диаметром окружности, а градусная мера центрального $\angle AOC$ равна 96°.



Найдите градусную меру $\angle ACB$, если известно, что $BC$ является диаметром окружности, а градусная мера центрального $\angle AOC$ равна 96°.

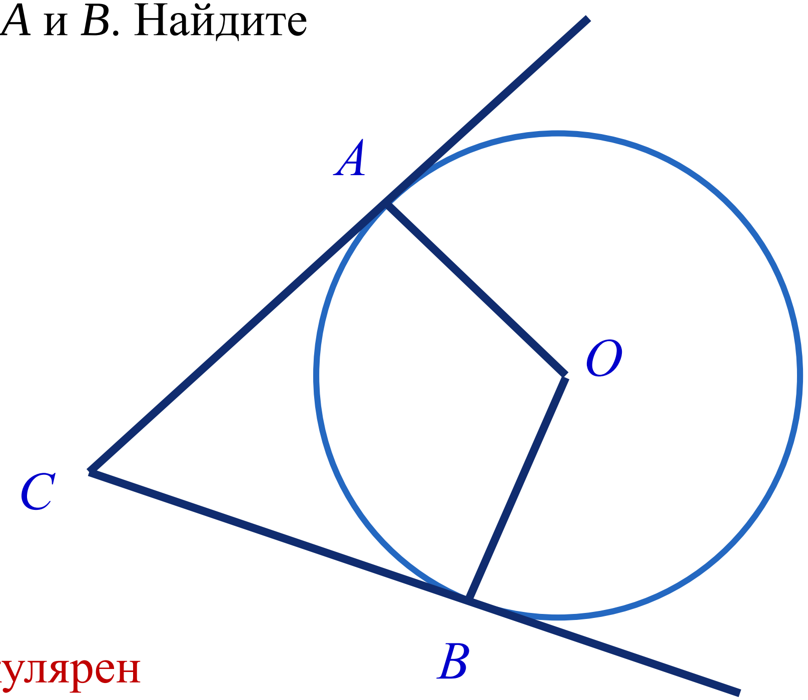



Необходимо знать:

1. Вписанный треугольник, у которого одна из сторон диаметр, является прямоугольным
2. Сумма смежных углов 180°
3. Градусная мера центрального угла в 2 раза больше градусной меры вписанного угла, опирающегося на ту же дугу.

Ответ: 42°

В угол *C* величиной 83° вписана окружность с центром *O*, которая касается сторон угла в точках *A* и *B*. Найдите угол *AOB*. Ответ дайте в градусах.

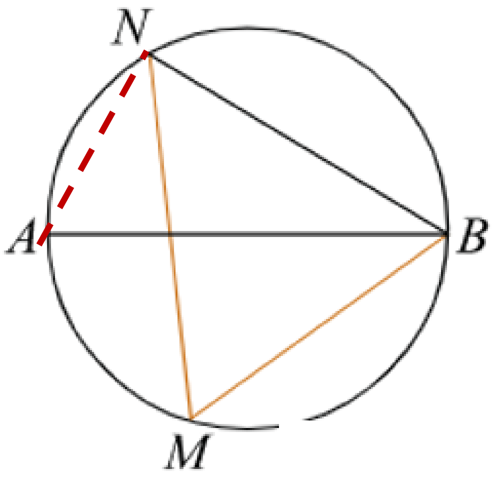



Необходимо знать

1. Радиус окружности перпендикулярен касательной в точке касания
2. Сумма углов четырёхугольника равна 360°

Ответ: 97°

На окружности по разные стороны от диаметра $AB$ взяты точки $M$ и $N$. Известно, что $\angle NBA = 38°$. Найдите угол $NMB$. Ответ дайте в градусах.



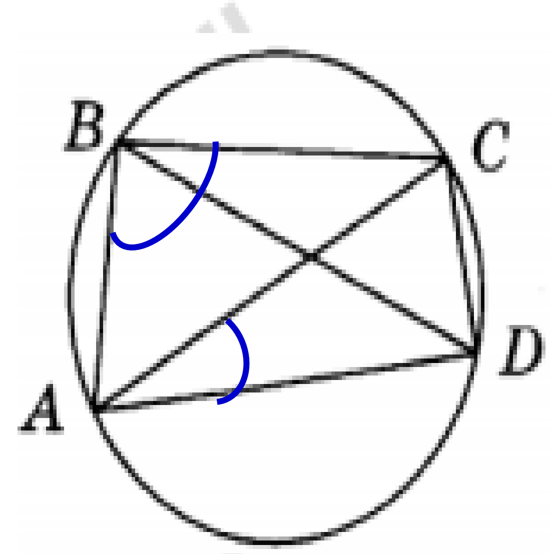

Угол $NBA$ — вписанный, поэтому он равен половине дуги, на которую он опирается. Следовательно, дуга

$AN = 2\angle NBA = 2 \cdot 38° = 76°$. Диаметр $AB$ делит окружность на две равные части, поэтому величина дуги $ANB$ равна 180°. Откуда
дуга $NB = 180° - 76° = 104°$.
Угол $NMB$ — вписанный, поэтому он равен половине дуги, на которую он опирается, то есть равен
$104°/2 = 52°$.

Ответ: 52°

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 100°, угол CAD равен 31°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах

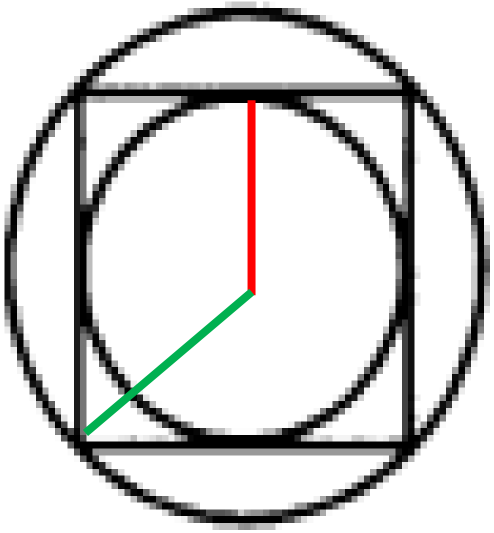
Необходимо знать:
градусная мера вписанного угла в 2 раза меньше градусной меры дуги, на которую он опирается

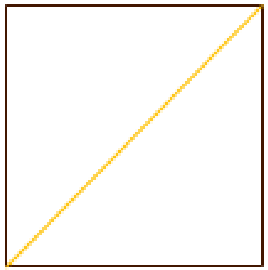



Ответ: 69°

**16.** Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $60\sqrt{2}$ (см. рис. 5). Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Необходимо знать:
Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности
Диагональ квадрата равна диаметру равна диаметру описанной окружности





Диагональ квадрата в $\sqrt{2}$ раз больше его стороны

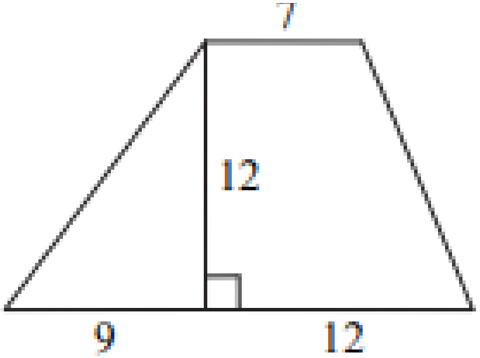
Ответ: 60

# **Задание № 17** (ОГЭ – 2023)
## Площади фигур

- Квадрат
- Прямоугольник
- Параллелограмм
- Треугольники общего вида
- Прямоугольный треугольник
- Равнобедренный треугольник
- Трапеция
- Площадь круга и его частей

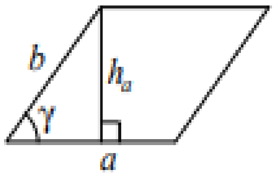
# Демоверсия задания 17 ( проект ОГЭ-2024)

**17** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.




***Площади фигур***

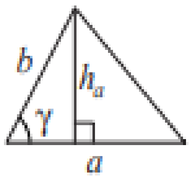
Параллелограмм




$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

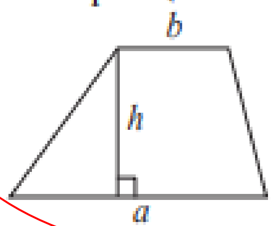
Треугольник




$S = \frac{1}{2}ah_a$

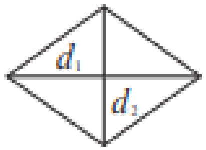
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция




$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Ромб




$d_1$, $d_2$ – диагонали

$S = \frac{1}{2}d_1 d_2$

ОГЭ 2024

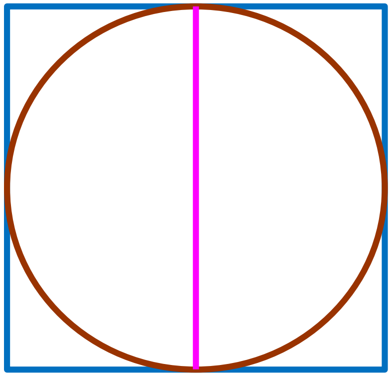
**Решение.** Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S = \frac{7+9+12}{2} \cdot 12 = 168.$$

**Ответ: 168**

Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

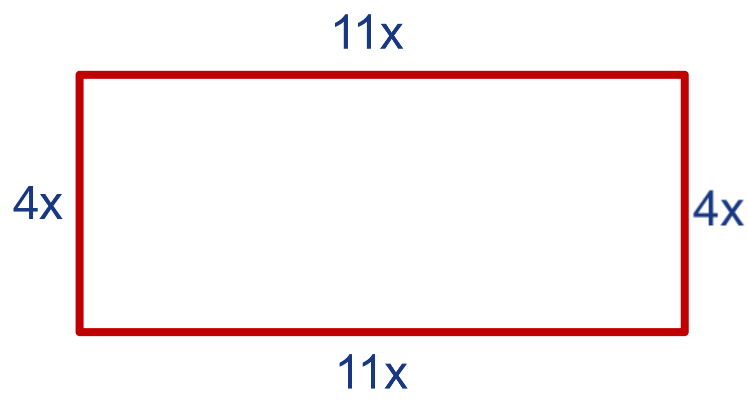
Необходимо знать:
Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности



Решение.
Пусть r и D соответственно радиус и диаметр окружности, x — сторона квадрата. Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности.
x = D = 2r = 14
Найдём площадь квадрата: S = 196

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 60, а отношение соседних сторон равно 4:11

Пусть одна часть равна x
Периметр равен 4x+11x+4x+11x =30x
По условию периметр равен 60. Значит
30x = 60
x = 2
То есть стороны прямоугольника равны
4* 2 = 8 и 11 * 2 = 22
Поэтому площадь равна 22 * 6 = 176




## Способ решения («Решу ОГЭ»)

Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть $x$ — большая сторона прямоугольника, тогда другая сторона равна $\frac{4}{11}x$. Следовательно, периметр прямоугольника равен

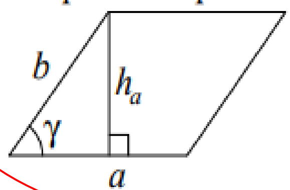
$$2(x+\frac{4}{11}x)=60,$$

откуда $\frac{15}{11}x=30 \Leftrightarrow x=22$. Поэтому площадь прямоугольника равна $22\cdot\frac{4}{11}\cdot 22=176$.

Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а синус одного из углов равен 1/3. Найдите площадь параллелограмма.

***Площади фигур***

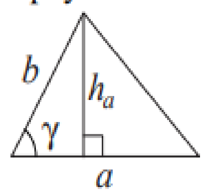
Параллелограмм




$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

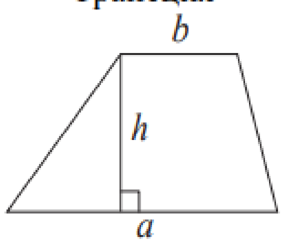
Треугольник




$S = \frac{1}{2}ah_a$

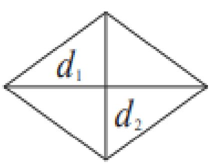
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция




$S = \frac{a+b}{2}\cdot h$

Ромб




$d_1$, $d_2$ — диагонали

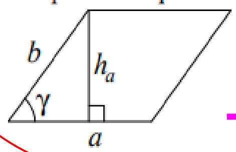
$S = \frac{1}{2}d_1 d_2$

Решение $\quad 12 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} = 20.$

Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а косинус одного из углов равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Найдите площадь параллелограмма.

***Площади фигур***

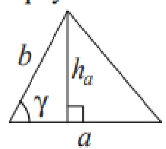
Параллелограмм




$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

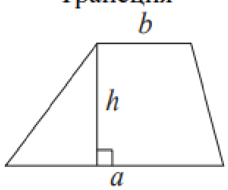
Треугольник




$S = \frac{1}{2}ah_a$

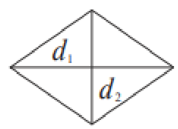
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция




$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

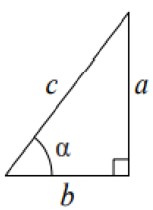
Ромб




$d_1$, $d_2$ — диагонали

$S = \frac{1}{2}d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник




$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\sin\gamma = \sqrt{1 - cos^2\gamma} = \frac{1}{3}$$

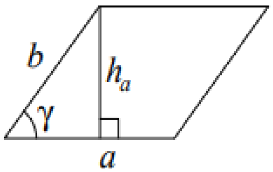
Тогда площадь параллелограмма будет равна.

$$12 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} = 20.$$

Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 6.

***Площади фигур***

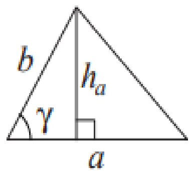
Параллелограмм




$S = ah_a$

$S = ab\sin\gamma$

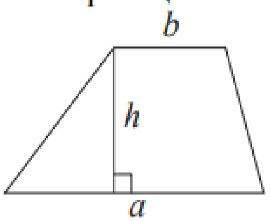
Треугольник




$S = \frac{1}{2}ah_a$

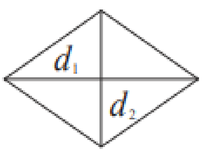
$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Трапеция




$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

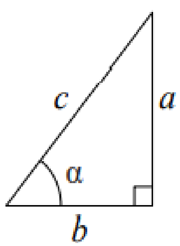
Ромб




$d_1$, $d_2$ — диагонали

$S = \frac{1}{2}d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник




$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Площадь ромба равна

$$S = \frac{1}{2} 14 \cdot 6 = 42.$$

Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{1}{3}$. Найдите площадь трапеции.

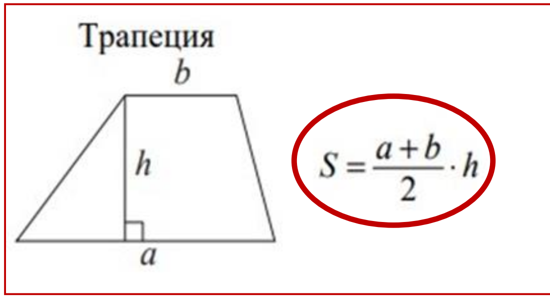
Решение

Пусть дана трапеция *ABCD*, где *AD* = 18, *BC* = 12, *AB* = 6,

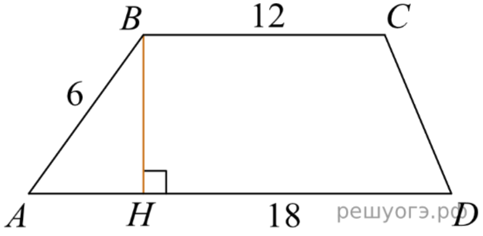
$$\sin A = \frac{1}{3}.$$

Опустим перпендикуляр *BH* на сторону *AD*. Найдем высоту *BH*:

$$BH = AB \cdot \sin A = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$



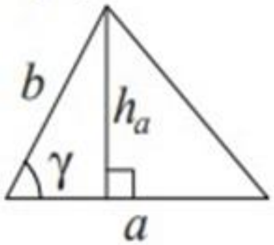

Площадь трапеции равна полусумме оснований на высоту:




$$S = \frac{18+12}{2} \cdot 2 = 30.$$

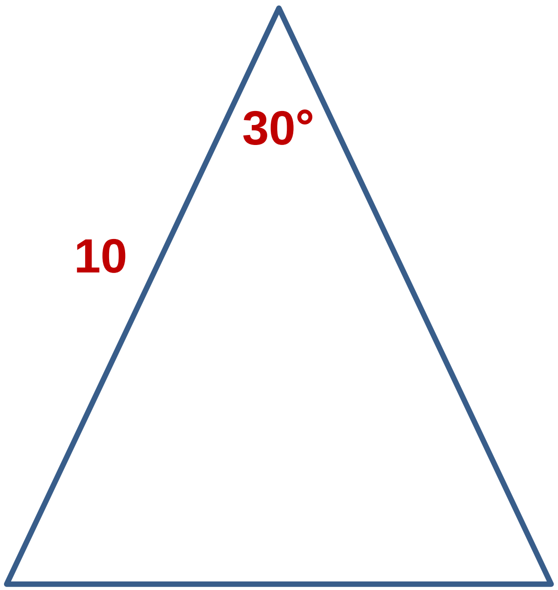
В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, основание — $5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$, а угол, лежащий напротив основания, равен 30°. Найдите площадь треугольника.

Треугольник




$$S=\frac{1}{2}ah_a$$

$$S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

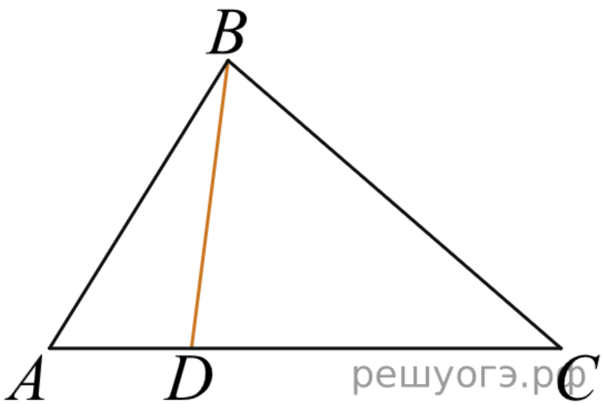



$$S=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\cdot \sin 30^\circ = 25.$$

Ответ: 25

На стороне *AC* треугольника *ABC* отмечена точка *D* так, что *AD* = 3, *DC* = 7. Площадь треугольника *ABC* равна 20. Найдите площадь треугольника *BCD*.

1 способ




$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \sin C,$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (AD + DC) \cdot BC \sin C,$$

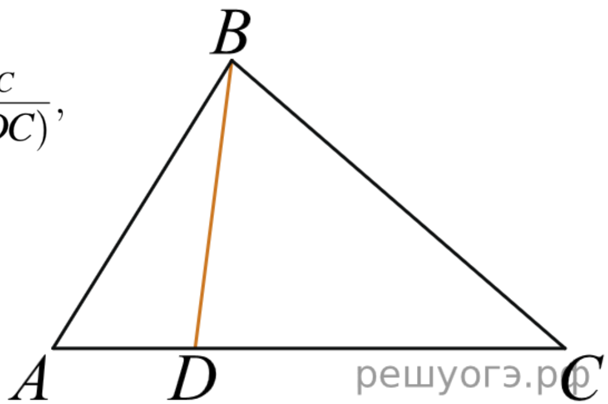
$$BC \sin C = \frac{S_{ABC}}{\frac{1}{2} \cdot (AD + DC)} = \frac{20}{\frac{1}{2} \cdot (3 + 7)} = 4.$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC \sin C = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 = 14.$$

На стороне *AC* треугольника *ABC* отмечена точка *D* так, что *AD* = 3, *DC* = 7. Площадь треугольника *ABC* равна 20. Найдите площадь треугольника *BCD*.

2 способ

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot h \;\Leftrightarrow\; S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(AD + DC) \cdot h \;\Leftrightarrow\; h = \frac{2S_{\Delta ABC}}{(AD + DC)},$$



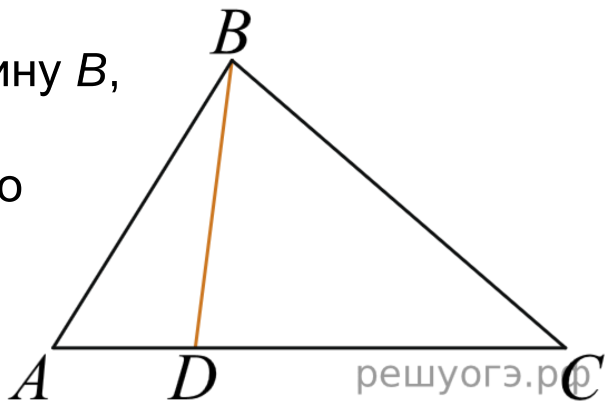

Треугольник *BCD* имеет такую же высоту, что и треугольник *ABC*, следовательно,

$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}DC \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 = 14.$$

На стороне $AC$ треугольника $ABC$ отмечена точка $D$ так, что $AD = 3$, $DC = 7$. Площадь треугольника $ABC$ равна 20. Найдите площадь треугольника $BCD$.

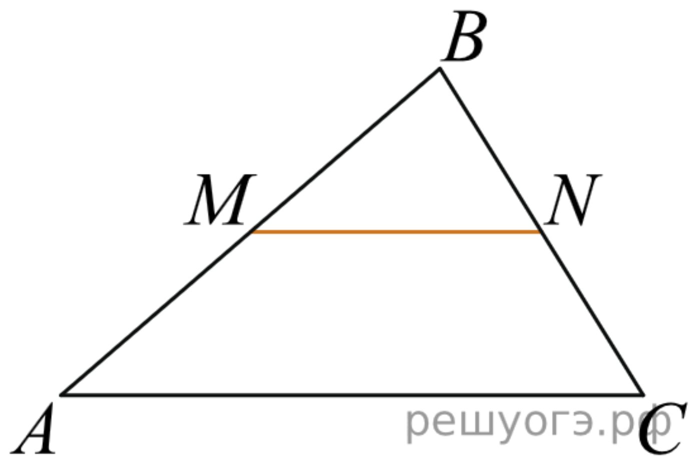
3 способ

Треугольники $ABC$ и $BCD$ имеют общую вершину $B$, а их основания лежат на одной прямой, следовательно, отношение их площадей равно отношению их оснований:

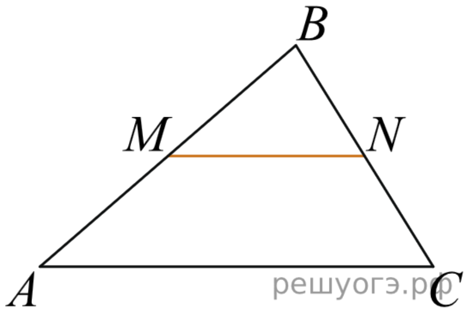



$$S_{\Delta BCD} = \frac{S_{\Delta ABC} \cdot DC}{AC} = \frac{20 \cdot 7}{10} = 14.$$

Прямая, параллельная стороне *AC* треугольника *ABC*, пересекает стороны *AB* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно,
*AC* = 18, *MN* = 8. Площадь треугольника *ABC* равна 81. Найдите площадь треугольника *MBN*.



Прямая, параллельная стороне *AC* треугольника *ABC*, пересекает стороны *AB* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно,
*AC* = 18, *MN* = 8. Площадь треугольника *ABC* равна 81. Найдите площадь треугольника *MBN*.



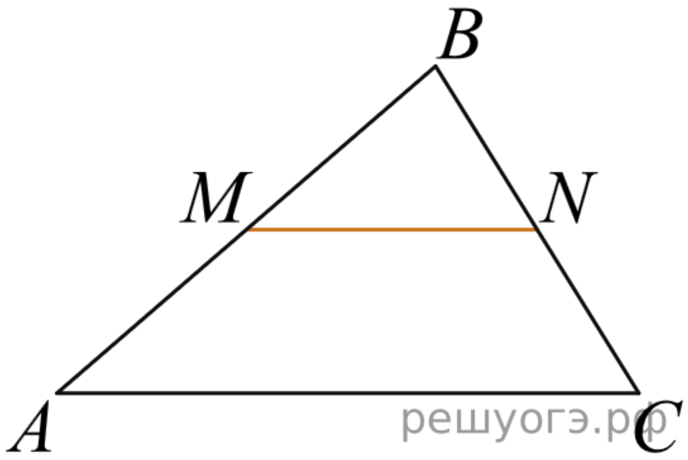

Решение:

Рассмотрим треугольники *ABC* и *MBN*, углы *BMN* и *BAC* равны как соответственные при параллельных прямых, угол *B* — общий, следовательно, эти треугольники подобны.
Площади подобных треугольников относятся как квадраты их соответственных сторон:
поэтому

$$\frac{S_{MBN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{MN}{AC}\right)^2,$$

$$S_{MBN} = \left(\frac{MN}{AC}\right)^2 \cdot S_{ABC} = \left(\frac{8}{18}\right)^2 \cdot 81 = 16.$$

Прямая, параллельная стороне $AC$ треугольника $ABC$, пересекает стороны $AB$ и $BC$ в точках $M$ и $N$ соответственно, $AC = 18$, $MN = 8$. Площадь треугольника $ABC$ равна 81. Найдите площадь треугольника $MBN$.

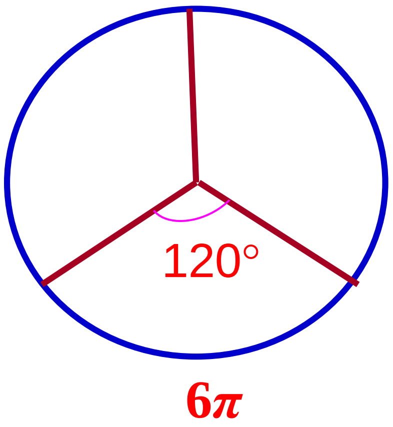


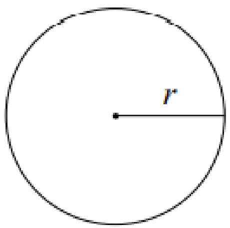

Необходимо знать
Площади подобных фигур относятся как квадраты коэффициентов подобия

18 : 8 = 2,25
81 : 2,25 : 2,25 = 16

Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна $6\pi$, а угол сектора равен $120°$. В ответе укажите площадь, *деленную на* $\pi$.

Площадь кругового сектора в три раза меньше площади круга.



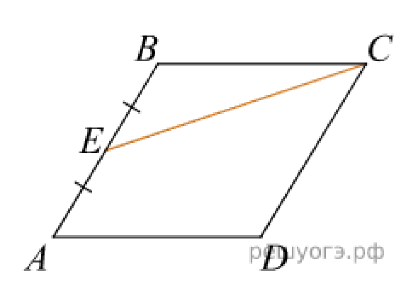

Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

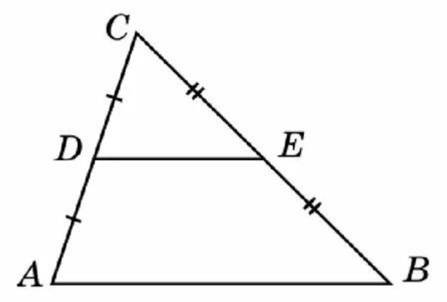
Длина окружности равна $6\pi * 3 = 18\pi$. Отсюда радиус равен $18\pi : 2\pi = 9$
Тогда площадь круга равна $81\pi$.
Тогда площадь кругового сектора равна $81\pi : 3 = 27\pi$.

Ответ: 27

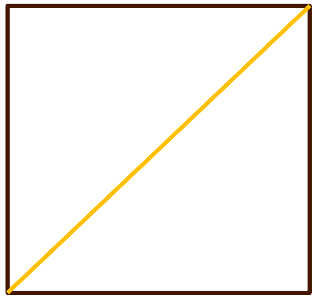
# Полезные факты




Площадь треугольника BCE в 4 раза меньше площади параллелограмма ABCD




Площадь треугольника DCE в 4 раза меньше площади треугольника ABC



Диагональ квадрата в √2 раз больше его стороны

# Задание № 18 (ОГЭ – 2023)
## Фигуры на квадратной решётке

- Углы
- Расстояние от точки до прямой
- Треугольники общего вида
- Прямоугольный треугольник
- Параллелограмм
- Ромб
- Трапеция
- Многоугольники

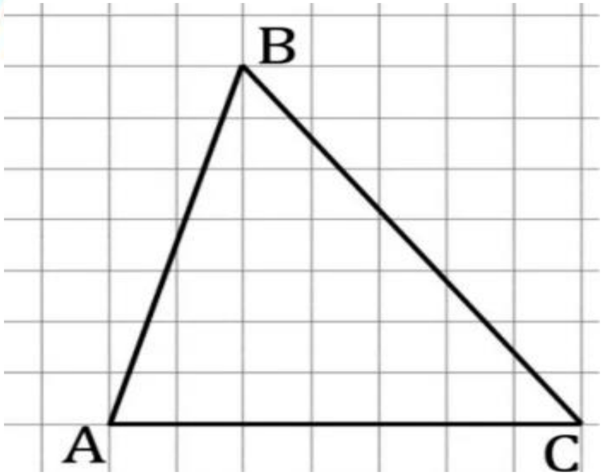
На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён треугольник *ABC* *или изображена трапеция* . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону *AC*.

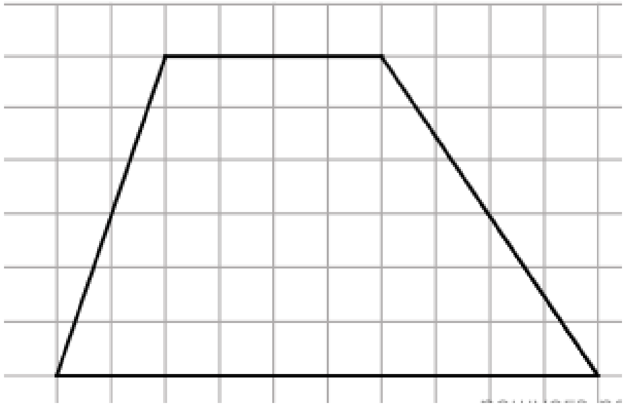
Или

Найдите среднюю линию треугольника (*трапеции*), параллельную АС

Или

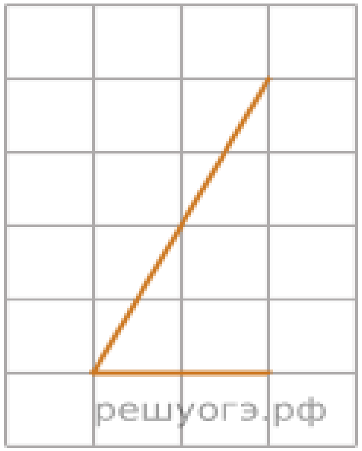
Найдите площадь треугольника (*трапеции*)



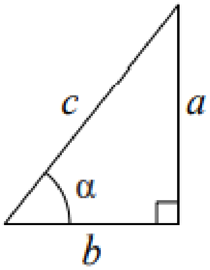



# Демоверсия задания 18 (ОГЭ-2024)

Найдите тангенс острого угла, изображенного на рисунке.



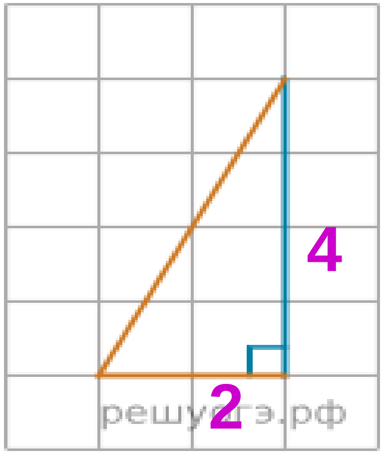

Прямоугольный треугольник




$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

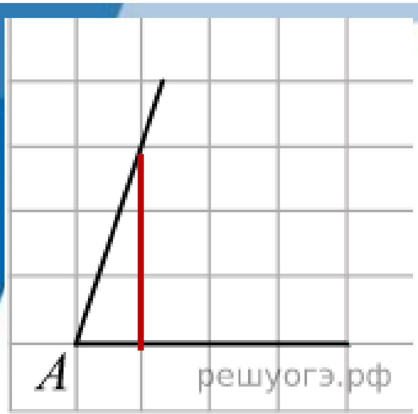
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

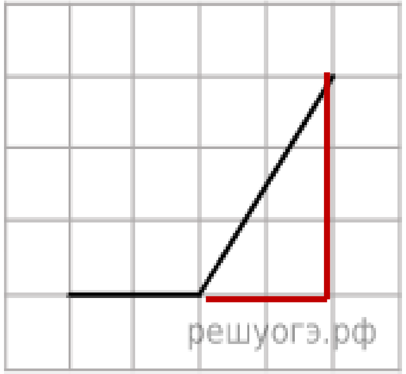



**Решение.** Проведем дополнительное построение (см. рис.). Тангенс угла в прямоугольном треугольнике равен отношению противолежащего катета к прилежащему, поэтому он равен $4 : 2 = 2$.

**Ответ: 2**

На квадратной сетке изображён угол А. Найдите тангенс А.

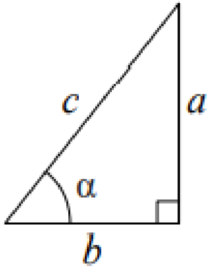



3 : 1 = 3

- 3 : 2 = - 1,5

Прямоугольный треугольник




$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

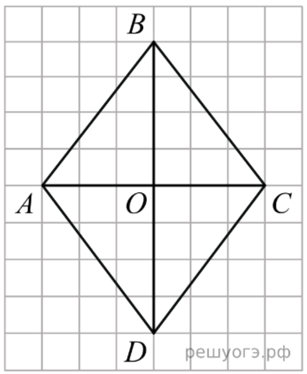
На рисунке изображен ромб *ABCD*. Используя рисунок, найдите

$$\operatorname{tg}\angle OBC.$$

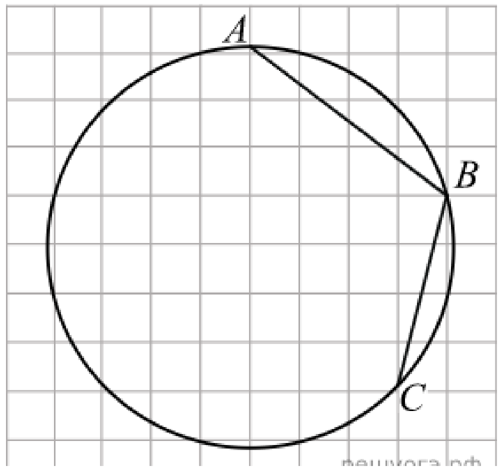
Решение:

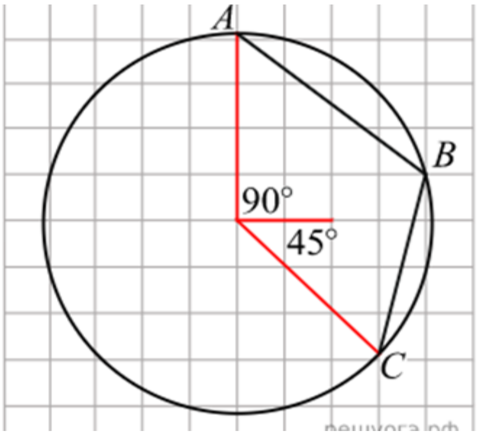
Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему. Треугольник *OBC* — прямоугольный, поэтому

$$\operatorname{tg}\angle OBC = \frac{OC}{BO} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$



Найдите угол *ABC*

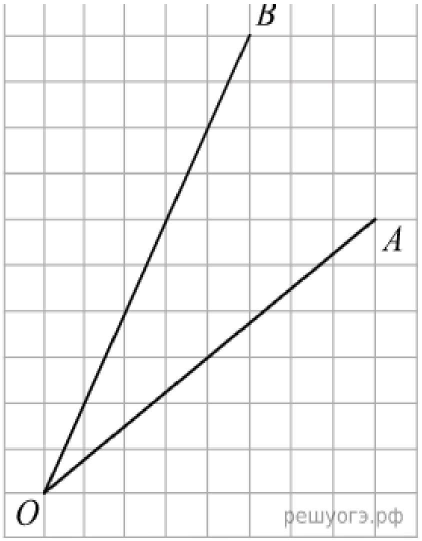



**Решение.**

Проведем дополнительные построения. Угол *AOC* - центральный и равен 135°. Большая дуга *AC* равна $360° - 135° = 225°$. Искомый угол опирается на большую дугу *AC*, он является вписанным, а , значит, равен половине дуги *AC*: $225° : 2 = 112{,}5°$

Найдите тангенс угла $AOB$. Размер клетки $1 \times 1$.




**Решение.**

Найдем каждую из сторон треугольника $AOB$, чтобы показать, что он прямоугольный.

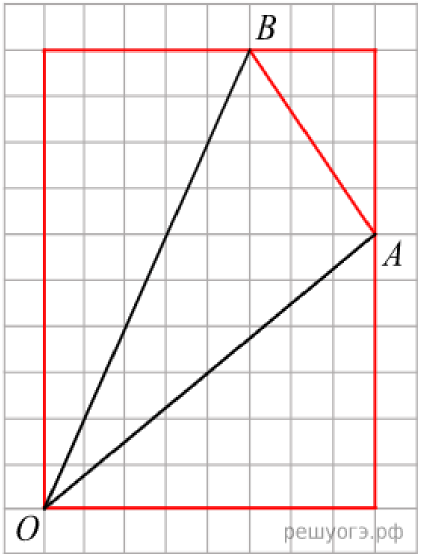
$$OB = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125},$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25},$$

$$OA = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100}.$$

Таким образом, $OB^2 = OA^2 + AB^2$.

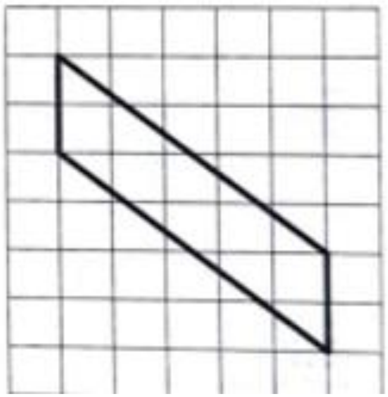
$$\operatorname{tg} AOB = \frac{AB}{AO} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$



На клетчатой бумаге с размером клетки 1см × 1см изображен параллелограмм. Найдите длину его большей высоты. Ответ дайте в сантиметрах.

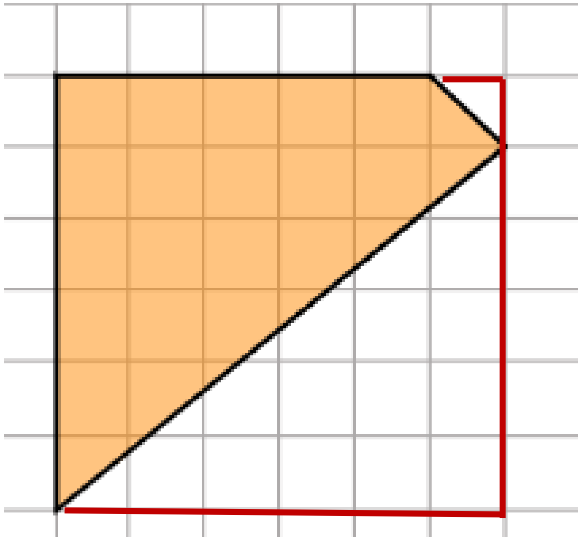
Или

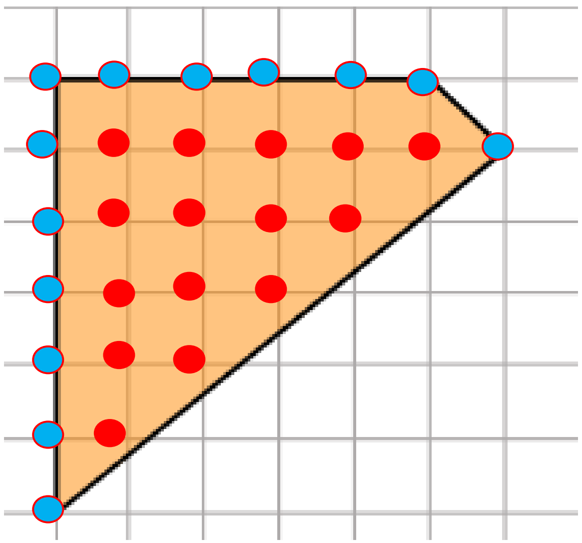
Найдите его площадь.



Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке.

Sкв = 6*6 =36
36 – 0,5 – 15 = 20,5





Найдём площадь данной фигуры по формуле Пика:

S = В + Г/2 − 1,
где В — число узлов сетки внутри фигуры,
Г — число узлов сетки на границе фигуры, включая вершины. Получаем:

S = 15 + 13/2 − 1 = 20,5.

# **Задание № 19** (ОГЭ – 2024) Анализ геометрических высказываний

Многие девятиклассники допускают ошибки именно в задании № 19 “Анализ геометрических высказываний”

Объем утверждений достаточно большой, поэтому лучше распределить их по разделам:

Аксиомы
Углы
Треугольники
Четырехугольники
Окружности
Симметрия

Стоит серьёзно отнестись к утверждениям, которые с первого раза очевидными не кажутся. Их необходимо осмыслить, понять. Надо начертить картинку к такому утверждению и подумать, почему оно верно (или неверно).
Зубрёжка – бесполезное занятие. Любое утверждение можно сформулировать по-разному, поэтому самое главное – это понимание.

***Некоторые примеры неверных высказываний***

Любые три прямые имеют не менее одной общей точки.
(Эти три прямые могут быть параллельны друг другу и не иметь общих точек вообще).
Существует квадрат, который не является прямоугольником.
(Любой квадрат является частным случаем прямоугольника, потому что прямоугольник – это четырехугольник, у которого все углы по 90°).
Любые два прямоугольных треугольника подобны.
(У подобных треугольников должны быть равны углы. Если взять два произвольных прямоугольных треугольника, то не обязательно два острых угла одного треугольника будут соответственно равны двум острым углам другого).

•Стороны треугольника пропорциональны косинусам противолежащих углов.
(Теорема синусов: Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.)
•Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на синус угла между ними.
(Если бы в формулировке вместо синуса стоял косинус, было бы верным данное утверждение).
•Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на высоту.
(Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту).
•Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
(Только биссектриса, проведенная к основанию. Биссектриса, проведенная к боковой стороне не будет являться медианой).
•Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
(Равноудалена – находится на одном и расстоянии от обоих центров. Если окружности будут разного радиуса, то точка пересечения окружностей будет ближе к центру окружности меньшего радиуса).

## Можно теорию повторять по блокам

Для каждого утверждения определите, верное оно или неверное.

3.1.1. Через любую точку плоскости можно провести прямую.

3.1.2. Через любые две различные точки плоскости можно провести прямую.

3.1.3. Через любые три различные точки плоскости можно провести прямую.

3.1.4. Любые две различные прямые проходят через одну общую точку.

3.1.5. Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости не более ной прямой, параллельной данной.

3.1.6. Сумма вертикальных углов равна 180°.

3.1.7. Сумма двух смежных углов равна 180°.

3.1.8. Если угол равен 54°, то вертикальный с ним угол равен 34°.

3.1.9. Если угол равен 72°, то смежный с ним угол равен 18°.

# Геометрические задачи с развернутым ответом–

# ОГЭ-2024

Задания второй части ОГЭ
направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне.
Их назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов.

# Геометрические задачи второй части

**Задача 23**

**(на вычисление)**

направлена на проверку умения решить несложную геометрическую задачу на вычисление.

**Задача 24**

**(на доказательство)**

связана со свойствами треугольников, четырехугольников, окружностей

**Задача 25**

требует свободного владения материалом и довольно высокого уровня математического развития. Рассчитана на обучающихся, изучавших математику более основательно

# Методы решения геометрических задач

**геометрический** – когда требуемое утверждение выводится с помощью логических рассуждений из ряда известных теорем;

**алгебраический** – когда искомая геометрическая величина вычисляется на основании различных зависимостей между элементами геометрических фигур непосредственно или с помощью уравнений;

**комбинированный** – когда на одних этапах решение ведется геометрическим методом, а на других – алгебраическим.

# Некоторые методы решения геометрических задач

- **Применение ключевых задач**
- **Метод вспомогательных построений**
- **Переход к равновеликим фигурам**
- **Метод площадей**

# Задание 23

**Проверяемые умения**

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами. Проводить доказательные рассуждения при решении задач.

**Типичные ошибки:**

- неверное построения чертежа к задаче;

-решают частную задачу, изменяя фактически ее смысл;

-неправильно указан признак подобия треугольников;

-неверно найдены сходственные стороны;

-неверно решена пропорция;

-вычислительные ошибки.

# Задача 23 на вычисление

- Углы
- Треугольники
- Четырехугольники
- Окружности

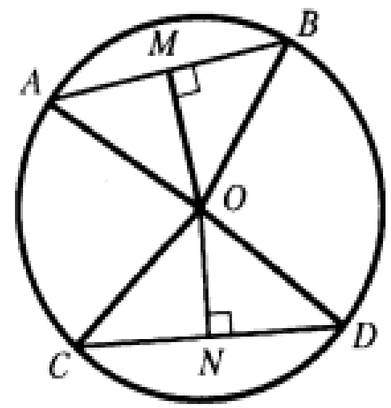
# Критерии оценивания выполнения задания 23

| Баллы | Содержание критерия |
|---|---|
| 2 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0 | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше |
| 2 | *Максимальный балл* |

**23** Отрезки $AB$ и $CD$ являются хордами окружности. Найдите длину хорды $CD$, если $AB = 12$, а расстояния от центра окружности до хорд $AB$ и $CD$ равны соответственно 8 и 6.

**Решение.**

Пусть $OM = 8$ и $ON = 6$ — перпендикуляры к хордам $AB$ и $CD$ соответственно. Треугольники $AOB$ и $COD$ равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.



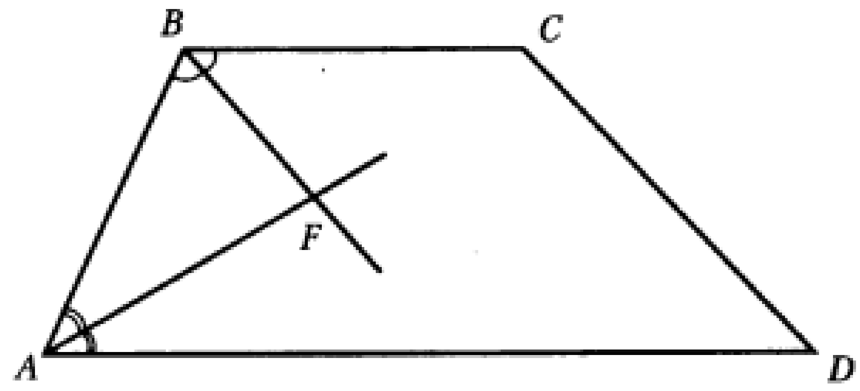

Тогда в прямоугольном треугольнике $CON$ имеем:

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 10.$$

В прямоугольном треугольнике $CON$ гипотенуза $CO = OB = 10$, откуда $CN = \sqrt{OC^2 - ON^2} = 8$. Получаем, что $CD = 2CN = 16$.

Ответ: 16.

**23** Биссектрисы углов $A$ и $B$ при боковой стороне $AB$ трапеции $ABCD$ пересекаются в точке $F$. Найдите $AB$, если $AF = 20$, $BF = 15$.




Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180°, значит,

$$\angle ABF + \angle BAF = \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BAD) = 90°.$$

Получаем, что треугольник $ABF$ прямоугольный с прямым углом $F$. По теореме Пифагора находим $AB$:

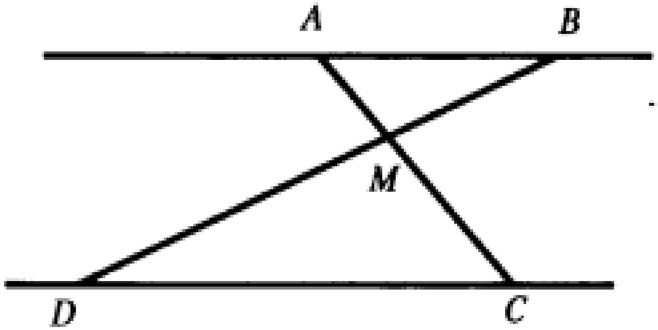
$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25.$$

Ответ: 25.

**23** Отрезки $AB$ и $CD$ лежат на параллельных прямых, а отрезки $AC$ и $BD$ пересекаются в точке $M$. Найдите $MC$, если $AB = 11$, $DC = 22$, $AC = 27$.

**Решение.**

Углы $DCM$ и $BAM$ равны как накрест лежащие при параллельных прямых $AB$ и $CD$ и секущей $AC$ (см. рис.), углы $DMC$ и $BMA$ равны как вертикальные, следовательно, треугольники $DMC$ и $BMA$ подобны по двум углам. Значит,




$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{11}{22} = 0{,}5.$$

Следовательно, $AC = AM + MC = 0{,}5MC + MC = 1{,}5MC$, откуда $MC = \dfrac{AC}{1{,}5} = 18$.

# Задание 24

**Проверяемые умения**

Проводить доказательные рассуждения при решении задач.

**Типичные ошибки:**

- неверное построения чертежа к задаче
- неполное доказательство;
- путают свойства и признаки геометрической фигуры;
- интуитивно понятные факты не доказывают, считая их очевидными, а также не умеют математически грамотно и ясно записывать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

# Критерии оценивания выполнения задания 24

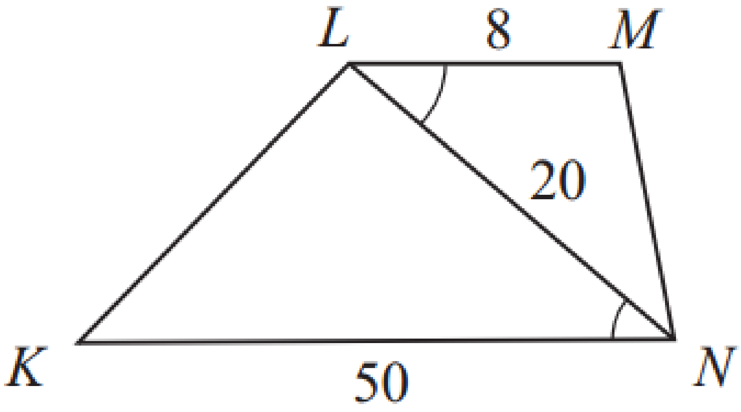
| Баллы | Содержание критерия |
| --- | --- |
| 2 | Доказательство верное, все шаги обоснованы |
| 1 | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0 | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше |
| *2* | *Максимальный балл* |

**Задача 5.** Основания $LM$ и $KN$ трапеции $KLMN$ равны соответственно 8 и 50, $LN = 20$. Докажите, что треугольники $LMN$ и $KLN$ подобны.

*Решение.* Воспользуемся вторым признаком подобия треугольников: $\angle KNL = \angle NLM$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых $LM$ и $KN$ и секущей $NL$, $NL : NK = LM : NL$, так как

$NL : NK = 20 : 50 = 0{,}4$, $LM : NL = 8 : 20 = 0{,}4$.

Значит, треугольники $NKL$ и $LNM$ подобны.



# Задание 25

**Проверяемые умения**

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин. Различать взаимное расположение геометрических фигур на плоскости, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи. Проводить доказательные рассуждения при решении задач.

**Типичные ошибки:**

-доказательство верное, но записи небрежные

- присутствуют только отдельные факты, не связанные с тем, что необходимо доказать;
- неправильно понимают условие задания;
- используют неверные методы решения.

# Критерии оценивания выполнения задания 25

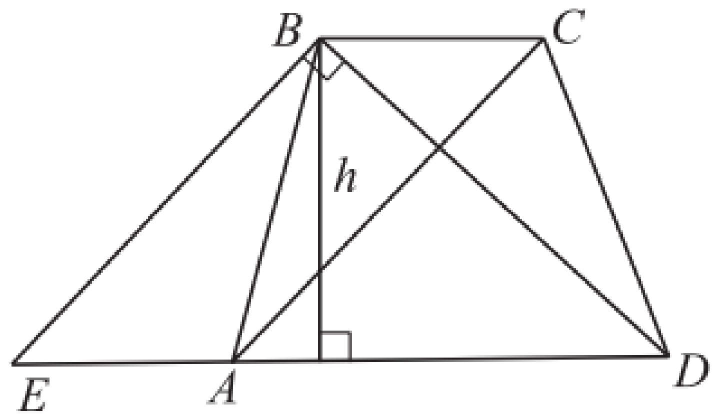
| Баллы | Содержание критерия |
|---|---|
| 2 | Ход решения верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0 | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше |
| *2* | *Максимальный балл* |

**Задача 9.** Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 30 и 16, а средняя линия равна 17.

*Решение.*

Обозначим трапецию $ABCD$, и пусть $AC = 16$, $BD = 30$. Тогда по формуле для длины средней линии $BC + AD = 2 \cdot 17 = 34$.

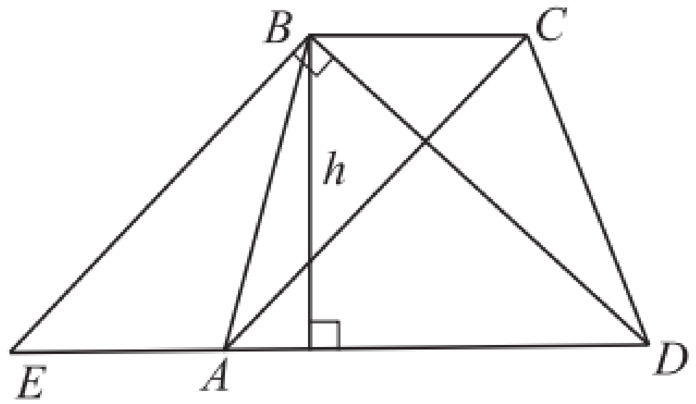
Проведём через точку $B$ прямую $BE$, параллельную диагонали $AC$ и пересекающую прямую $AD$ в точке $E$. Обозначим $h$ высоту трапеции $ABCD$.




$BCAE$ является параллелограммом, так как $BC \parallel AE$ и $BE \parallel CA$. Поэтому $BE = AC = 16$, $EA = BC$, $ED = EA + AD = 34$.

Треугольник $BED$ — прямоугольный по теореме, обратной теореме Пифагора, так как для его сторон $16; 30; 34$ выполняется равенство $BE^2 + BD^2 = DE^2$. Его площадь

$$S_{BED} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot BD = 240.$$




С другой стороны,

$$S_{BED} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot DE = \frac{h(BC + AD)}{2} = S_{ABCD},$$ поэтому искомая площадь трапеции $ABCD$ равна 240.