Приемы и методы подготовки обучающихся к решению геометрических задач ГИА/ВПР

Степанова Т.Г., учитель математики МАОУ Голышмановская СОШ №4, региональный методист

ГИА по математике это -

результат работы ученика и учителя на протяжении пяти лет обучения в школе, и подготовка к ней является важной составляющей учебного процесса.

Успешнее сдает ОГЭ тот, кто

- в полном объеме владеет материалом,
- хорошо знаком с процедурой проведения экзамена,
- психологически готов к экзамену и адекватно реагирует на нестандартные ситуации.

Этапы подготовки к ОГЭ

01

Знакомство с демо-[illegible]ией, кодификатором, спецификацией КИМов для проведения ГИА

02

[illegible]оведение диагностической работы для учащихся

03

[illegible]ор методических пособий для подготовки к ГИА

Этапы подготовки к ОГЭ

04

Информационна я р… а с учащимися и их родителями

05

Мет… ческая п… товка

06

Организация … тогового … торения по тематическим блокам

Упражнения на готовых чертежах позволяют

1

совершенствовать процесс формирования умения решать геометрические задачи, оказывают положительное влияние на развитие пространственного воображения и творческого мышления

2

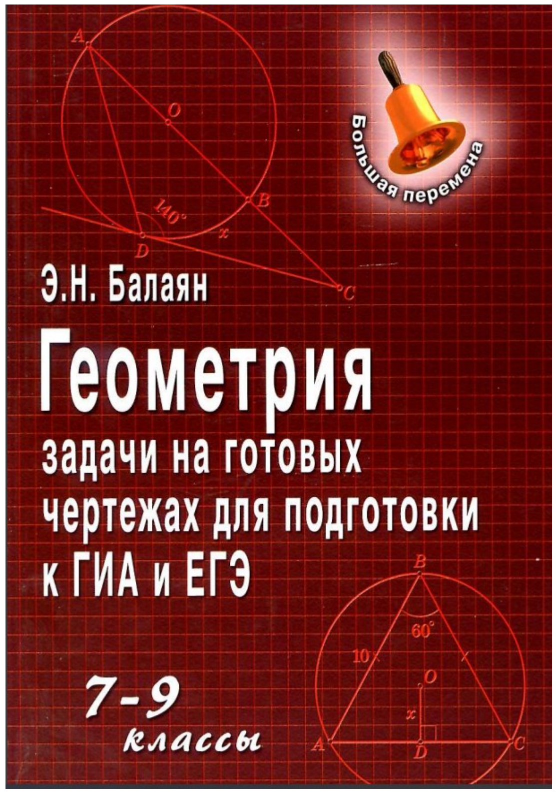
формировать умения анализировать задачную ситуацию, заданную чертежом, обобщения и конкретизации чертежа

3

овладевать методами и приемами исследования геометрической ситуации, геометрического чертежа, анализировать условие задачи и соотносить его с чертежом, выбирать наиболее эффективный способ решения задачи

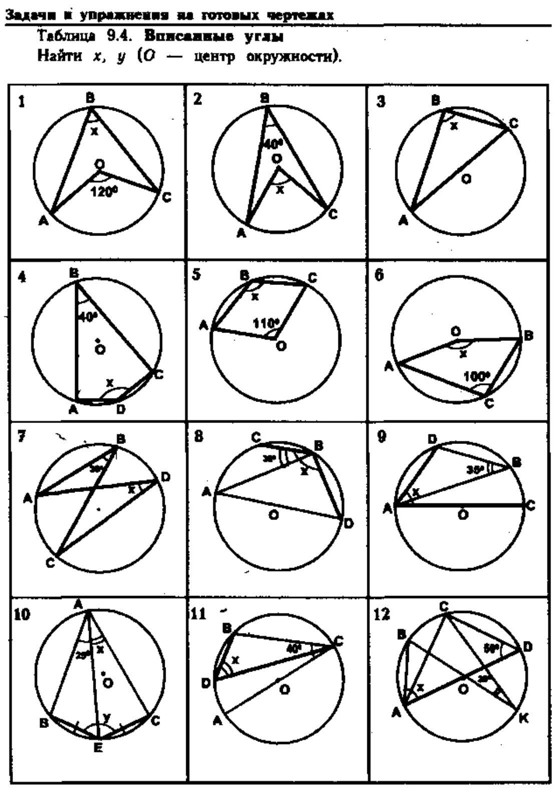
Приемы и методы подготовки обучающихся к решению геометрических задач ГИА/ВПР

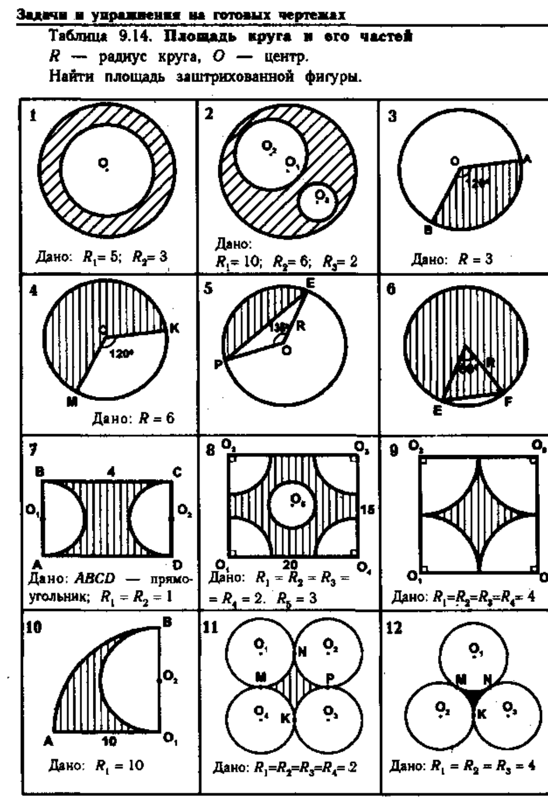
Планиметрия

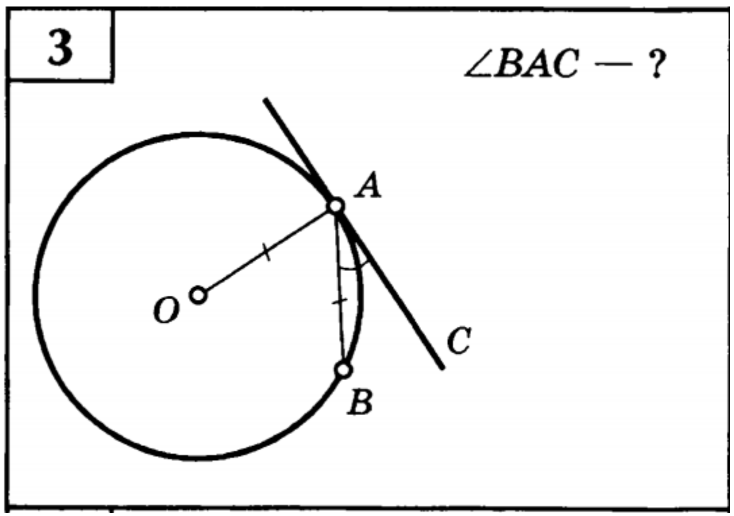


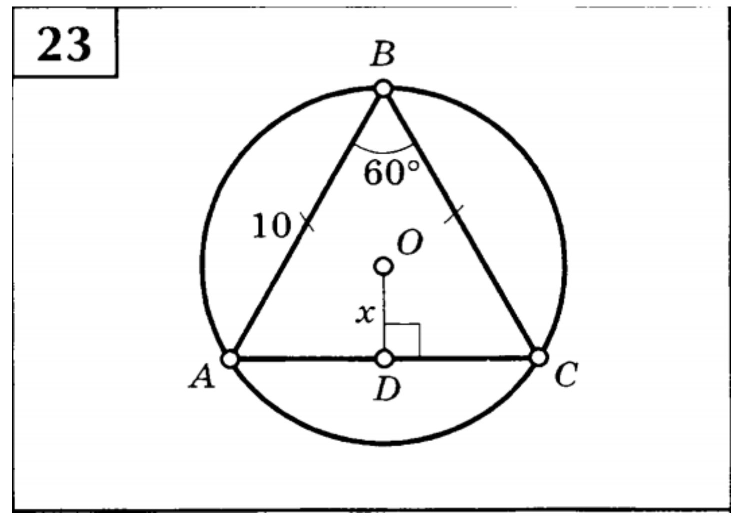
https://clck.ru/39ZvGD

Е.М. Рабинович «Математика. Задачи и упражнения на готовых чертежах» 7 – 9 классы






3
∠BAC — ?
A
O
B
C


23
B
60°
10
O
x
A
D
C

Решение

Задача 1

$OA \perp AC$ (радиус, проведенный в точку касания)

$OB = OA = AB = R \Rightarrow \triangle OAB$ равносторонний,

$\angle A = \angle B = \angle O = 60^\circ$

$\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Ответ: 30°

Задача 2

$AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ равнобедренный

$\angle A = \angle C = (180^\circ - 60^\circ):2 = 60^\circ \Rightarrow$

$\triangle ABC$ равносторонний и O – точка пересечение медиан, биссектрис, высот

$\angle OAD = 30^\circ$ и $AD = \frac{1}{2} AC = 5$

$\triangle AOD$: $\frac{OD}{AD} = tg\, OAD$

$\frac{x}{5} = tg\, 30^\circ \quad x = 5\, tg\, 30^\circ$

$x = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3}$, т.е $OD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

Приёмы в задачах по геометрии на ОГЭ

1. Корень, уходи.
2. Воздушный змей.
3. Утюг.
4. Коса.
5. Клюв

1. *Корень, уходи* $\cancel{\sqrt{\ }}$

Задача 356480 (Решу ОГЭ).Тип 16

Сторона равностороннего треугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

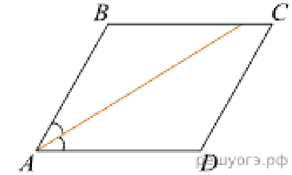
Решение: Треугольник АВС равносторонний, значит все его углы равны 60^0.

По теореме синусов $2R=\frac{AC}{\sin B}$

$R=\frac{AC}{2sinB}=\frac{6\sqrt{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=6.$

«корень, уходи»-убрать квадратный корень.

2. Воздушный змей



Задача 340156 (Решу ОГЭ). Тип 15.

Найдите величину острого угла параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 15^0. Ответ дайте в градусах.

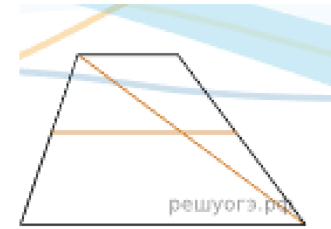
Решение:

$$< BKA =< KAD = 15^0$$
$$< BAK =< BKA = 15^0 \quad =>$$
$$< A = 2 < BAK = 2 \cdot 15 = 30^0$$

Т.е. мы берем заданный угол и умножаем на 2.

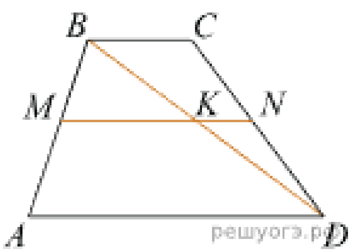
«воздушный змей»-умножай число на 2.

3. Утюг



Задача 333092 (Решу ОГЭ) Тип 15.

Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.

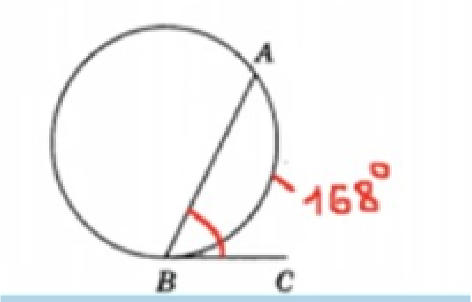


Так как нужно найти больший из отрезков, то нужно рассмотреть треугольник ABD со средней линией MK (если же нужно найти меньший из отрезков, то нужно рассмотреть треугольник BCD со средней линией KN).

МК$=\frac{AD}{2}=\frac{11}{2}=$5,5.

«утюг»-ищешь меньшее, дели на 2 меньшее, ищешь большее-дели на 2 большее.

4. Коса



Задача 356475 (Решу ОГЭ) Тип 16.

На окружности отмечены точки А и В так, что меньшая дуга АВ равна 168^0.

Прямая ВС касается окружности в точке В так, что угол АВС острый. Найдите угол АВС. Ответ дайте в градусах.

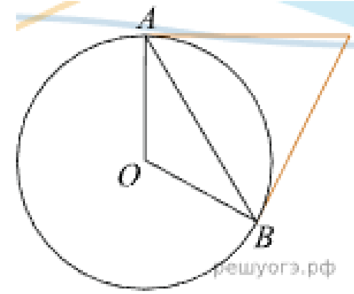
Решение: для решения этой задачи нужно вспомнить следующую теорему: угол между хордой и касательной равен половине дуги, которую отсекает хорда.

$$< ABC = \frac{1}{2} \cup AB_{\text{меньшая}}$$

$$< ABC = \frac{1}{2} \cdot 168 = 84^0$$

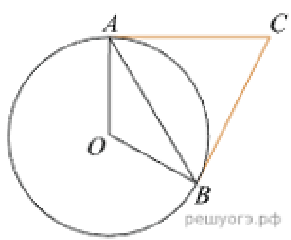
«коса»: раздели число на 2.

5. Клюв



Задача 340337 (Решу ОГЭ) Тип 16.

Касательные в точках А и В к окружности с центром О пересекаются под углом 72^0. Найдите угол АВО. Ответ дайте в градусах.



$$< AOB = 360^0 - (< OAC + < OBC + < ACB) = 360^0 - (90^0 + 90^0 + 72^0) = 108^0.$$

AO=BO => ΔABO равнобедренный.

$$< ABO = \frac{180^0 - 108^0}{2} = 36^0$$

«клюв»-раздели число на 2.

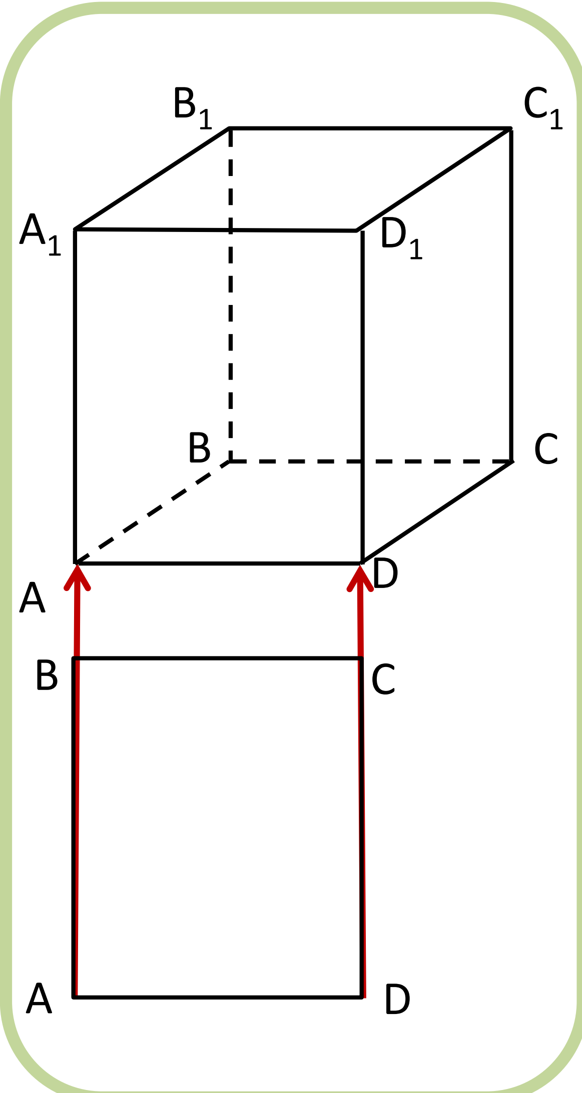
Приемы и методы подготовки обучающихся к решению геометрических задач ГИА/ВПР

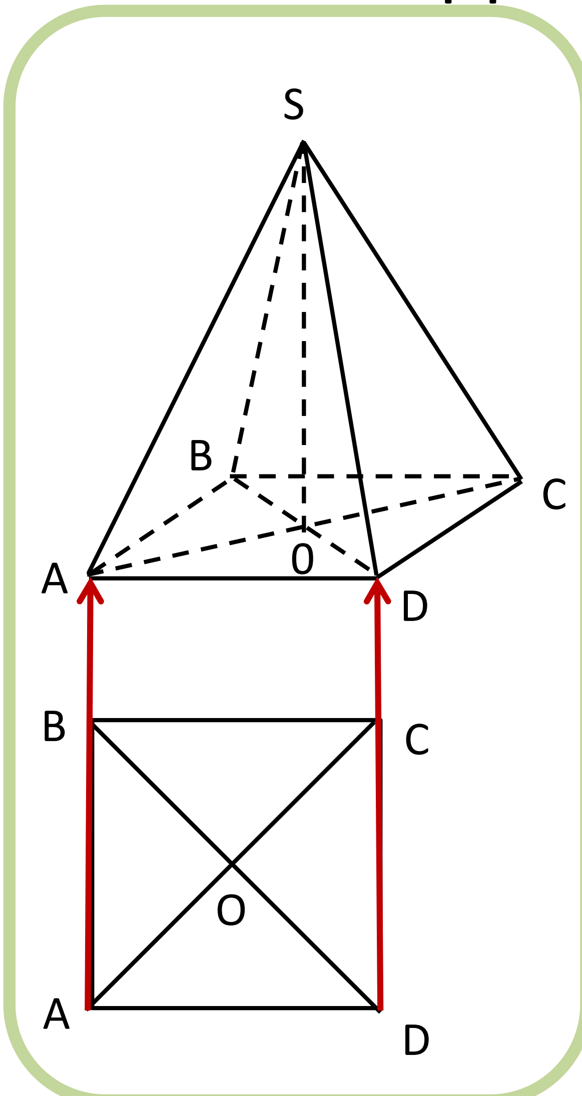
Стереометрия

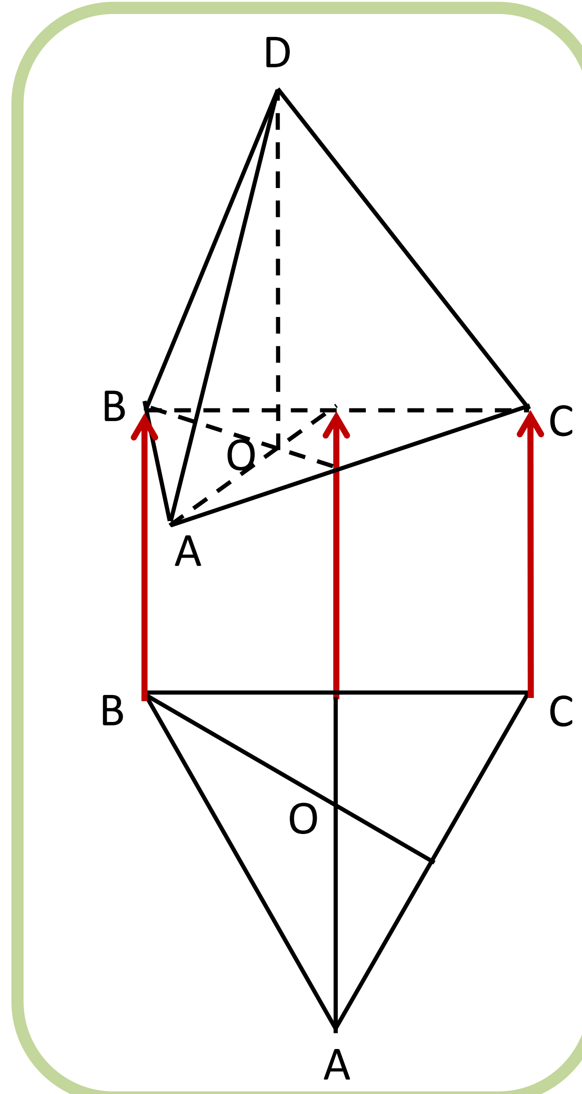
Хорошая подготовка по планиметрии

Успешное изучение стереометрии

Правильно построенный чертёж – 50% решения задачи



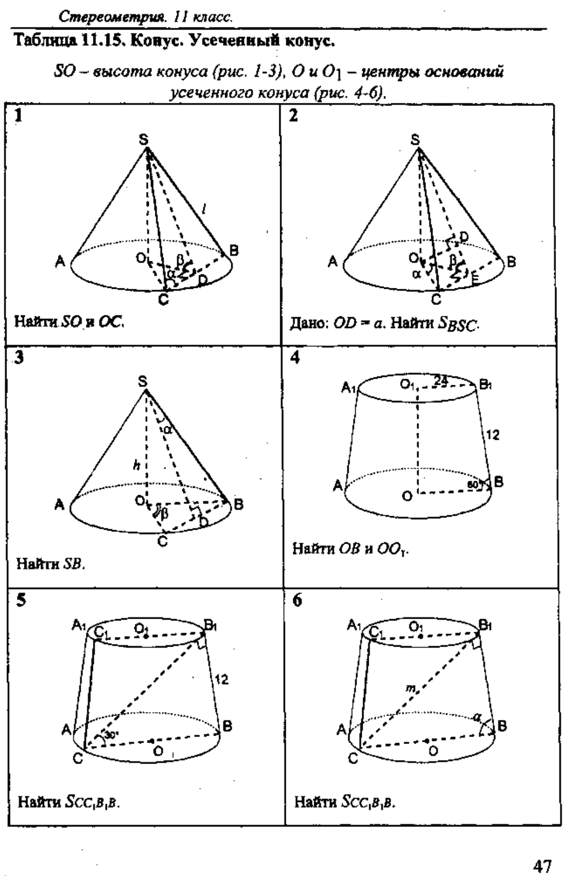




Задачи на готовых чертежах

- Дают возможность освежить в памяти уже изученные геометрические понятия и факты
- Помогают отработать новые
- Готовят учащихся к решению задач из банка задач ЕГЭ

Е.М. Рабинович «Математика. Задачи и упражнения на готовых чертежах» 10 – 11 классы



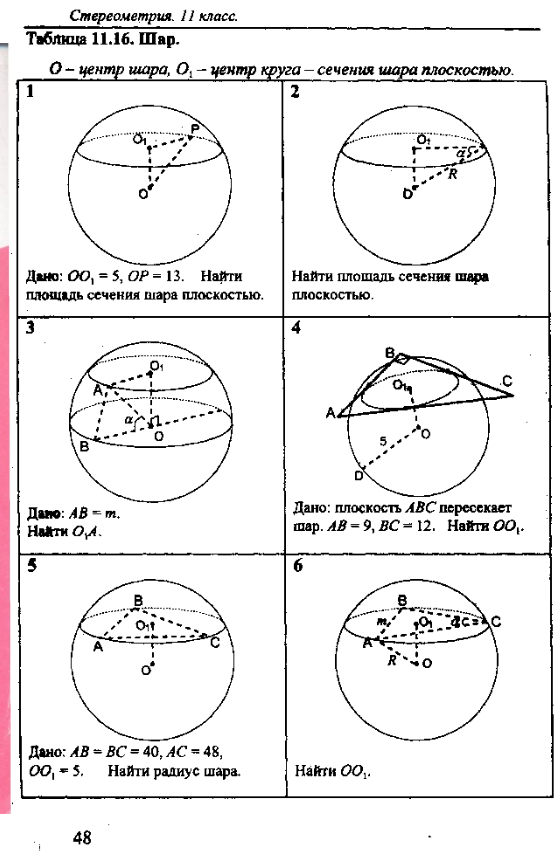
Стереометрия. 11 класс.

Таблица 11.15. Конус. Усеченный конус.

SO – высота конуса (рис. 1-3), O и O_1 – центры оснований усеченного конуса (рис. 4-6).

1. Найти SO и OC.
2. Дано: $OD = a$. Найти S_{BSC}.
3. Найти SB.
4. Найти OB и OO_1.
5. Найти $S_{CC_1B_1B}$.
6. Найти $S_{CC_1B_1B}$.

47



Стереометрия. 11 класс.

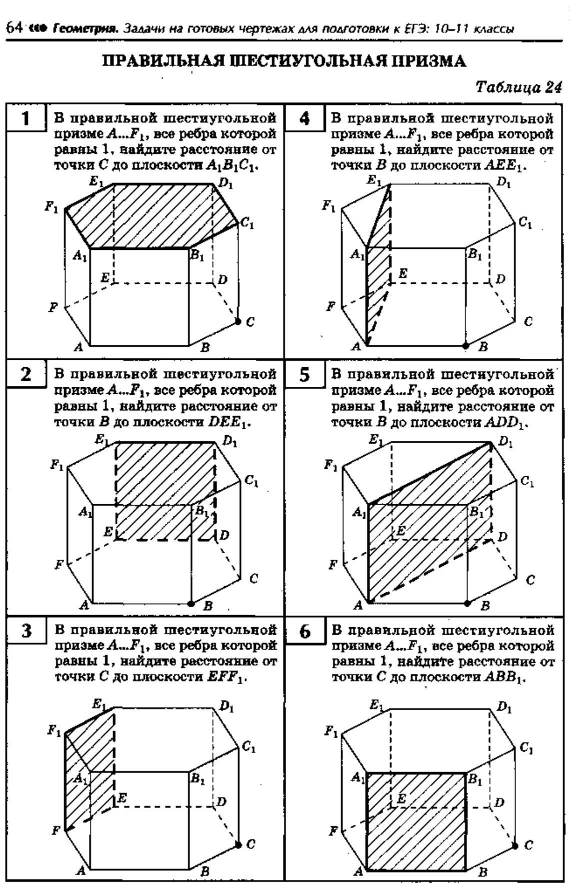
Таблица 11.16. Шар.

O – центр шара, O_1 – центр круга – сечения шара плоскостью.

1. Дано: $OO_1 = 5$, $OP = 13$. Найти площадь сечения шара плоскостью.
2. Найти площадь сечения шара плоскостью.
3. Дано: $AB = m$. Найти O_1A.
4. Дано: плоскость ABC пересекает шар. $AB = 9$, $BC = 12$. Найти OO_1.
5. Дано: $AB = BC = 40$, $AC = 48$, $OO_1 = 5$. Найти радиус шара.
6. Найти OO_1.

48

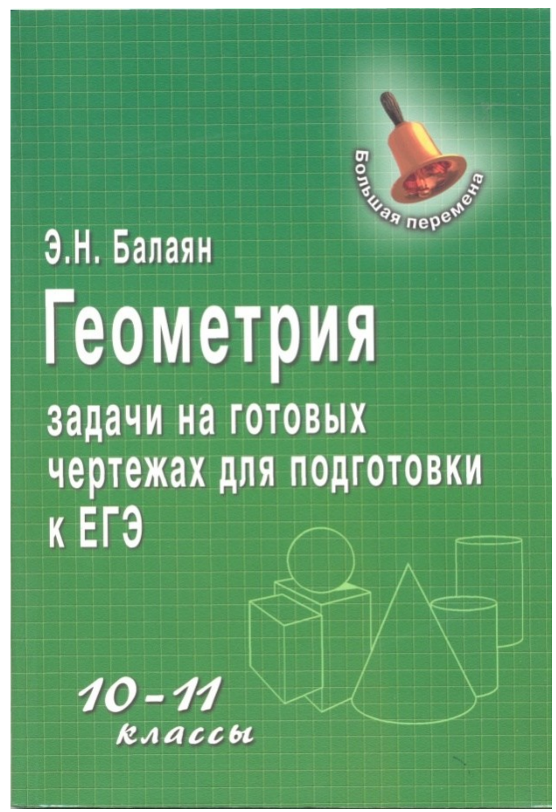
Э.Н. Балаян «Геометрия. Задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ» 10 – 11 классы

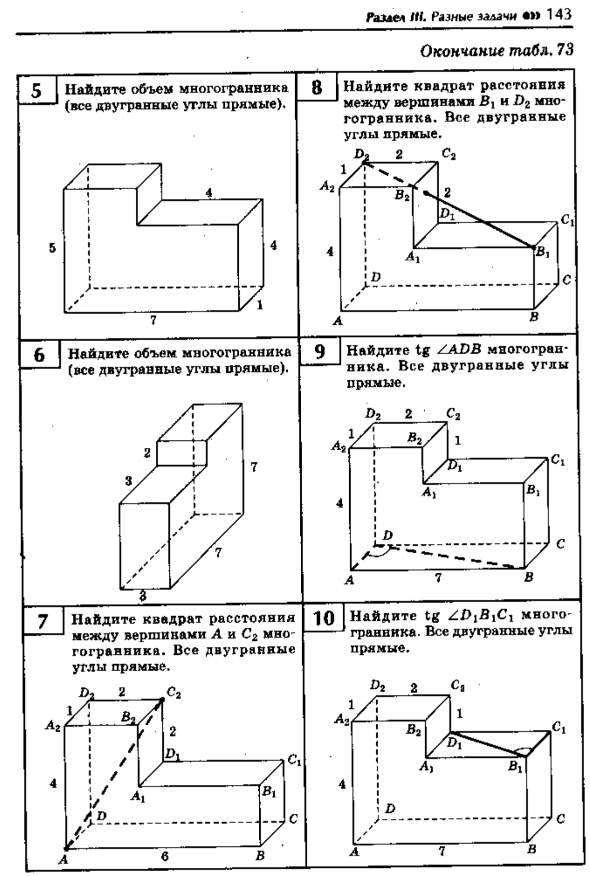

64 Геометрия. Задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ: 10–11 классы

ПРАВИЛЬНАЯ ШЕСТИУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

Таблица 24

1. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки C до плоскости $A_1B_1C_1$.
4. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости AEE_1.
2. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости DEE_1.
5. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ADD_1.
3. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки C до плоскости EFF_1.
6. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки C до плоскости ABB_1.

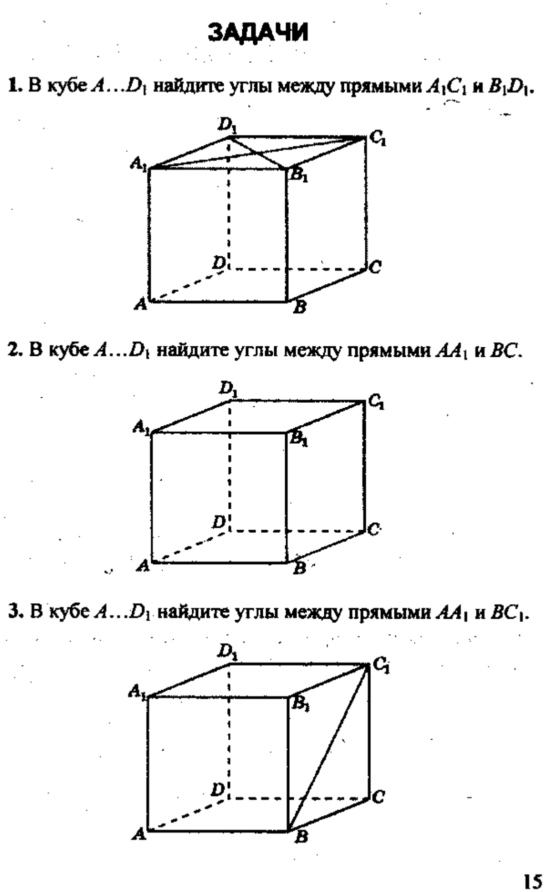



Раздел III. Разные задачи 143

Окончание табл. 73

5. Найдите объем многогранника (все двугранные углы прямые).
8. Найдите квадрат расстояния между вершинами B_1 и D_2 многогранника. Все двугранные углы прямые.
6. Найдите объем многогранника (все двугранные углы прямые).
9. Найдите tg $\angle ADB$ многогранника. Все двугранные углы прямые.
7. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_2 многогранника. Все двугранные углы прямые.
10. Найдите tg $\angle D_1B_1C_1$ многогранника. Все двугранные углы прямые.

Большую часть этого пособия составляют задачи на готовых чертежах



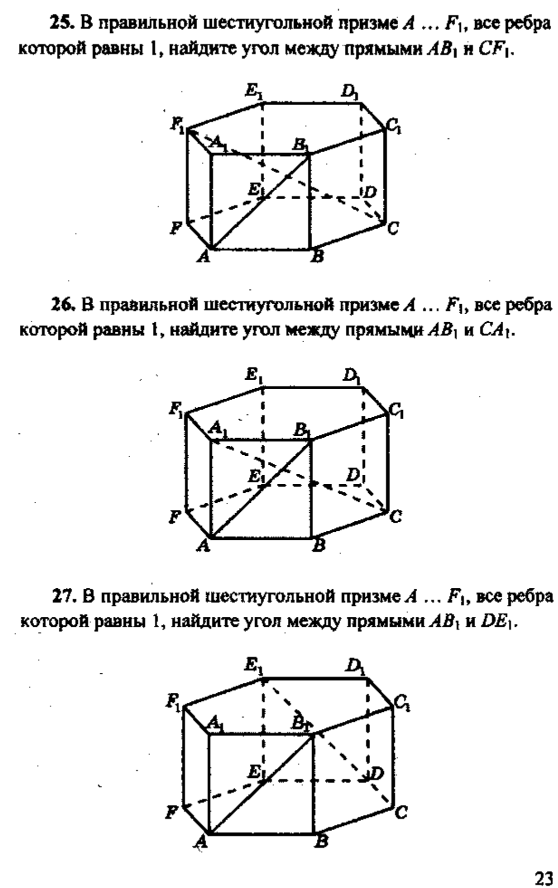
ЗАДАЧИ

1. В кубе $A\ldots D_1$ найдите углы между прямыми A_1C_1 и B_1D_1.

2. В кубе $A\ldots D_1$ найдите углы между прямыми AA_1 и BC.

3. В кубе $A\ldots D_1$ найдите углы между прямыми AA_1 и BC_1.

15



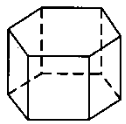
25. В правильной шестиугольной призме $A\ldots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми AB_1 и CF_1.

26. В правильной шестиугольной призме $A\ldots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми AB_1 и CA_1.

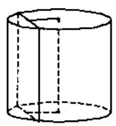
27. В правильной шестиугольной призме $A\ldots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми AB_1 и DE_1.

23

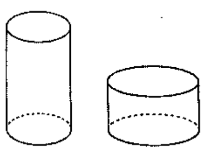
Подборки однотипных задач для регулярного повторения во время «устного счёта»



3487. Радиус основания цилиндра равен 5, а его образующая равна 6. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 3. Найдите площадь этого сечения.



3488. Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 2 и 5, а второго — 10 и 3. Во сколько раз объём второго цилиндра больше объёма первого?

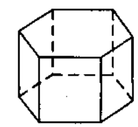


3489. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 14, боковые рёбра равны 25. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

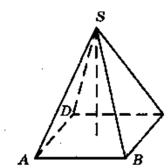
573

3480. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 20, боковые рёбра равны 26. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

3481. Найдите объём правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 12, а боковые рёбра равны $\sqrt{3}$.



3482. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 2 и 7. Её объём равен 14. Найдите высоту этой пирамиды.



3483. В основании пирамиды $SABC$ лежит правильный треугольник ABC со стороной 2, а боковое ребро SA перпендикулярно основанию и равно $5\sqrt{3}$. Найдите объём пирамиды $SABC$.

571

Готовые чертежи к опорным задачам по геометрии (планиметрии и стереометрии)

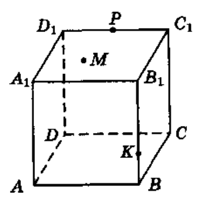


Рис. 23

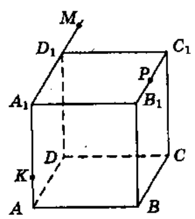


Рис. 24

Задача 3. На рисунках 25–30 точки H, K и P расположены на ребрах, гранях или высоте четырехугольной пирамиды $MABCD$. Постройте сечение этой пирамиды плоскостью MKP в каждом из случаев расположения точек H, K и P.

Рис. 25

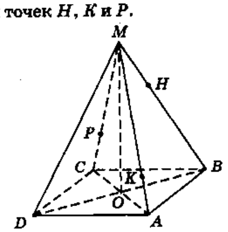


Рис. 26

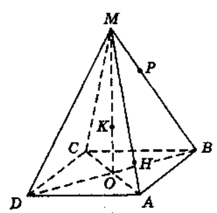


Рис. 27

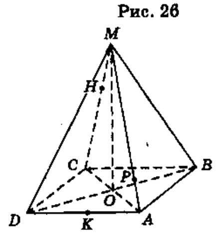


Рис. 28

3. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между (C_1AF) и (ABC).

Вариант 19

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром, равным 8, найдите угол между прямыми AC и D_1B.
2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой BD_1 и (BF_1C).
3. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между (ABC) и (C_1AE).

Вариант 20

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром, равным 8, найдите угол между прямыми BD_1 и A_1C_1.
2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой A_1B и (BB_1C).
3. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между (A_1FE) и (A_1BC).

Вариант 21

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром, равным 8, найдите угол между прямыми D_1B и A_1D.
2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой C_1F и (BF_1C).
3. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между (A_1BC) и (B_1AF).

Вариант 22

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром, равным 8, найдите угол между прямыми BA_1 и AC.

Многопараметрические задачи

Для отработки одной большой темы стереометрии, например, «Углы между плоскостями»

Для итогового повторения и подготовки к ЕГЭ (при их решении повторяется большая часть курса стереометрии и планиметрии)

Задачи для выработки навыков по теме

28 | *Глава 2*
Прямые в пространстве

2.047. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M — середина B_1C_1, точка F — середина D_1C_1, точка K — середина DC, O — точка пересечения диагоналей квадрата $ABCD$. Заполните таблицу:

	Прямые	Расположение	Угол между прямыми
1	AA_1 и CC_1		
2	A_1C_1 и B_1D_1		
3	A_1C_1 и C_1D_1		
4	A_1M и CC_1		
5	A_1D и DC_1		
6	A_1C_1 и BD		
7	A_1C и AC		
8	A_1B и D_1C		
9	A_1C и BB_1		
10	A_1D и AC		
11	A_1M и BC		
12	A_1M и BK		
13	C_1K и B_1F		
14	C_1O и AB_1		
15	A_1B и B_1D		

2.048. Дан правильный тетраэдр $PABC$. Точка K — середина ребра PB. Опустите из точки K перпендикуляры на прямые: а) AP; б) AC; в) BH, где точка H — середина ребра AC.

2.049. В правильной треугольной пирамиде $PABC$ с вершиной P углы APB, BPC и APC — прямые. Точка H — центр правильного треугольника ABC. Опустите из точки H перпендикуляры на прямые: а) CP; б) BP; в) AP.

Задачи к главе 1

1.065. На рисунках 4—18 показаны точки M, P и R. Постройте сечение этого куба плоскостью MPR в каждом из заданных расположений точек M, P и R.

1.066. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб с ребром 1. Точка Q — центр грани $ABCD$, точка M — центр грани BCC_1B_1, точка P — центр грани ABB_1A_1, точка K — центр грани $A_1B_1C_1D_1$. Найдите длины отрезков: а) MQ; б) MP; в) BK; г) AC_1; д) MA_1.

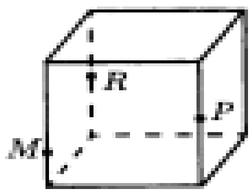


Рис. 4

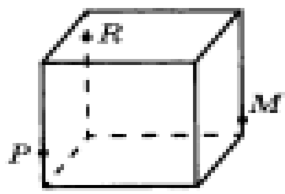


Рис. 5

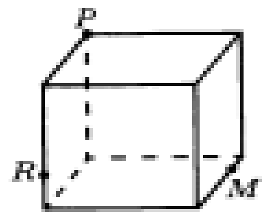


Рис. 6

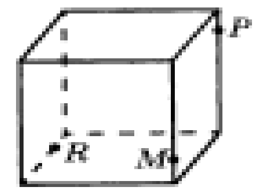


Рис. 7

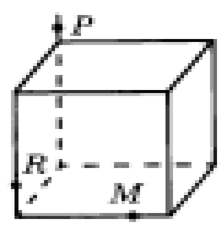


Рис. 8

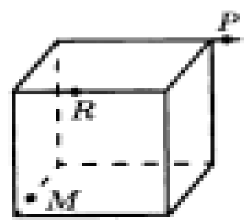


Рис. 9

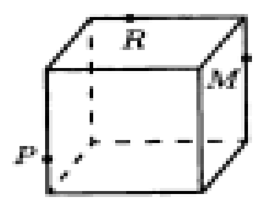


Рис. 10

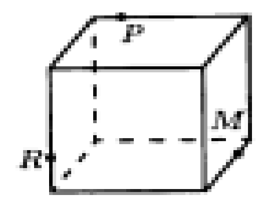


Рис. 11

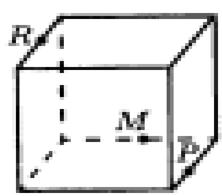
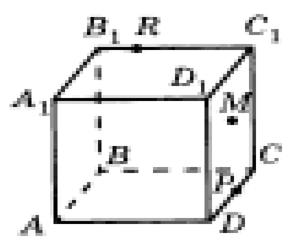
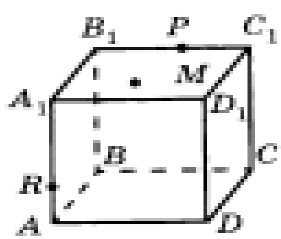


Рис. 12



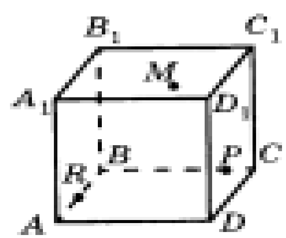
$M \in (BB_1C_1)$

Рис. 13



$M \in (A_1B_1C_1)$

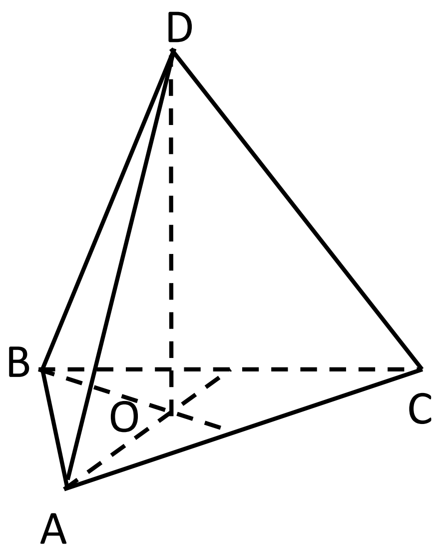
Рис. 14



$M \in (A_1B_1C_1)$

Рис. 15

Задачи для итогового повторения



Задача. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, высота пирамиды равна 8 см. Найдите:

а) **высоту** треугольника, лежащего в основании пирамиды; **площадь** основания; **радиус** окружности, вписанной в основание; радиус окружности, описанной около основания; **объём** пирамиды;

б) боковое **ребро** и апофему пирамиды; **площадь** боковой грани и площадь боковой поверхности пирамиды; радиус окружности, **вписанной** в боковую грань и радиус окружности, **описанной** около боковой грани;

в) **плоский угол** при вершине пирамиды;

г) **угол** между боковым ребром и стороной основания;

д) угол между боковым ребром и плоскостью основания;

е) **двугранный угол**, образованный боковой гранью и плоскостью основания пирамиды;

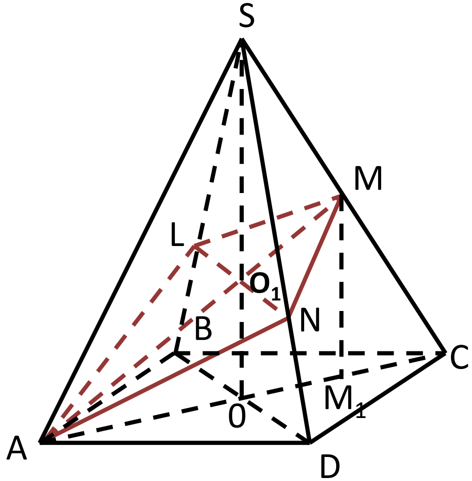
ж) двугранный угол, образованный двумя боковыми гранями пирамиды;

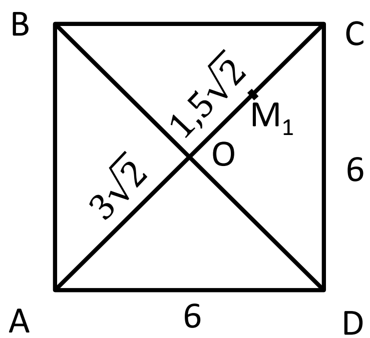
з) **радиус сферы** вписанной в пирамиду; радиус сферы, описанной около пирамиды;

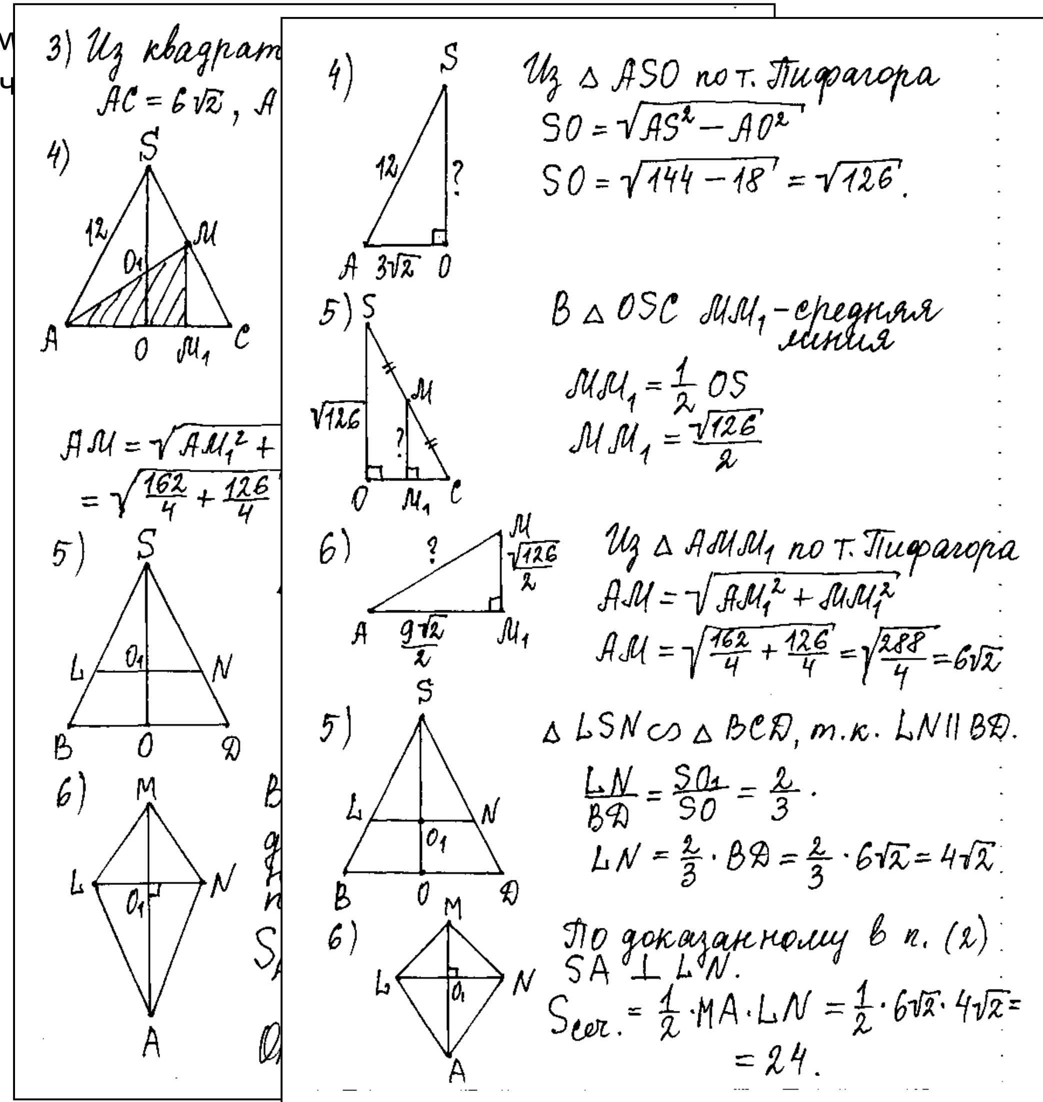
и) **расстояние** от центра основания до боковой грани; **угол и расстояние** между боковым ребром и скрещивающейся с ним стороной основания; и т.д.

Подробная деталировка решения задачи

Задача. В правильной четырёхугольной пирам
боковое ребро равно 12. Найдите площадь сеч
параллельно прямой BD.







3) Из квадрат
$AC = 6\sqrt{2}$, A

4) $AM = \sqrt{AM_1^2 +$
$= \sqrt{\frac{162}{4} + \frac{126}{4}$

5)

6)

4) Из $\triangle ASO$ по т. Пифагора

$SO = \sqrt{AS^2 - AO^2}$

$SO = \sqrt{144 - 18} = \sqrt{126}$.

5) В $\triangle OSC$ MM_1 – средняя линия

$MM_1 = \frac{1}{2} OS$

$MM_1 = \frac{\sqrt{126}}{2}$

6) Из $\triangle AMM_1$ по т. Пифагора

$AM = \sqrt{AM_1^2 + MM_1^2}$

$AM = \sqrt{\frac{162}{4} + \frac{126}{4}} = \sqrt{\frac{288}{4}} = 6\sqrt{2}$

5) $\triangle LSN \sim \triangle BCD$, т.к. $LN \parallel BD$.

$\frac{LN}{BD} = \frac{SO_1}{SO} = \frac{2}{3}$.

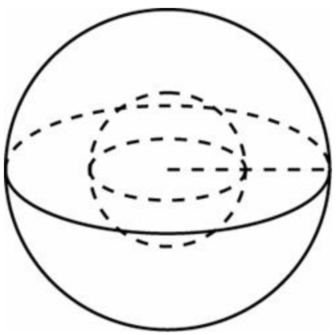
$LN = \frac{2}{3} \cdot BD = \frac{2}{3} \cdot 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

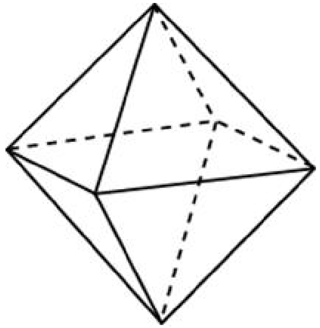
6) По доказанному в п. (2) $SA \perp LN$.

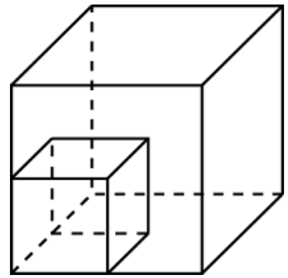
$S_{сеч.} = \frac{1}{2} \cdot MA \cdot LN = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 24$.

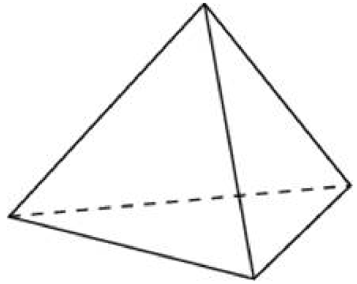
Некоторые приёмы, облегчающие подсчёты при решении геометрических задач первой части ЕГЭ

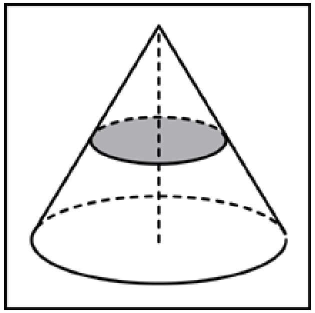
Площади и объёмы подобных тел











Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара (октаэдра, куба, тетраэдра), если радиус шара (ребро) увеличить в 2 (в 3) раза?

Во сколько раз увеличится объём шара (октаэдра, куба, тетраэдра), если радиус шара (ребро) увеличить в 2 (в 3) раза?

Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Объем конуса равен 112. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

$S =$

$V = \quad S_1 = 6a^2 = 6(2b)^2 = 6 \cdot 4b^2 = 24b^2$

$$V_м = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\left(\frac{H}{2}\right) = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{4}\frac{H}{2} = \frac{1}{3}\pi R^2 H \cdot \frac{1}{8} = 112 \cdot \frac{1}{8} = 14$$

$\frac{}{S_2} = \frac{}{6b^2} = 4.$

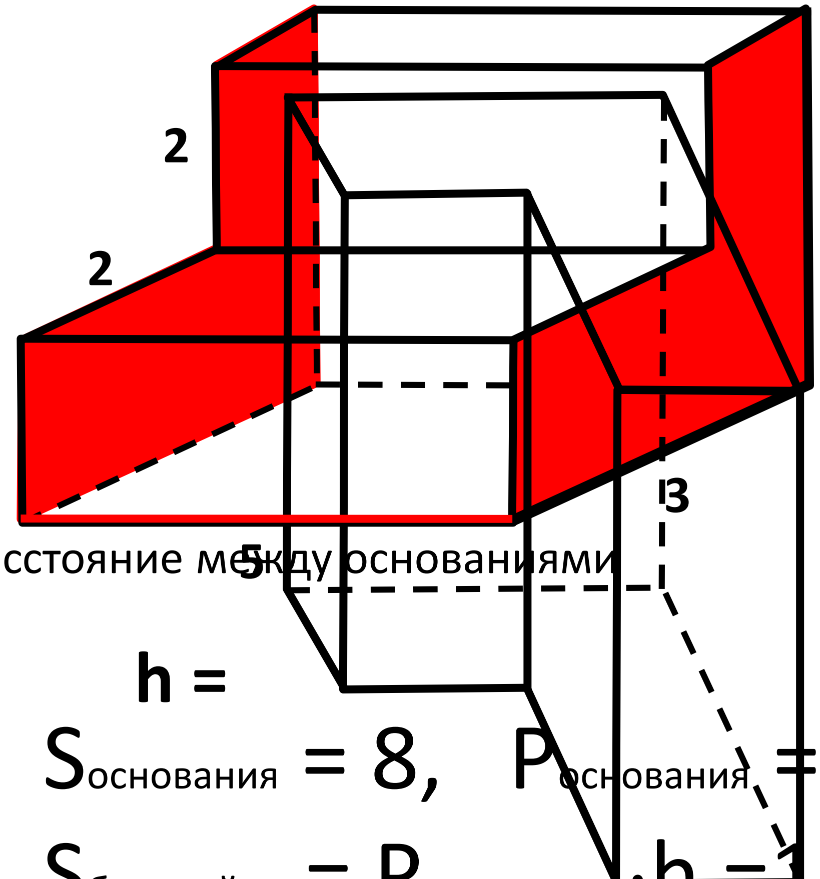
Составные многогранники

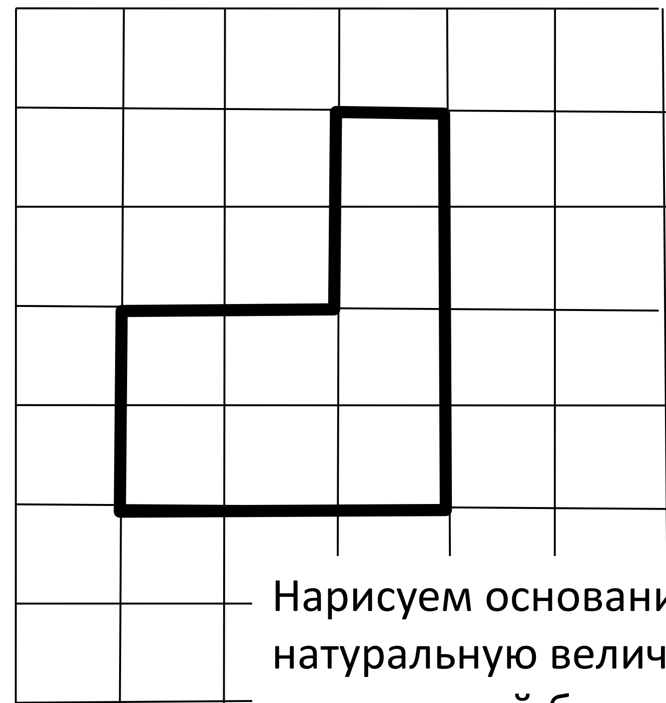
1) являющиеся прямыми призмами

2)разделяющиеся сечением на две прямые призмы

3)многогранники с «вмятиной»

№1 Найдите площадь поверхности многогранника, у которого все двугранные углы прямые.





Расстояние между основаниями

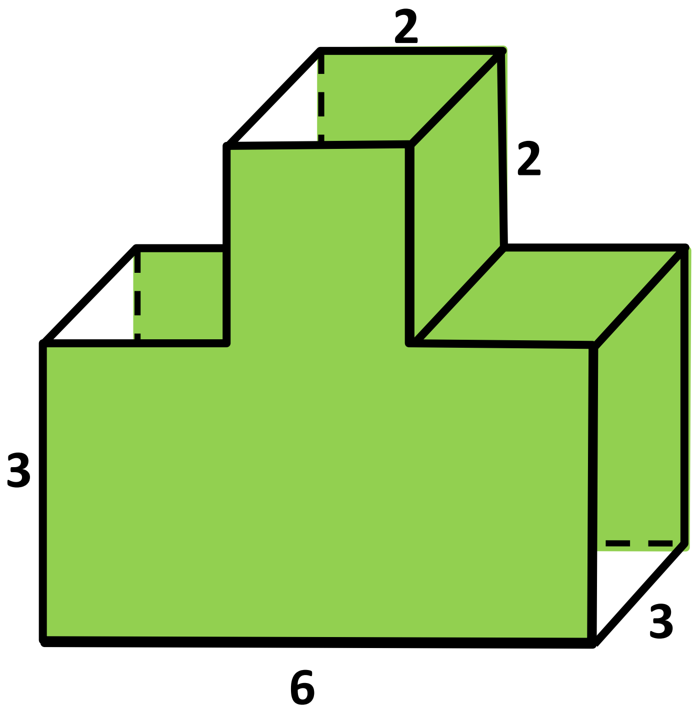
h =

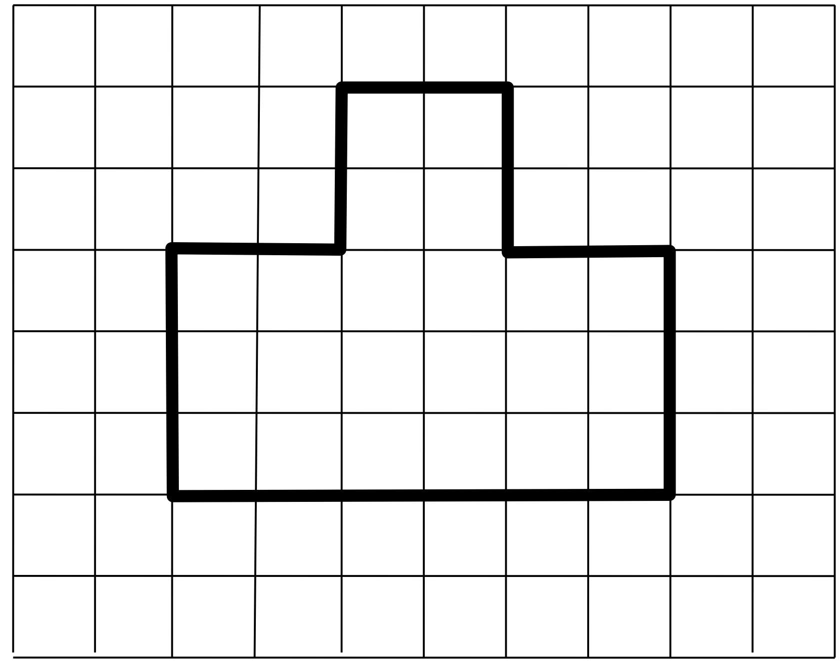
Нарисуем основание в натуральную величину на клетчатой бумаге и по клеткам посчитаем его площадь

$S_{\text{основания}} = 8, \quad P_{\text{основания}} = 14,$

$S_{\text{боковой п.}} = P_{\text{основания}} \cdot h = 14 \cdot 5 = 70,$

$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой п.}} = 2 \cdot 8 + 70 = 86$

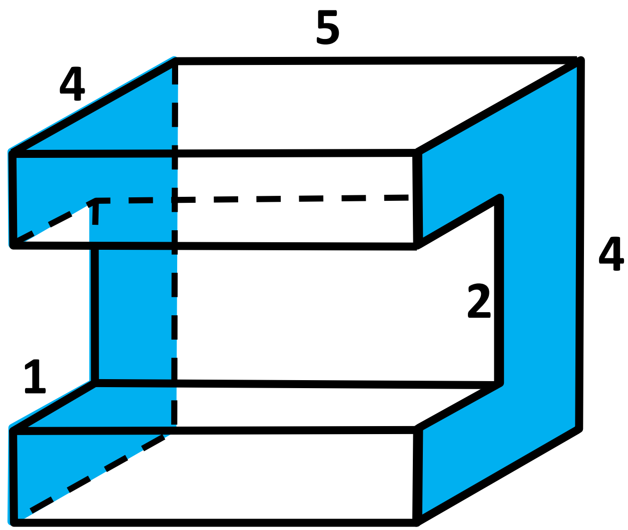


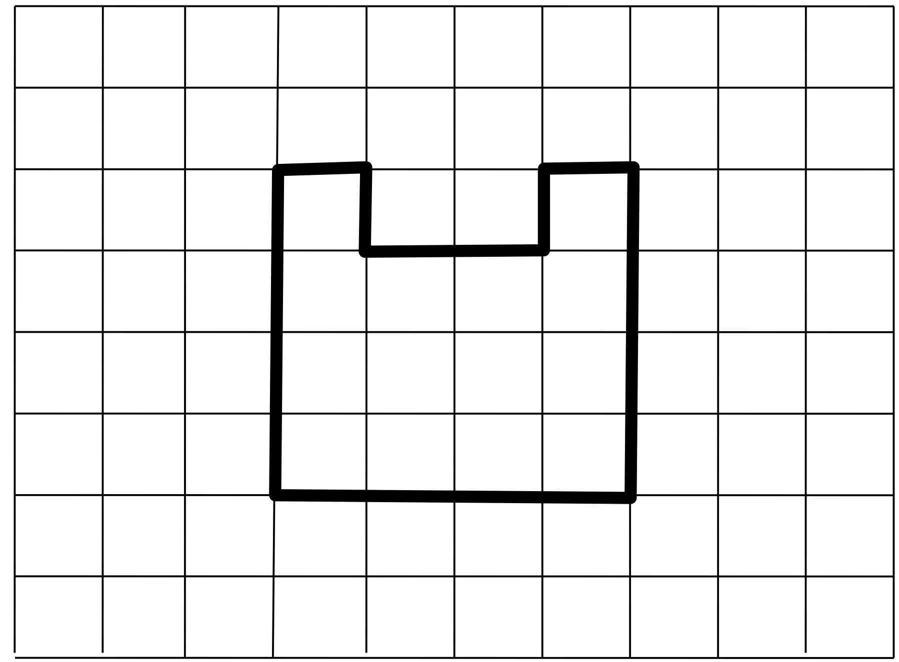


$$S_{\text{основания}} = 22, \quad P_{\text{основания}} = 22,$$

$$S_{\text{боковой п.}} = P_{\text{основания}} \cdot h = 22 \cdot 3 = 66,$$

$$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой п.}} = 2 \cdot 22 + 66 = 110$$

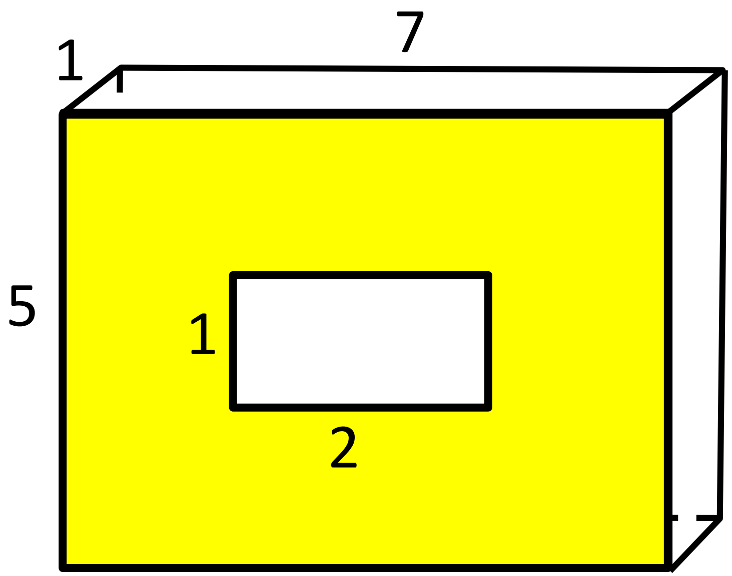


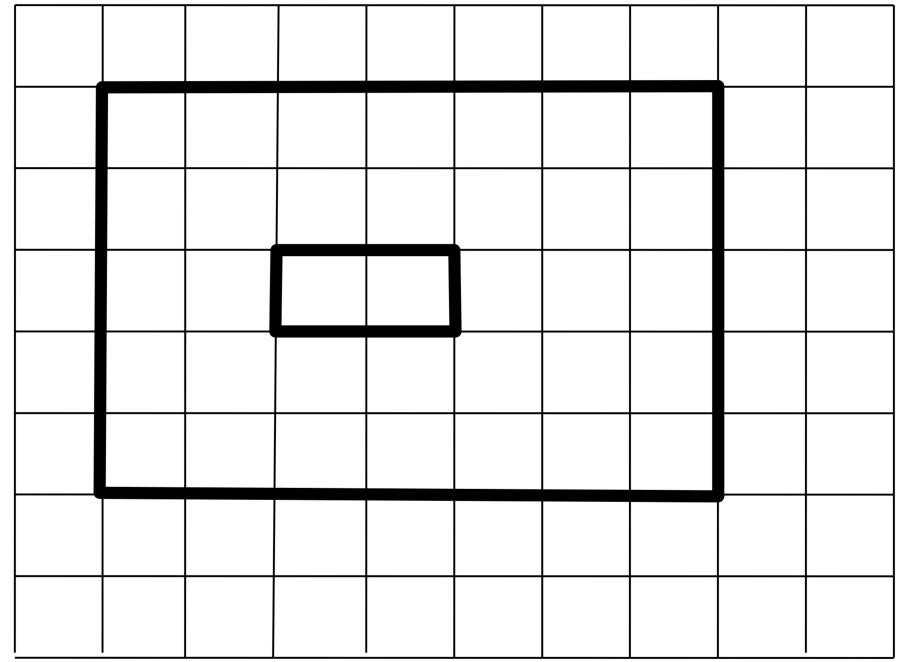


$S_{\text{основания}} = 14, \quad P_{\text{основания}} = 18,$

$S_{\text{боковой п.}} = P_{\text{основания}} \cdot h = 18 \cdot 5 = 90,$

$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой п.}} = 2 \cdot 18 + 90 = 126$





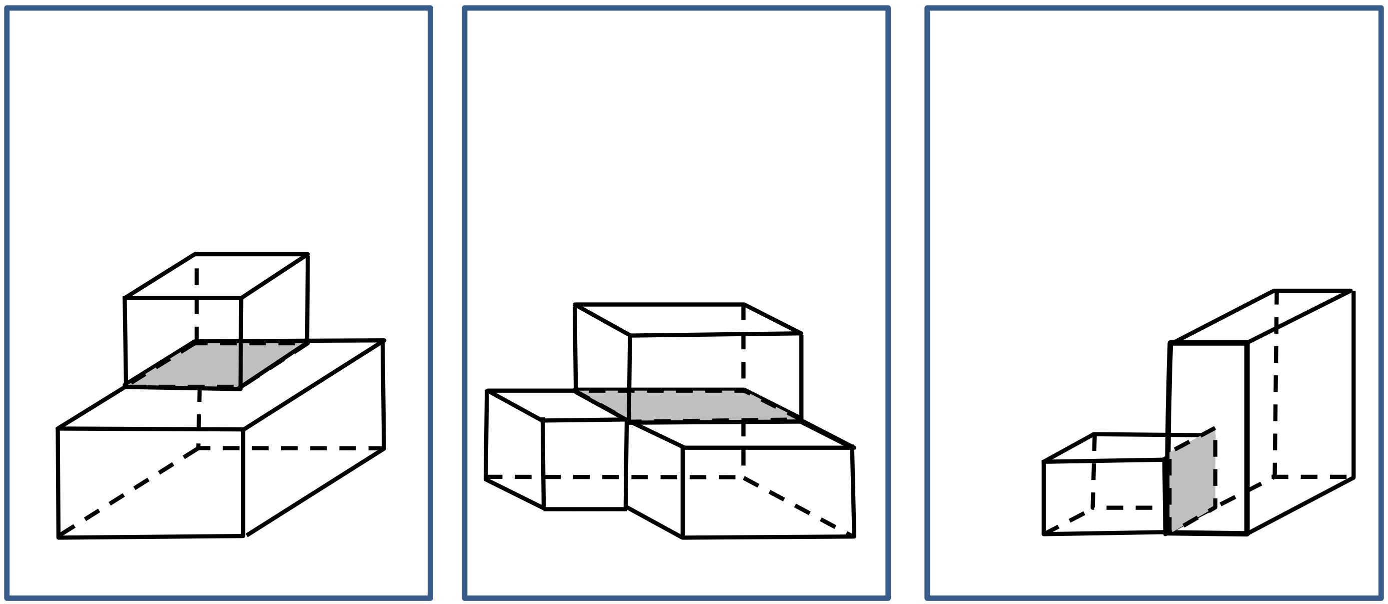
$S_{\text{основания}} = 33$, $P_{\text{осн. внешний}} = 24$, $P_{\text{осн. внутренний}} = 6$

$S_{\text{бок. внешн.}} = P_{\text{осн. внешний}} \cdot h = 24 \cdot 1 = 24$,

$S_{\text{бок. внутрен.}} = P_{\text{осн. внутренний}} \cdot h = 6 \cdot 1 = 6$,

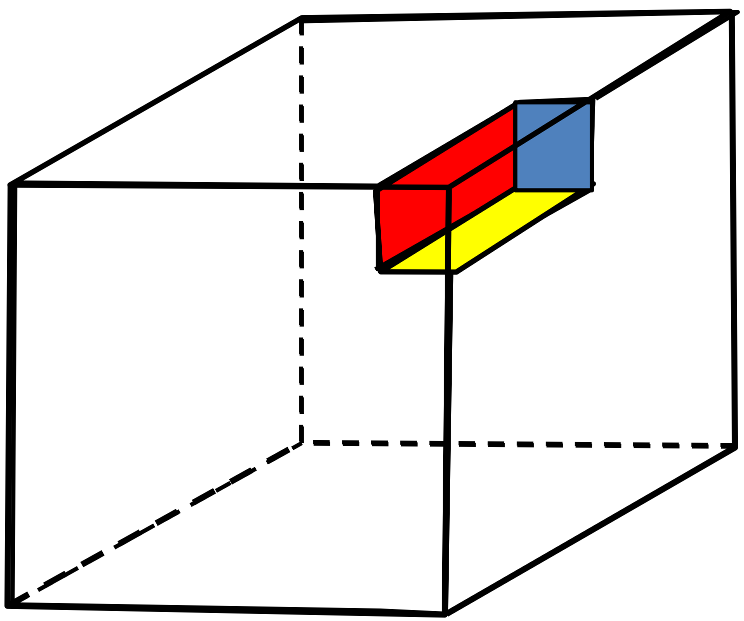
$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{бок. внешн.}} + S_{\text{бок. внутрен.}} = 66+24+6=96$

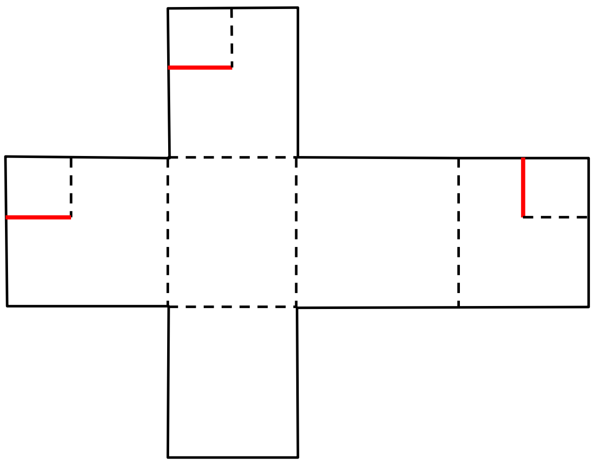
№2 Найдите площадь и поверхность составного многогранника



№3

Объём и площадь поверхности многогранника с «вмятиной»





Для нормального развития ребенку необходимо полноценное питание. Для нормального интеллектуального развития необходима разнообразная интеллектуальная пища. Сегодня геометрия, является одним из немногих экологически чистых и полноценных продуктов, потребляемых в системе образования. Геометрия может и должна стать предметом, с помощью которого мы можем сбалансировать работу головного мозга, улучшить функциональное взаимодействие между полушариями. Геометрия – витамин для мозга.

Но Геометрия – это продукт, который должен быть приготовлен очень умелым кулинаром. Иначе она может не только утратить свои питательные качества, но и принести вред организму.