Подготовка к ГИА - 2024

Задание №4 и №5: Решение задач по теории вероятности

Профильный уровень

Подготовила: Исаева Оксана Николаевна, учитель математики
МАОУ СОШ № 69 города Тюмени

Теория Вероятности

Для начала разберёмся, что такое вероятность. Вероятность- это возможность наступления какого-либо события, выраженная с помощью чисел. Обозначим вероятность какого-либо события (А) буквой Р, число возможных случаев этого события - n, а число случаев, благоприятствующих наступлению события А буквой- m. Выводим формулу:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Чаще всего эта формула применяется при решении задач с вероятностью. Однако бывают случаи, не задания не ограничиваются ею, и если вы хотите научиться их решать, тогда вам нужно изучить следующее.

Теория Вероятности

События бывают:

1. Невозможными, если событие не может наступить. Тогда его вероятность равна 0.

2. Достоверным или возможным, если данное событие непременно наступит. Тогда его вероятность будет равна 1.

Делаем вывод, что вероятность наступления какого-либо события - это положительное число, которое варьируется от 0 до 1.

Теория Вероятности

События в заданиях делятся на несколько типов:

- ***Независимые события***- это такие события, вероятность наступления которых не завит от того, произойдёт ли другое событие или нет;

-***Зависимые события***- это такие события, вероятность наступления которых полностью зависит от вероятности наступления другого события;

-***Несовместные события***- это такие события, которые могут произойти исключительно по отдельности. Наступление одного события полностью исключает другое;

- ***Совместные события***- это такие события, которые могут происходить одновременно;

- ***Противоположные события***- это такие события, которые в данной задаче не могут происходить одновременно. Их вероятности при сложении дают 1.

Запоминаем формулы:

1. Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению этих вероятностей: **Р (АВ) = Р (А) Р (В).**

2. Вероятность суммы двух несовместных событий А и В равна сумме вероятностей этих событий: **Р (А + В) = Р (А) + Р (В).**

3. Вероятность суммы двух совместных событий А и В равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения: **Р (А + В) = Р (А) + Р (В) – Р (АВ).**
Пусть А и В — зависимые события. Условной вероятностью РА (В) события В называется вероятность события В, найденная в предположении, что событие А уже наступило.

4. Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденного в предположении, что первое событие уже наступило: **Р (АВ) = Р (А) РА (В).**

Задачи, решаемые непосредственным использованием классической формулы теории вероятностей

Справочный материал

Случайным называют событие, которое может произойти или не произойти во время наблюдения или испытания

Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к общему числу равновозможных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$\overline{\mathrm{A}}$ *называют* **противоположным событию А**, если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в А.**

Несовместные события – это события, которые не наступают в одном опыте.

Вероятности противоположных событий:

$$P(A)+P(\overline{A})=1 \qquad P(\overline{A})=1-P(A)$$

Схема решения задач:

1. Определить, в чем состоит случайный эксперимент и **какие у него элементарные события**. Убедиться, что они равновероятны.
2. Найти **общее число элементарных событий (n)**
3. Определить, какие элементарные события **благоприятствуют событию А**, и **найти их число m**
4. Найти вероятность события **А** по формуле

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Задача 1. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США , остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение:

A= {первой будет спортсменка из Китая}

n = 20

m = 20 – 8 – 7 = 5

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{5}{20}=0{,}25$$

Ответ: 0,25

Задача 2

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

В последний день конференции запланировано
$(75 - 17 \times 3) : 2 = 12$ докладов.
Вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна $12/75 = 4/25 = 0,16$.

Ответ: 0,16.

Задача 3. В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 19 раз больше, чем пакетиков с зелёным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с зелёным чаем.

Решение:

Пусть количество пакетиков с зеленым чаем равно х, тогда пакетиков с черным чаем 19х, а всего 20х.

Значит, вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется пакетиком с зелёным чаем равно

$$\frac{x}{20x} = 0,05$$

Ответ: 0,05

Задача 4

Футбольную секцию посещают 33 человека, среди них два брата – Антон и Дмитрий. Посещающих секцию случайным образом делят на три команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Антон и Дмитрий окажутся в одной команде.

Решение:

Сначала поместим Антона на случайно выбранное место из свободных 33.
Теперь помещаем на свободное место Дмитрия. Всего имеется 32 свободных места (одно уже занял Антон), поэтому всего возможны 32 исхода. В одной команде с Антоном остаётся 10 свободных мест, поэтому событию «Антон и Дмитрий в одной команде» благоприятствуют 10 исходов. Вероятность этого события равна

$P = 10 : 32 = 0{,}3125.$

Ответ: 0,3125.

Размещения

Размещениями множества из ***n*** различных элементов по ***m (m≤n)*** элементов называются комбинации, которые составлены из данных ***n*** элементов по ***m*** элементов и отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Задача 5.
Сколько двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, при условии, что цифра в числе не может повторяться?

$$\underbrace{12 \quad 21 \quad 23 \quad 32 \quad 13 \quad 31}$$

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{1*2*3}{1} = 6$$

Ответ: 6

Задача 6.

Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с 5 языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского на любой другой из этих 5 языков?

Число размещений: $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{1*2*3*4*5}{1*2*3} = 20$

Ответ: 20

Сочетания

Сочетанием из $\boldsymbol{n}$ элементов по $\boldsymbol{k}$ называется любое множество, составленное из $\boldsymbol{k}$ элементов, выбранных из данных $\boldsymbol{n}$ элементов. В отличие от размещений в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке расположены элементы. Сочетания считаются различными, если они отличаются хотя бы одним элементом.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Задача 7.

Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека- Антонов, Григорьев, Сергеев и Федоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары?

А Г С Ф - число сочетаний из 4 по 2

АГ
АС
АФ
ГС
ГФ
СФ

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{1*2*3*4}{1*2*1*2} = \mathbf{6}$$

Ответ: 6

Задача 8. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист Н хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что турист Н пойдет в магазин?

Решение:

1) Задача решается классической формулой вероятностей:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2) Выбрать двух человек из пяти можно:

C_5^2 **способами**

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10, \text{ т.е. } n=10$$

3) Турист 4 может пойти в магазин с любым из оставшихся четырех туристов, т.е.

$$C_4^1 = \frac{4!}{1!(4-1)!} = 4, \quad m=4$$

4) $P(A) = \frac{4}{10} = 0{,}4$

Ответ: 0,4

Задача 9

На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Решение:

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д – Дания, Ш –Швеция, Н – Норвегия):

Д – Ш – Н

Д – Н – Ш

Ш – Н – Д

Ш – Д – Н

Н – Д – Ш

Н – Ш – Д

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях. Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна

$$P = 2/6 = 1/3 \approx 0{,}33$$

Ответ: 0,33.

Задачи о подбрасывании монеты

Задача 10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение:

решка - Р   *орел - О*

Возможные исходы события:

1 бросок	2 бросок
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

4 исхода

$\boxed{n = 4}$ $\boxed{m = 2}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ответ: 0,5

Задача 11

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадет ОРЕЛ, во второй -РЕШКА)

1	2
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

$$P(A)=\frac{1}{4}=0{,}25$$

Ответ: 0,25

Задача 12

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Ф/1	ОР	ОР	ОР	ОР	РО	РО	РО	РО
Ф/2	ОР	ОР	РО	РО	ОР	ОР	РО	РО
Ф/3	ОР	РО	ОР	РО	ОР	РО	ОР	РО

О – орел (первый)
Р – решка (второй)

$$P(A)=\frac{3}{8}=0,375$$

Ответ: 0,375

Задача 13. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что орел выпал ровно два раза.

Решение:

1 бросок	2 бросок	3 бросок
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

8 исходов

Множество элементарных исходов:

n = 8

А= {орел выпал ровно 2 }

m = 3

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ: 0,375

Формула Бернули

Если вероятность наступления события $\boldsymbol{A}$ в каждом испытании постоянна и равна p, то вероятность того, что событие $\boldsymbol{A}$ наступит k раз в n независимых испытаниях, равна:

$$P_n(\mathbf{k}) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Где q = 1-p

Задача 14.

Стрелок производит 4 выстрела, вероятность попадания при каждого из них равна p=0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадет 3 раза.

Решение:

n = 4 – число выстрелов,
p = 0,8 – вероятность попадания при одном выстреле,
q = 1 – p = 0,2 – вероятность промаха

$$P_4(3) = C_4^3 0,8^3 0,2^{4-3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} * 0,8^3 * 0,2^1 = 0{,}41$$

Ответ: 0,41

Задача 15. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.

№исхода	1 бросок	2 бросок	3 бросок	4 бросок
1	Решка	Решка	Решка	Решка
2	Решка	Решка	Решка	Орел
3	Орел	Решка	Решка	Решка
4	Решка	Орел	Решка	Решка
5	Решка	Решка	Орел	Решка
6	Решка	Решка	Орел	Орел
7	Орел	Орел	Решка	Решка
8	Орел	Решка	Решка	Орел
9	Решка	Орел	Орел	Решка
10	Решка	Орел	Решка	Орел
11	Орел	Решка	Орел	Решка
12	Решка	Орел	Орел	Орел
13	Орел	Решка	Орел	Орел
14	Орел	Орел	Решка	Орел
15	Орел	Орел	Орел	Решка
16	Орел	Орел	Орел	Орел

Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна, то вероятность $P_n(k)$ того, что в серии n однородных независимых испытаний. Событие A наступит ровно k раз равна:

$$P_n(\mathbf{k}) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Здесь $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ - число сочетаний из n элементов по k в каждом, q - вероятность события, противоположного событию A.

В условиях нашей задачи $p = \frac{1}{2}$, $q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$

Подставляем в формулу и получаем: $P_4(2) = 6 * 0{,}5^2 * 0{,}5^2 = 0{,}375$

Ответ: 0,375

Задачи о бросании кубика

При бросании одного кубика возможны 6 комбинаций:

1 2 3 4 5 6

При бросании двух кубиков возможны

6 * 6=36 комбинаций

Количество комбинаций, выпавших при бросании трех кубиков, определяется по правилу умножения

6*6*6=216

Задача 16. Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, большее чем 4.

Решение: ***Случайный эксперимент*** – ***бросание кубика***.

Элементарное событие – ***число на выпавшей грани***.

Всего граней: Элементарные события:

1, 2, 3, 4, 5, 6

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

n = 6 **m = 2**

Ответ: $\frac{1}{3}$

Задача 17. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Ответ округлите до сотых

Решение:

Множество элементарных исходов:

Числа на выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

n = 36

A= {сумма равна 8} **m = 5**

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

Ответ: 0,14

Задача 18. Тоша и Гоша играют в кости. Они бросают кубик по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Первым бросил Тоша, у него выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Гоша не выиграет.

Решение.

При условии, что у Тоши выпало 3 очка, возможны следующие варианты:

3 и 1	3 и 4
3 и 2	3 и 5
3 и 3	3 и 6

Всего 6 вариантов. Подсчитаем количество исходов, в которых Гоша не выиграет, т.е. наберет 1, 2 или 3 очка.

Таких вариантов 3.

Найдем вероятность: 3/6 = 0,5.

Ответ: 0,5.

Задача 19. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 13 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Всего вариантов **n** = 6^3 = **216.**

Благоприятных:

(1;6;6)

(2;5;6) (2;6;5)

(3;4;6) (3;5;5) (3;6;4)

(4;3;6) (4;4;5) (4;5;4) (4;6;3)

(5;2;6)(5;3;5) (5;4;4) (5;5;3) (5;6;2)

(6;1;6) (6;2;5) (6;3;4) (6;4;3) (6;5;2) (6;6;1)

Всего благоприятных исходов **m** =21

P(A) = m/n = 21/216 = 0,097222 ≈ 0,10

Ответ: 0,10

Умножение вероятностей независимых событий

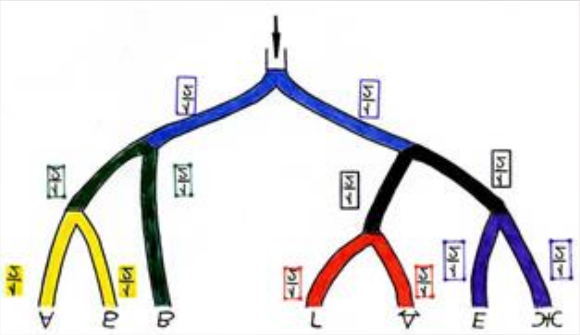
Вероятность произведения событий

Если событие C означает совместное наступление двух независимых событий A и B, то вероятность события C равна произведению вероятностей событий A и B

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

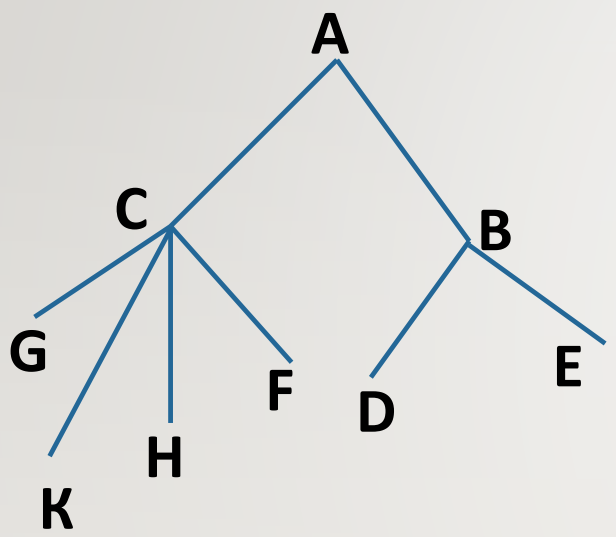
(Произошли оба события A и B)

Дерево вероятностей



Если в задаче описывается последовательность случайных опытов, и следующий опыт зависит от исхода предыдущего, для разделения возможных сценариев развития событий часто используют схему "дерево вероятностей"

Задача 20. Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку G.



Решение: **Для того чтобы пенсионер пришёл в точку G, должны произойти два события: на первой развилке он должен направиться из точки A в точку C (с вероятностью $p_1 = \frac{1}{2}$), на второй развилке – из точки C в точку G (с вероятностью $p_2 = \frac{1}{4}$).**

Тогда, согласно теореме умножения вероятностей, маршрут A-C-G пенсионер выберет с вероятностью $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0,125$.

Ответ: 0,125.

Задача 21. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение: Пусть событие C = «А. выиграл белыми»,
D = «А. выиграл чёрными».
По условию, $P(C)=0,5$; $P(D)=0,34$
Необходимо найти вероятность пересечения событий C и D, т. е. $P(C\cap D)$.
События C и D независимы (результат одной партии не зависит от результата другой).
Вероятность наступления $P(C\cap D)$ равна произведению P(C) и P(D), т.е наступят события C и D
$P(C\cap D)= P(C) \cdot P(D) =0,5 \cdot 0,34=0,17$

Ответ: 0,17

Задача 22. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение: Вероятность попадания = 0,8

Вероятность промаха = 1 - 0,8 = 0,2

A={**попал, попал, попал**, **промахнулся, промахнулся**}

По формуле умножения вероятностей

$P(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2$

$P(A) = 0{,}512 \cdot 0{,}04 = 0{,}02048 \approx 0{,}02$

Ответ: 0,02

Задача 23. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,14. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение:

Г Г

П П

Г П

П Г

Событие А- что хотя бы одна лампа не перегорит.

Событие $\bar{A}$ - обе лампы перегорят.

$p(\bar{A}) = 0,14 \cdot 0,14 = 0,0196.$

$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - 0,0196 = 0,9804$

Ответ: 0,9804

Сложение вероятностей независимых событий

Если событие C означает, что наступает одно из двух независимых событий A или B, то вероятность события C равна сумме вероятностей событий A и B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(Произошло событие A или B)

Задача 24. На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение:

A={вопрос на тему «Вписанная окружность»}
B={вопрос на тему «Параллелограмм»}

По условию P(A) = 0,2, P(B) = 0,15.

События A и B несовместны, т.к. нет вопросов относящихся к двум темам одновременно

Искомая вероятность равна

P(A U B)=P(A) + P(B) = 0,2 + 0,15 = 0,35

Ответ: 0,35

Если события несовместны

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Задача 25. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение:

Событие А = « новый электрический чайник прослужит больше года».

$$P(A) = 0{,}98.$$

Событие В = «новый электрический чайник прослужит больше двух лет».

$$P(B) = 0{,}89.$$

Событие С = « новый электрический чайник прослужит меньше двух лет, но больше года».

$$A = B + C.$$

События В и С несовместны, значит,

$P(A) = P(B) + P(C)$,

$0{,}98 = 0{,}89 + P(C)$,

$P(C) = 0{,}98 - 0{,}89 = 0{,}09$

Ответ: 0,09.

Решение задач по формуле полной вероятности

Решение задач по формуле полной вероятности

$$P(C) = P(A) * P\left(\frac{C}{A}\right) + P(B) * P\left(\frac{C}{B}\right)$$

C – произошло хотя бы одно из событий A или B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

C – произошли оба события A или B

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Задача 26. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 3 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон попадёт в муху.

Решение:

Т. к. из 10 револьверов 3 пристреляны, то вероятность схватить пристрелянный револьвер равна 3/10 = 0,3. Вероятность схватить один из 7 непристрелянных револьверов равна
7/10 = 0,7. Возможны **2 случая** попадания Джоном в муху.
Событие А = «Джон схватит пристрелянный револьвер и попадает в муху». События «Джон схватит пристрелянный револьвер» и «Джон попадёт из пристрелянного револьвера в муху» независимы, значит, P(A) = 0,3 · 0,8 = 0, 24.
Вероятность события B = «Джон схватит непристрелянный револьвер и попадает в муху» равна P(B) = 0,7 · 0,2 = 0,14.
События A и B несовместны (Джон не может стрелять одновременно как из пристрелянного, так и из непристре -лянного револьвера).
Искомая вероятность равна

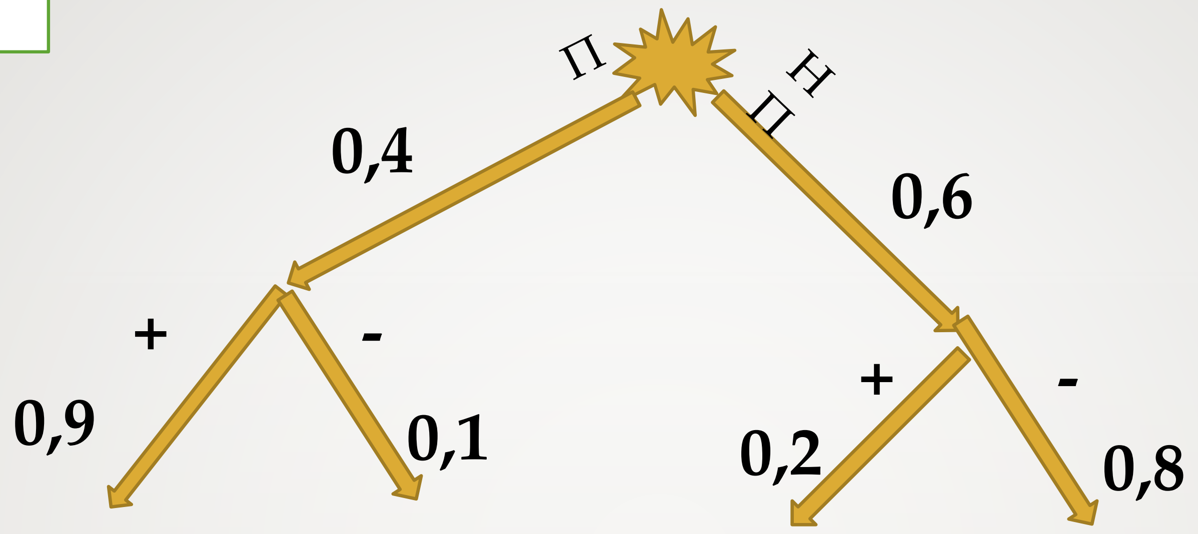
P(A U B)=P(A) + P(B) = 0,24 + 0,14 = 0,38

Ответ 0,38.

Решение с помощью дерева возможных вариантов

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

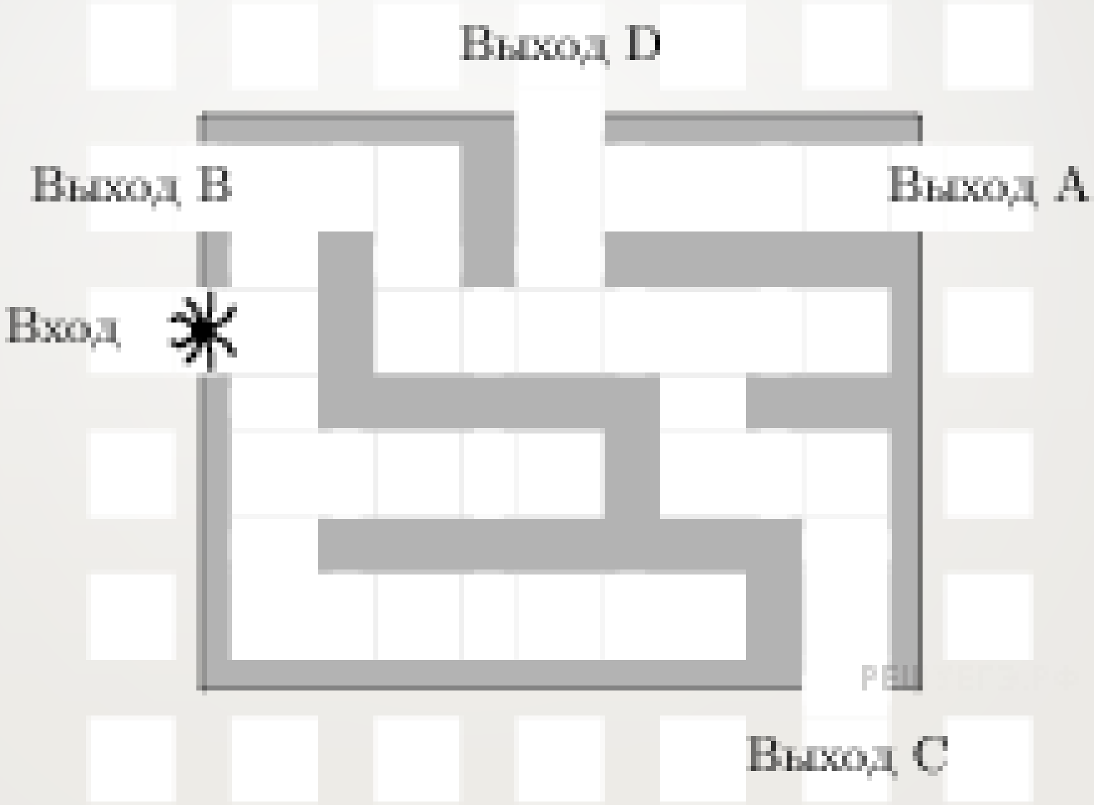
Решение:



$0{,}4 \cdot 0{,}1 + 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}04 + 0{,}48 = 0{,}52$

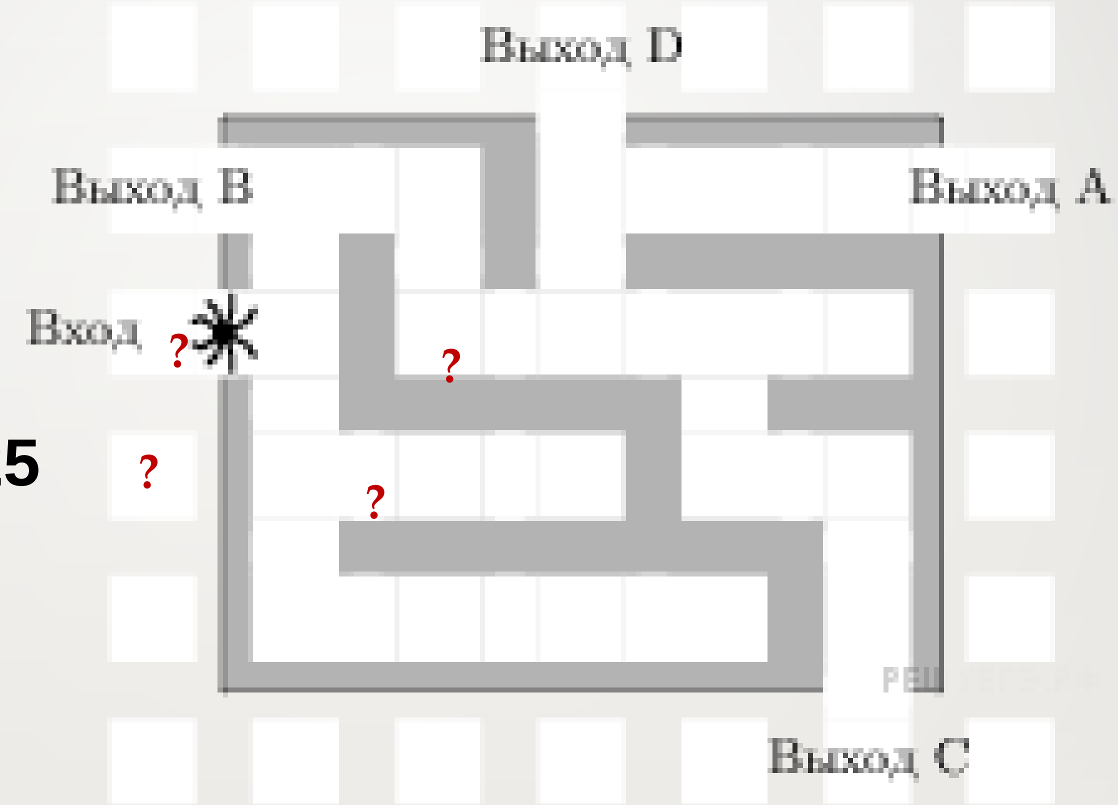
Ответ: 0,52.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Задача: На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу

Решение:



1/2·1/2·1/2·1/2=1/16=0,0625

Ответ: 0,0625.

Задача 27. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60% этих стекол, вторая – 40%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение:

1. Вероятность купить стекло на первой фабрике равна 0,6. Вероятность брака в стекле первой фабрики равна 0,04. Вероятность события А «куплено бракованное стекло первой фабрики» находим по формуле для пересечения независимых событий: $P(A) = 0{,}6 \cdot 0{,}04 = 0{,}024$.

2. Вероятность купить стекло второй фабрики равна 0,4. Вероятность брака в стекле второй фабрики равна 0,03. Вероятность события В «куплено бракованное стекло второй фабрики» равна $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}03 = 0{,}012$.

3. Искомая вероятность равна вероятности объединения несовместных событий А и В.

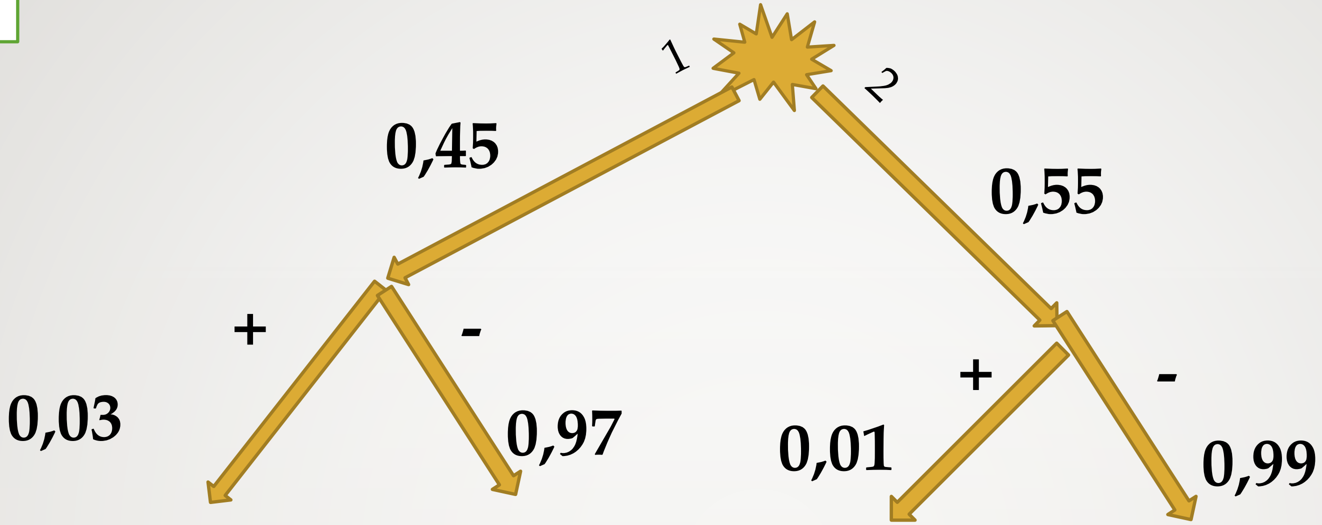
$$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}024 + 0{,}012 = 0{,}036}.$$

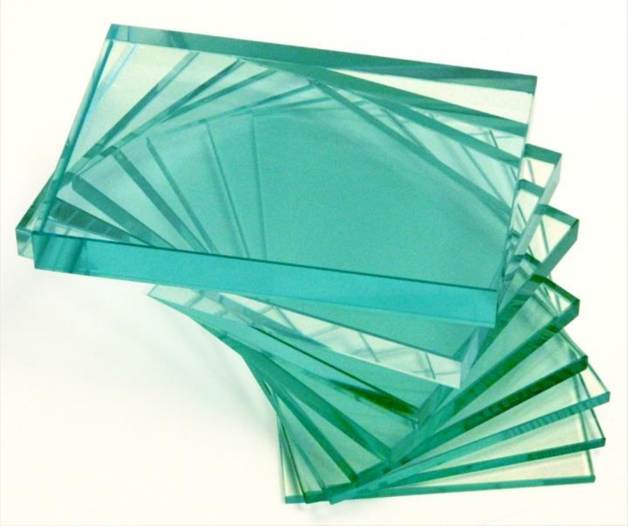
Ответ: 0,036.

Решение с помощью дерева возможных вариантов

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение:

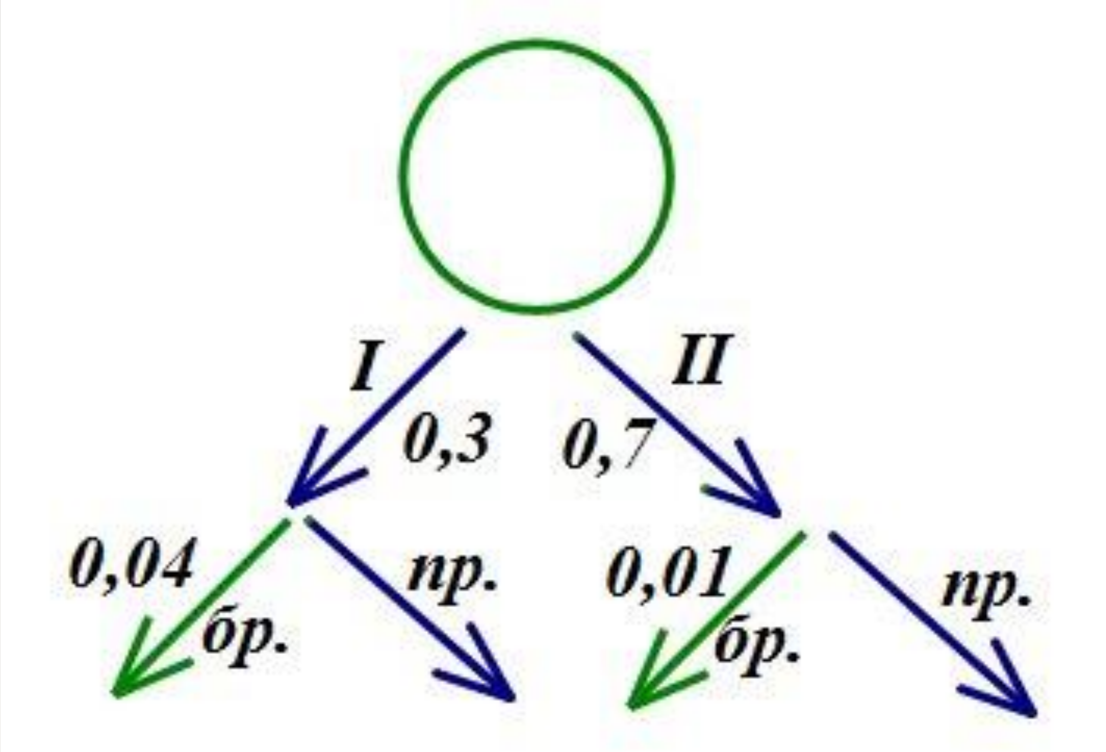




0,45·0,03+0,55·0,01=0,0135+0,0055=0,019

Ответ: 0,019.

Задача: Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стекол, а вторая – 70%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.



$$P = 0,04 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 0,7 = 0,019$$

Ответ: 0,019

Использование комбинированных методов решения

Задача 28. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение:

Вероятность наступления хорошей погоды по условию равна 0,8, тогда вероятность наступления отличной погоды равна $1 - 0,8 = 0,2$.

Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х – хорошая, О – отличная погода). Найдем вероятности наступления такой погоды:

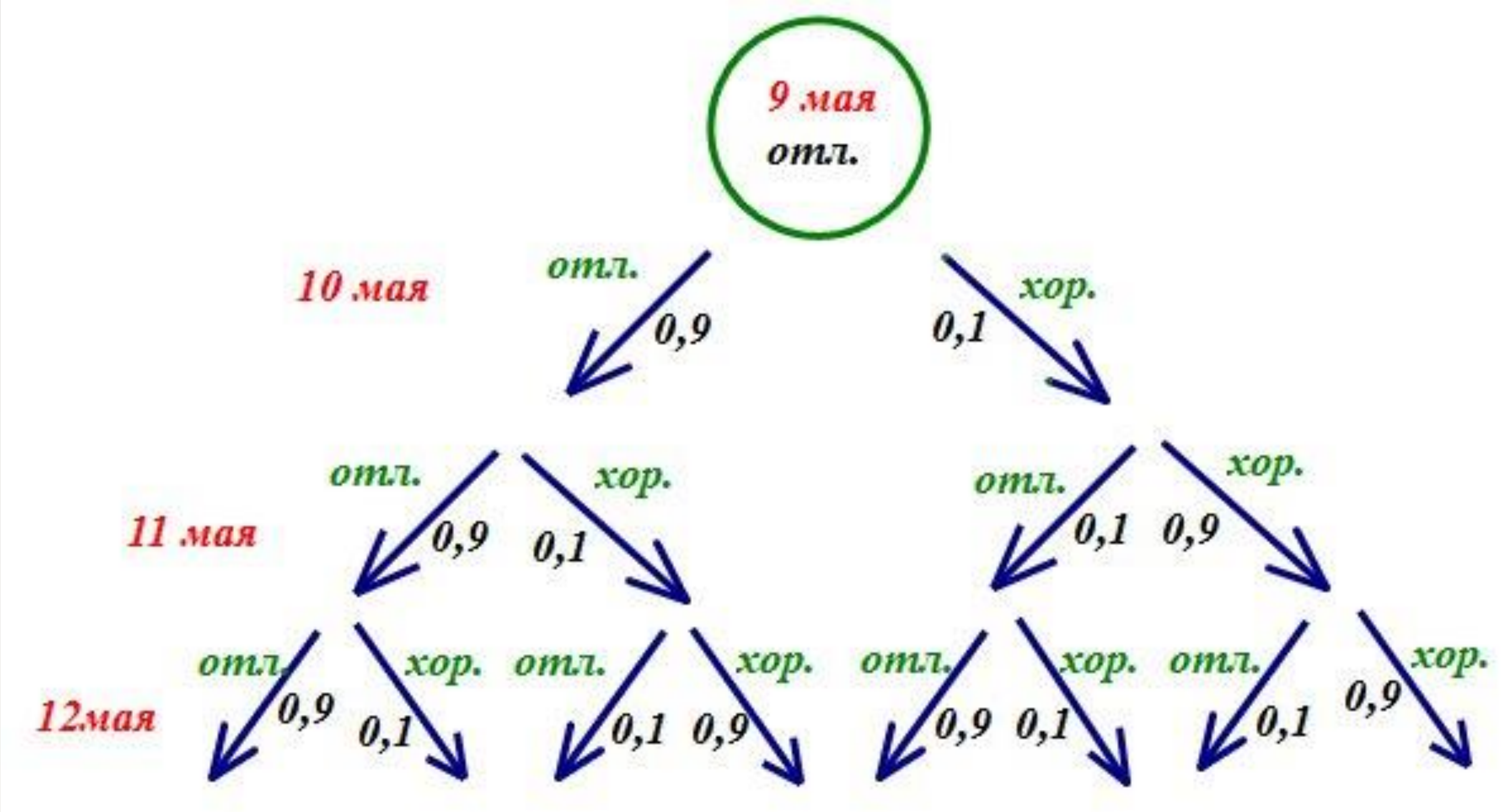
$$P(XXO) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128;$$
$$P(XOO) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128;$$
$$P(OXO) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$
$$P(OOO) = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128.$$

Указанные события несовместные, вероятность их сумы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(XXO) + P(XOO) + P(OXO) + P(OOO) = 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392.$$

Ответ: 0,392.

Задача: В волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причем погода, установившись утром, держится потом весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 9 мая погода в Волшебной стране отличная. Найдите вероятность того, что 12 мая в Волшебной стране будет отличная погода.



$$P = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 +$$
$$+0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,9 +$$
$$+0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1 +$$
$$+0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,1 =$$
$$= 0,756$$

Ответ: 0,756

Задача 29. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Решение:

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: либо после двух выигрышей (3 + 3), либо после выигрыша и ничьей (3 + 1, 1 + 3).

Так как вероятность выигрыша и проигрыша равны 0,4, то вероятность ничьей равна 1 − 0,4 − 0,4 = 0,2.

1. Вероятность события А «команда выиграла оба матча» по формуле пересечения независимых событий равна $P(A) = 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$.

2. Вероятность события В «команда выиграла первый матч, закончила вничью второй матч» равна $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$.

3. Вероятность события С «команда закончила вничью первый матч, выиграла второй матч» равна $P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$.

4. События А, В, С попарно несовместны, вероятность их объединения равна $P(AUBUC) = P(A) + P(B) + P(C) = 0{,}16 + 0{,}08 + 0{,}08 = 0{,}32$.

Ответ: 0,32

Задача 30. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение:

Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий:

А = «батарейка действительно неисправна и забракована» или

В = «батарейка исправна, но по ошибке забракована».

Т. к. события «батарейка неисправна» и « батарейка забракована» независимы, значит, вероятность наступления события А равна:

$P(A) = 0{,}02 \cdot 0{,}99 = 0{,}0198$.

Исправную батарейку линия производит с вероятностью

$1 - 0{,}02 = 0{,}98$.

Для отбраковки исправной батарейки должны произойти два независимых события: «линия произвела исправную батарейку» и «исправная батарейка забракована». Значит, вероятность события В равна $P(B) = 0{,}98 \cdot 0{,}01 = 0{,}0098$.

События А и В несовместны. Искомая вероятность равна

$P(AUB) = P(A) + P(B) = 0{,}0198 + 0{,}0098 = 0{,}0296$.

Ответ: 0,0296.

Задача 31. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты окажутся в разных карманах.

Решение:

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать 3 способами:

5,10,10; 10,5,10; 10,10,5.

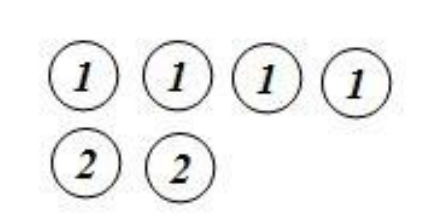
Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

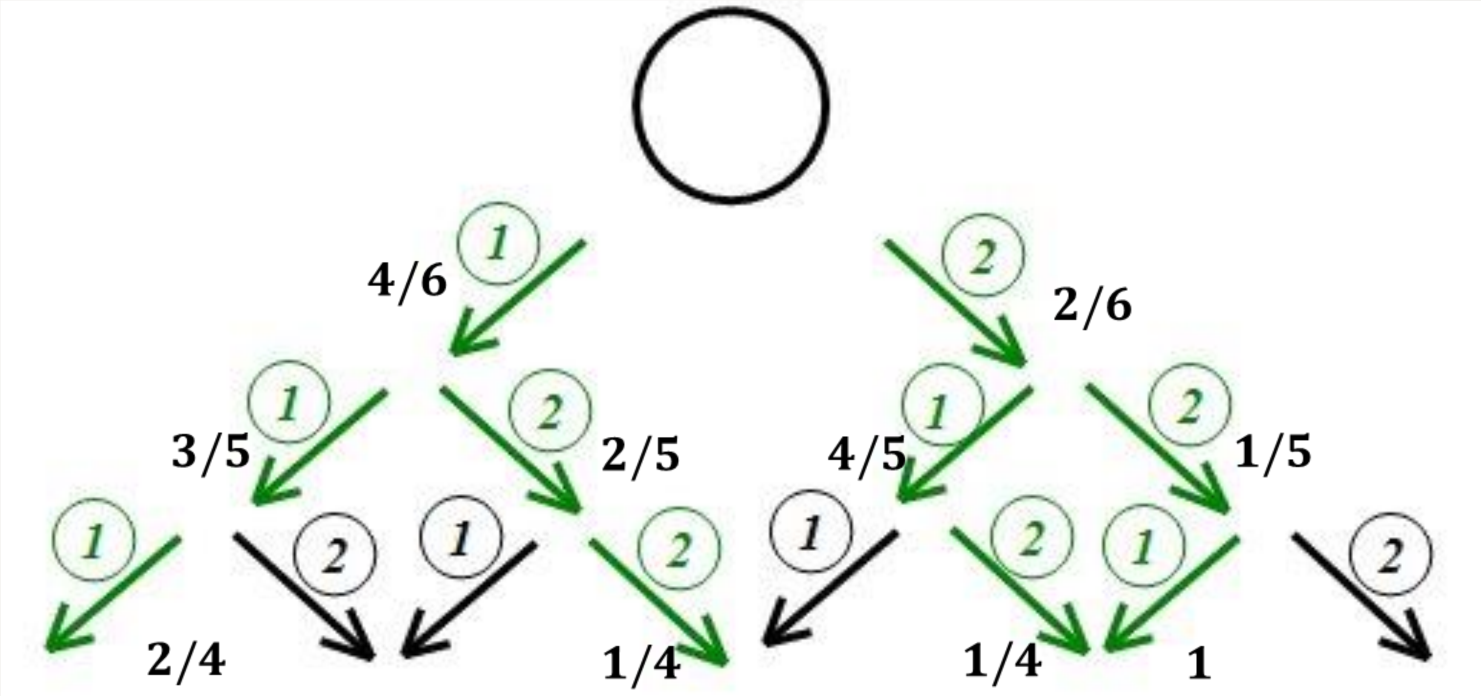
$$2/6 * 4/5 * 3/4 + 4/6 * 2/5 * 3/4 + 4/6 * 3/5 * 2/4 = 3/5 = 0,6$$

Ответ: 0,6.

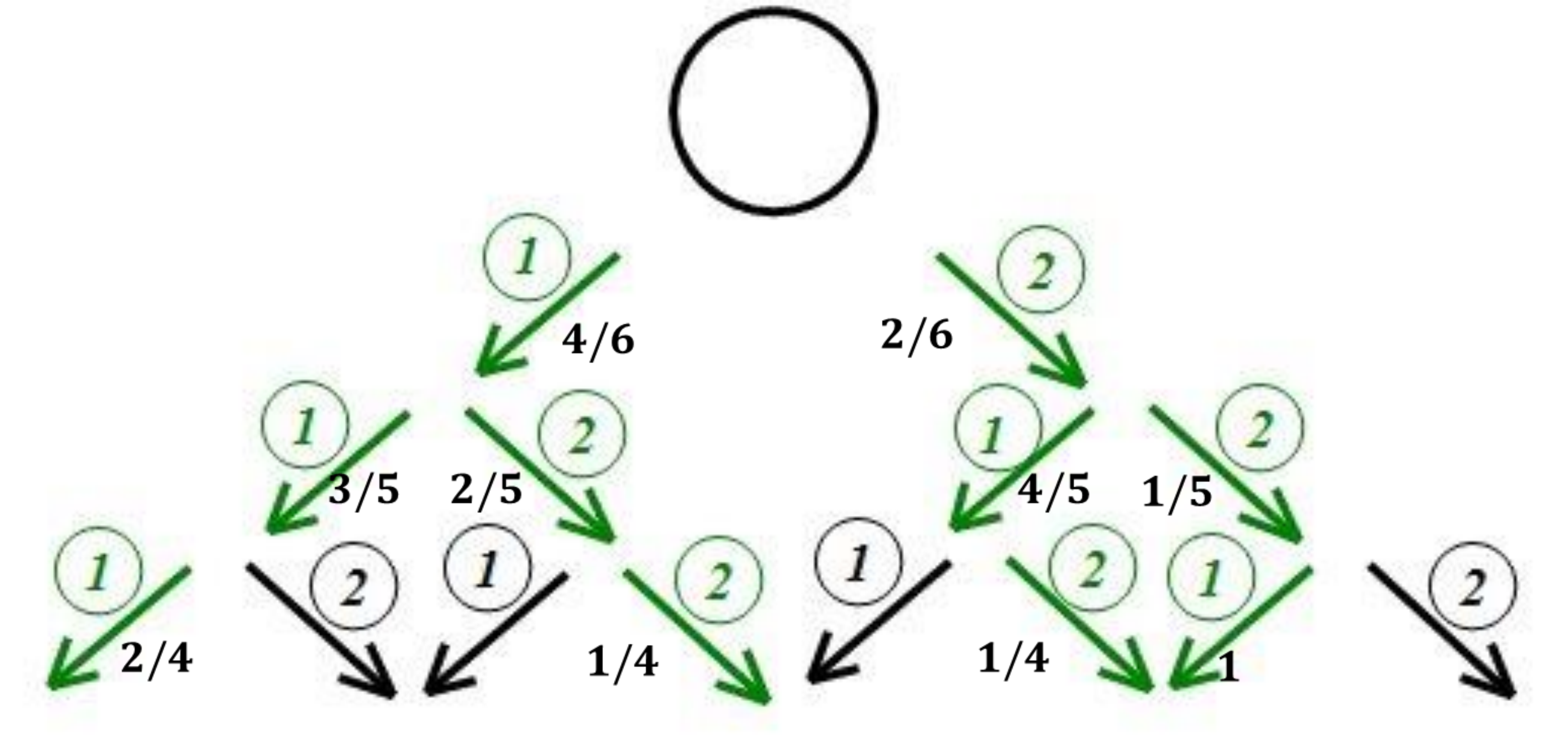
Задача: В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 2 рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублевые монеты лежат в одном кармане.

Обе двухрублевые монеты окажутся в одном кармане, если Петя переложил в другой карман три монеты по рублю, или две монеты по 2 рубля и одну монету по 1 рублю.





Задача: В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 2 рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублевые монеты лежат в одном кармане.



$$P=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{6}=\frac{1}{5}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{6}{15}=0,4$$

Ответ: $0,4$

Трое друзей Вася, Петя и Слава купили торт, и решили его съесть. Они разделили торт на три равные части. Внезапно появился четвертый друг Коля, и друзья решили отрезать ему по кусочку от своей доли. Вася отрезал 1/3 от своего куска, Петя 1/4, а Слава – половину. Какую часть всего торта получил Коля?

Вася:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Петя:

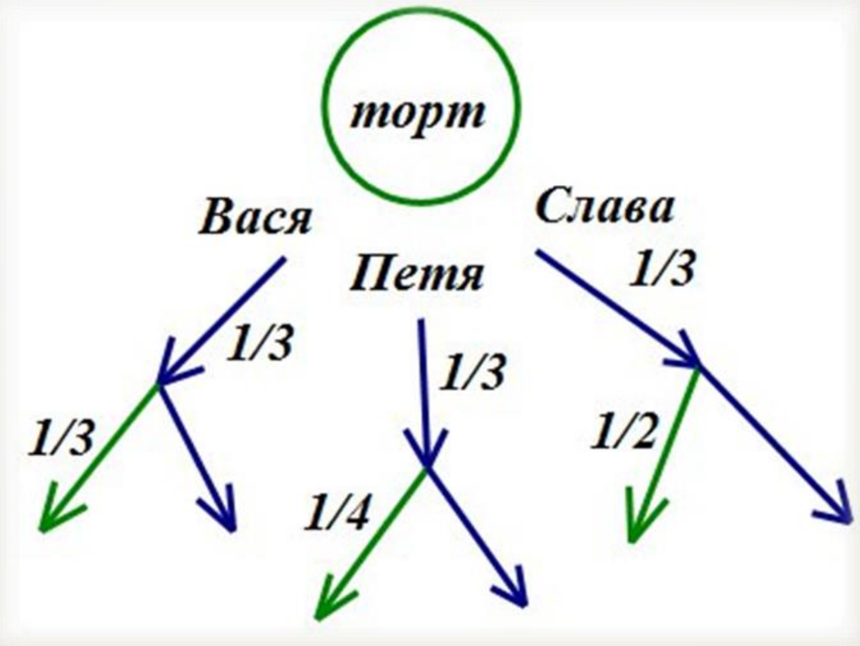
$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Слава:

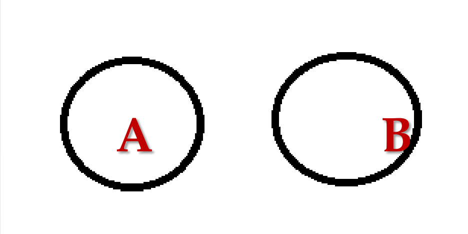
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Коля получит:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{13}{36}$$

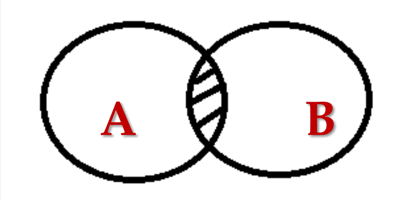


Задачи о совместных событиях



Несовместны

$P(A+B) = P(A) + P(B)$



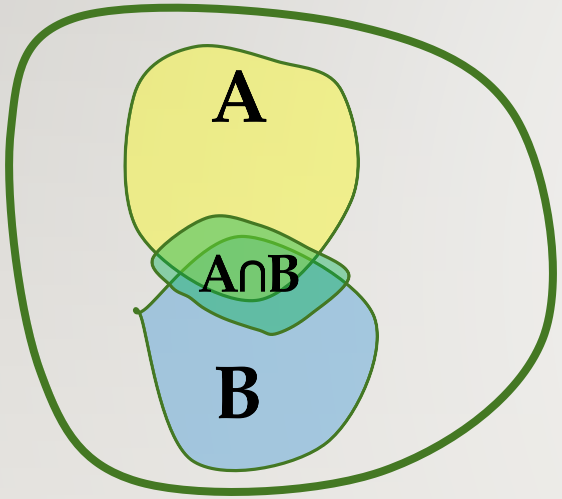
События совместны

$P(A+B) = P(A) + P(B) – P(A*B)$

Задача 32. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение. Обозначим: A={кофе закончится в первом автомате}

B={кофе закончится во втором автомате}



A∩B={кофе закончится в обоих автоматах}

P(A)=P(B)=0,4, $P(A\cap B)=0{,}22$

По формуле сложения вероятностей:

$A\cup B=\{\text{закончится хотя бы в одном}\}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B);$

$P(A\cup B)=0{,}4+0{,}4-0{,}22=0{,}58$

Противоположным событием будет $\left(\overline{A\cup B}\right)$

«кофе останется в обоих автоматах»

Его вероятность равна $P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-0{,}58=0{,}42$

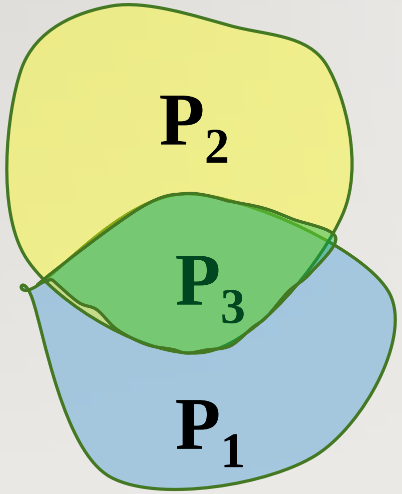
Ответ: 0,42

Задача 33. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку – 0,8, по иностранному языку – 0,7 и по обществознанию – 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение.



Вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику равна

$\mathbf{P_1=0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7=0{,}336}$.

Вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию равна $\mathbf{P_2=0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5=0{,}24}$.

Вероятность успешно сдать экзамены на обе специальности равна

$\mathbf{P_3=0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5=0{,}168}$.

Вероятность успешной сдачи хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей равна

$\mathbf{P=P_1 + P_2 - P_3=0{,}408}$.

Ответ: 0,408.

Задача 34.

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Решение.

Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела, B — событие, состоящее в том, что первый раз стрелок промахнулся, а со второго выстрела поразил мишень. Вероятность события A равна $P(A) = 0,7$. Событие B является произведением двух независимых событий, поэтому его вероятность равна произведению вероятностей этих событий: $P(B) = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,7 + 0,21 = 0,91.$$

Приведём другое решение.

Пусть событие A состоит в том, что цель поражена с первого выстрела, B — со второго. Вероятность того, что мишень будет поражена первым или вторым выстрелом равна вероятности суммы событий A и B. Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,7 + 0,7 - 0,49 = 0,91.$$

Ответ: 0,91.

Задача: В случайном эксперименте Ω монету бросают два раза.

Событие $A = \{$ два раза выпал орёл $\}$ имеет вероятность $\frac{1}{4}$. Предположим, что нам известно, что при первом броске выпал орёл (событие B). Теперь для наступления события A достаточно, чтобы орёл выпал ещё только один раз. Вероятность этого равна $\frac{1}{2}$. Получается, что одно и то же событие A в условиях исходного эксперимента Ω имеет вероятность

$P(A) = P(A\,|\Omega) = \frac{1}{4}$, а при условии, что событие B

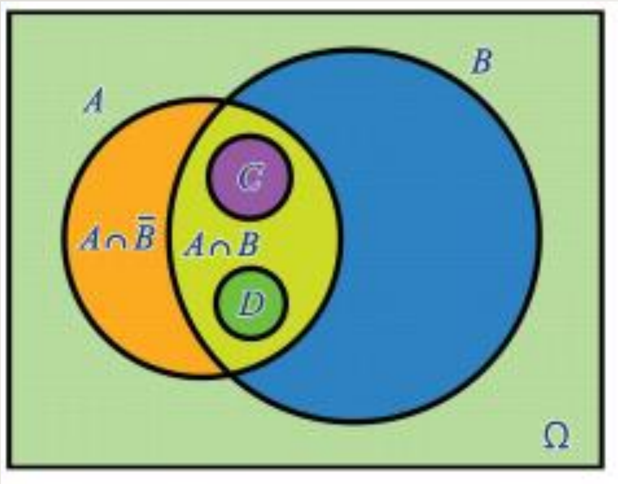
наступило, вероятность того же события A стала другой: $P(A \mid B) = \frac{1}{2}$.

Разобьём событие A на два несовместных события $A \cap B$ и $A \cap \overline{B}$. Тогда по формуле сложения вероятностей

$P(A \mid B) = P(A \cap B \mid B) + P(A \cap \overline{B} \mid B)$.

Событие B уже произошло, поэтому событие $A \cap \overline{B}$ осуществиться не может. Значит, $P(A \cap \overline{B} \mid B) = 0$. Следовательно, $P(A \mid B) = P(A \cap B \mid B)$.

Наступление события B не меняет отношения вероятностей элементарных событий опыта, принадлежащих B



Наступление события B может изменить вероятности событий C и D, но не может изменить их отношение

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

эта формула верна тогда, когда $P(B) > 0$.

Если $P(B) = 0$

Теорема умножения для независимых событий

Вероятность произведения двух независимых событий ***A*** *и* ***B*** *равна произведению их вероятностей.*

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B).}$$

Эту формулу часто называют **формулой умножения вероятностей**.

Задача: Известно, что вероятность мужчины дожить до 90 лет составляет 5,126%, а до 95 лет – 1,326%. С какой вероятностью мужчина, которому уже сейчас 90 лет, доживет до 95 лет?

Решение.

Пусть A – это дожитие до 95 лет, C – дожитие 90-летнего мужчины до 95 лет, B – дожитие до 90 лет. Чтобы отпраздновать 95-летие, человек сначала должен отметить 90-летний юбилей, а потом ещё прожить 5 лет. Другими словами, чтобы случилось A, сначала должно случиться B, а потом событие C при условии B. То есть можно записать $P(A) = P(B) \bullet P(C|B)$ По условию $P(A) = 0{,}01326$, а $P(B) = 0{,}05126$. Зная это, легко найдем $P(C|B)$: $P(A) = P(B) \bullet P(C|B)$ $0{,}01326 = 0{,}05126 \bullet P(C|B)$ $P(C|B) = 0{,}01326/0{,}05126 \approx 0{,}2587$ Это и есть вероятность мужчины, отметившего 90-ый день рождения, дожить до 95 лет.

Ответ: 0,2587

Задач: В конце экзамена два оставшихся студента по очереди вытягивают по одному билету. Первым будет тянуть Иванов, а вторым — Петров. На столе осталось три билета: восьмой, пятнадцатый и девятнадцатый. Нас интересует вероятность события «Иванов взял билет №8, а Петров —№19».

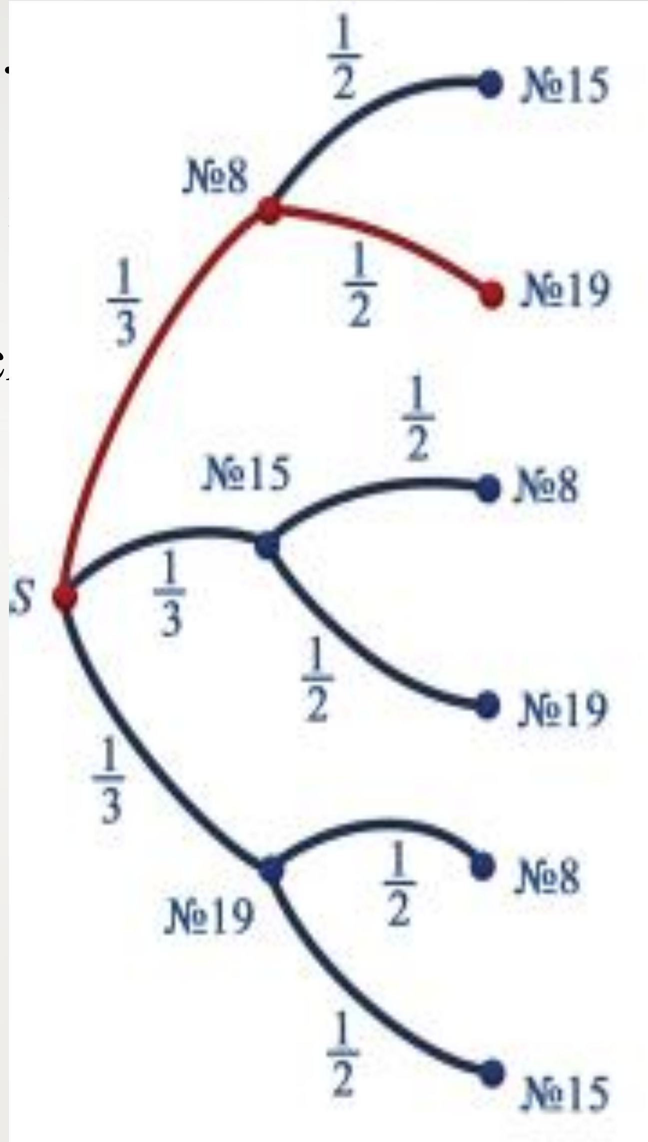
Решение.

Возьмём два события:
B = Иванов взял билет №8, A = Петров взял билет №19.
В первом опыте выбирает Иванов, и у него три равновозможных исхода.
Поэтому $P(B) = \frac{1}{3}$

Во втором опыте выбирает Петров, и у него каждый раз есть два равновозможных исхода, однако какие это исходы — зависит от того, что вытянул Иванов. Если Иванов вытянул билет №8, то вытянуть билет №19 Петров может с вероятностью $\frac{1}{2}$, то есть $P(A \mid B) = \frac{1}{2}$
Заметьте, мы здесь не вычисляли условную вероятность, а нашли её из соображений равновозможности.
Тогда вероятность интересующего нас события $A \cap B$ *можно найти по формуле* умножения: $P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Удобно изобразить возникающие состояния точками. Если из одного состояния можно попасть в другое, соединим соответствующие точки линиями (рёбрами) около каждого ребра подпишем вероятность этого перехода. Такое графическое представление называетс **деревом вероятностей**. Дерево для приведённого примера показано на рис. Предположим, что для составного эксперимента удалось построить дерево вероятностей и понять, каковы условные вероятности переходов между состояниями.

Тогда вероятности сложных событий можно найти умножением условных вероятностей вдоль соответствующих цепочек рёбер. Именно эту возможность предоставляет полученная формула умножения вероятностей.



Задача: Чтобы разобраться, ещё раз воспользуемся опытом с двукратным бросанием монеты. Событие B состоит в том, что первый раз выпал орёл, а событие A состоит в том, что орёл выпал оба раза.

Как мы знаем, $P(B) = \frac{1}{2}$ и $P(A) = \frac{1}{4}$ Событие $A \cap B$ совпадает с событием A. Поэтому $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Если же мы знаем, что событие B уже осуществилось, то теперь для наступления события A достаточно, чтобы орёл выпал ещё только один раз. Вероятность этого равна $\frac{1}{2}$. Поэтому $P(A \mid B) = \frac{1}{2}$. Формула условной вероятности даёт тот же результат:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Задачи на проценты

Задача 35. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 40% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 48% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение:

Пусть x – искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Пусть всего закуплено n яиц. Тогда в первом хозяйстве закуплено $x \cdot n$ яиц, из них $0,6 \cdot n$ высшей категории. Во втором хозяйстве закуплено $(1 - x) \cdot n$ яиц, из них $0,4 \cdot (1 - x) \cdot n$ высшей категории. Всего высшую категорию имеют $0,48\, n$ яиц.

Отсюда: $0,6x \cdot n + 0,4 \cdot (1 - x) \cdot n = 0,48\, n,$

$$0,6x + 0,4 \cdot (1 - x) = 0,48,$$

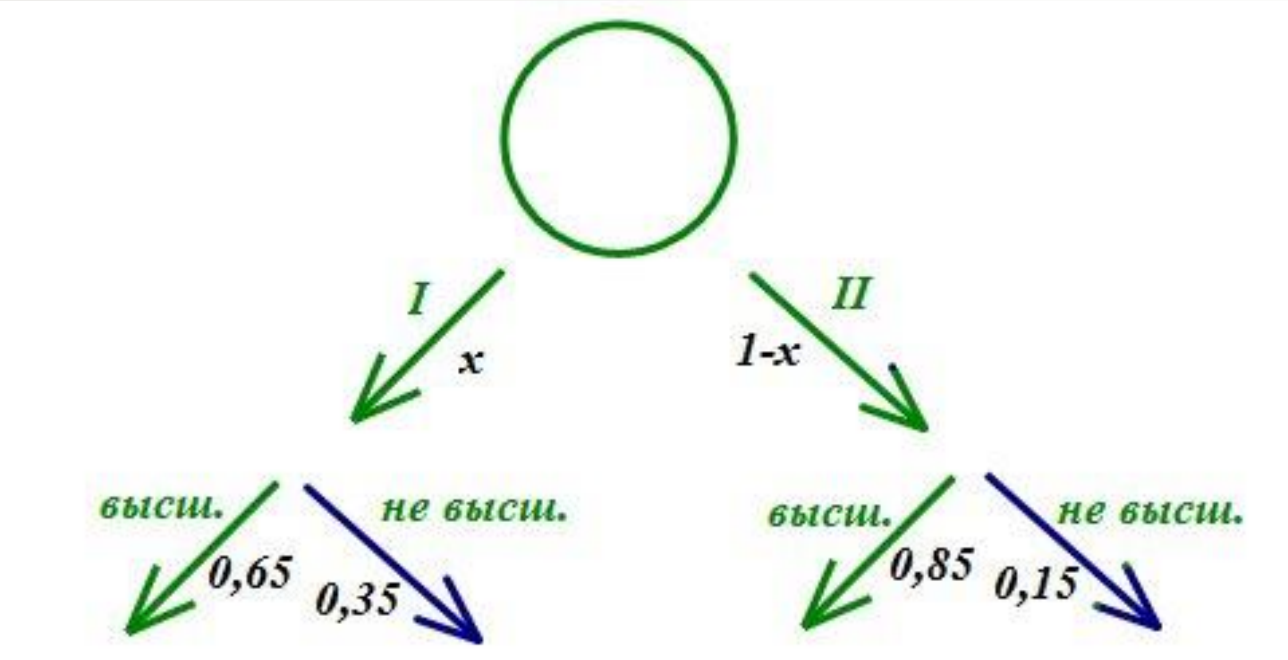
$$0,6x + 0,4 - 0,4x = 0,48,$$

$$0,2x = 0,008,$$

$$x = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

Задача: Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 65 % яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 85% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 80 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.



$$P = 0,65 \cdot x + 0,85 \cdot (1 - x) = 0,8$$

$$-0,2x = -0,05;$$

$$x = 0,25$$

Ответ: 0,25

Задача 36. На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Решение:

Пусть завод произвел x тарелок. Качественных тарелок $0,8x$ (80% от общего числа), они поступят в продажу. Дефектных тарелок $0,2x$, из них в продажу поступает 30%, то есть $0,3 \cdot 0,2x = 0,06x$.

Всего в продажу поступило $0,8x + 0,06x = 0,86x$ тарелок. Вероятность купить качественную тарелку равна:

$$\frac{0,8x}{0,86x} = \frac{40}{43} \approx 0,93$$

Ответ: 0,93.

Разные задачи.

Задача 37. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Решение:

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам:

а) пациент болеет гепатитом, его анализ верен;

б) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$P(A) = 0,9 \cdot 0,05 = 0,045,$

$P(B) = 0,01 \cdot 0,95 = 0,0095,$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,045 + 0,0095 = 0,0545.$

Ответ: 0,0545.

Задача 28. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2440 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Решение:

В городе родилось 5000 – 2400 = 2560 мальчиков

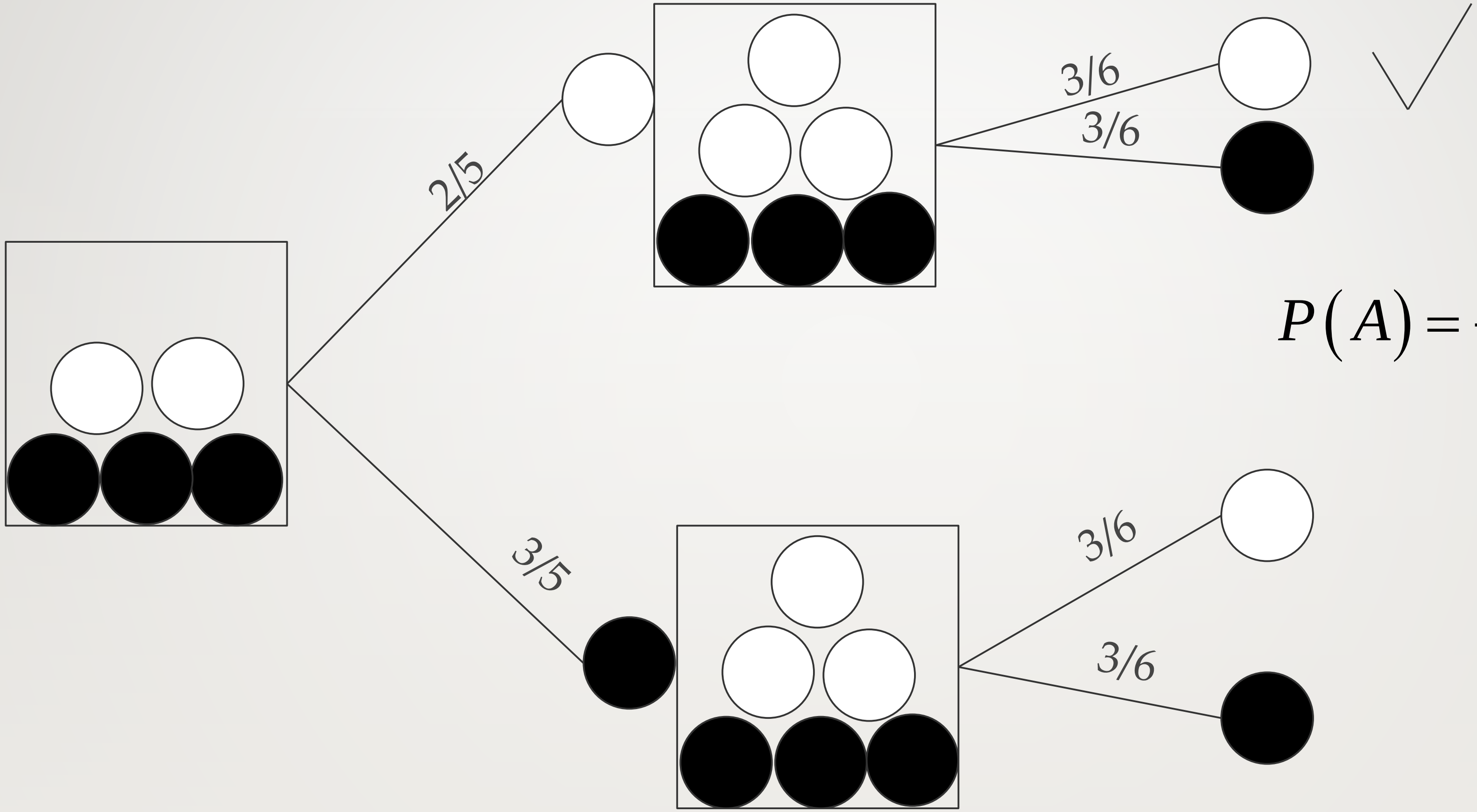
Частота рождения мальчиков равна $\frac{2560}{5000} \approx 0{,}512$

Ответ: 0,512

Задача:. Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 4 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных.

1. Из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары белые.
2. Выбирается урна и из нее извлекается 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары белые. Найти вероятность того, что они были взяты из первой урны.
3. Из первой урны во вторую переложили 1 шар, а затем из второй (пополненной) урны достали 2 шара. Они оказались белыми. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.

Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары белые.

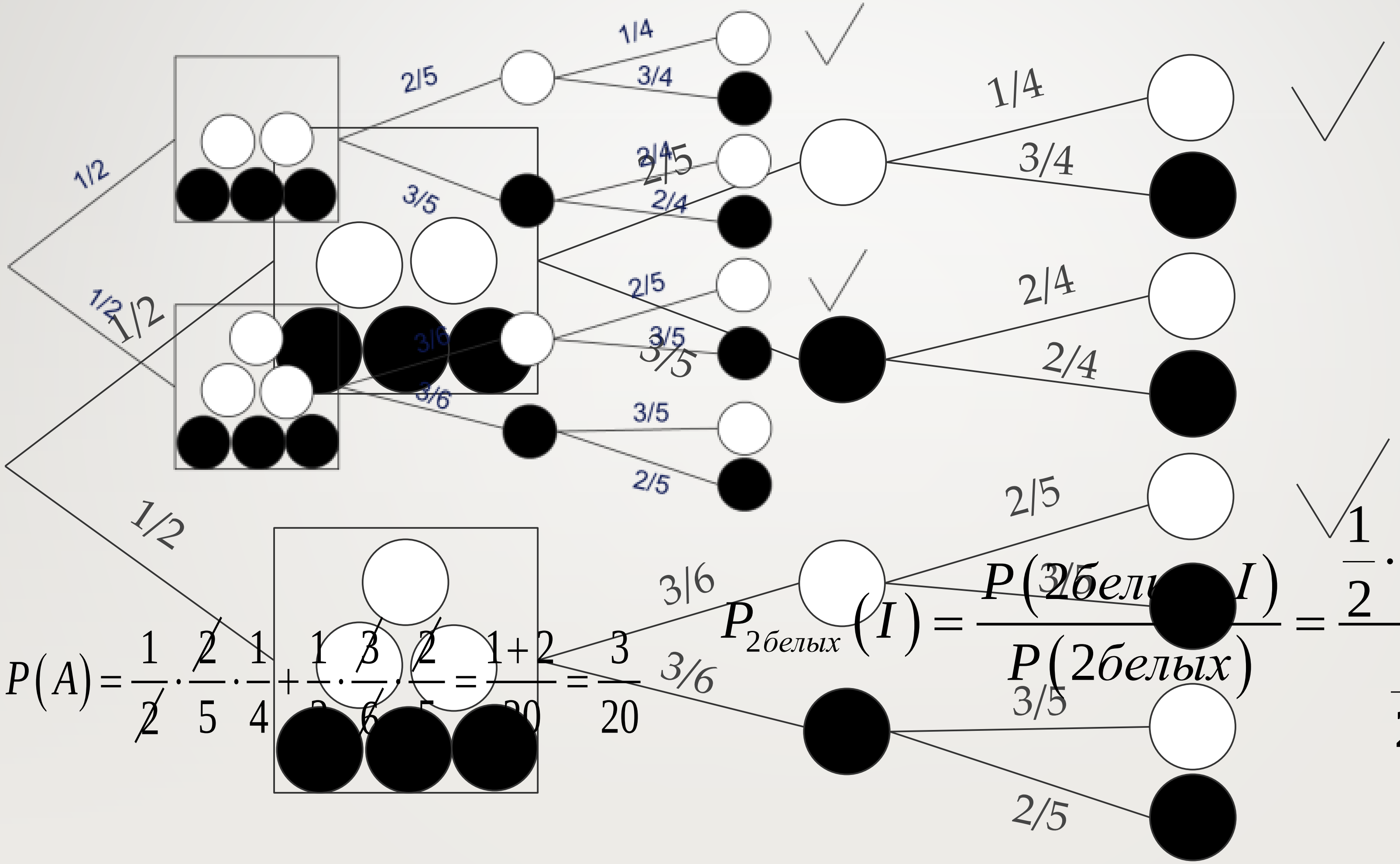


$$P(A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{5}$$

Из I урны

Из II урны

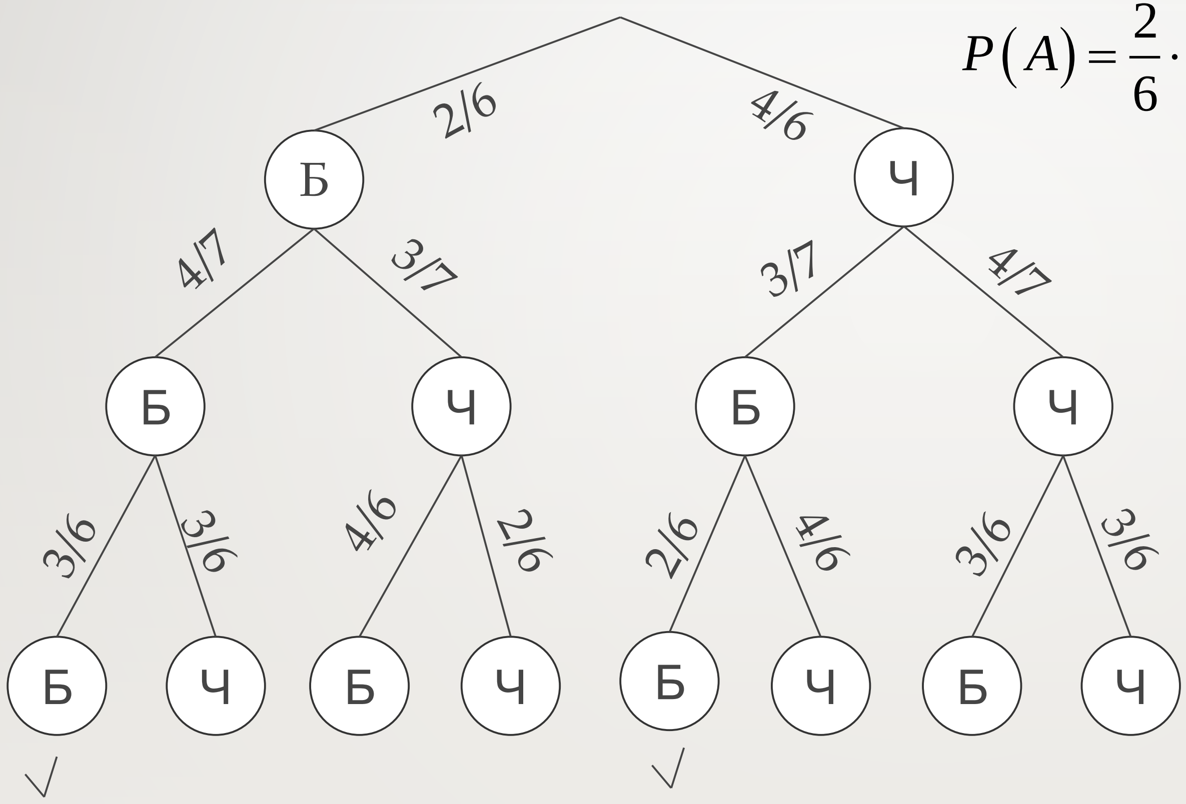
Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Выбирается урна и из нее извлекается 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары белые. Найти вероятность того, что они были взяты из первой урны.



$$P(A)=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{6}}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1+2}{20}=\frac{3}{20}$$

$$P_{2белых}(I)=\frac{P(2белых\cap I)}{P(2белых)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{3}{20}}=\frac{1}{3}$$

Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 4 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Из первой урны во вторую переложили 1 шар, а затем из второй (пополненной) урны достали 2 шара. Они оказались белыми. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.



$$P(A)=\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}=2\cdot\frac{\cancel{2}\cdot 3\cdot 4}{\cancel{6}\cdot 6\cdot 7}=\frac{4}{21}$$

Из I урны во II

1 шар из II урны

2 шар из II урны

Благодарю за просмотр!