

Преобразования графиков функций. ОГЭ 9 класс.

Карнаухова Лилия Николаевна.

МАОУ гимназия №1 города Тюмени.

Функция.

Если даны числовое множество X и правило f , позволяющее поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определенное число y , то говорят, что *задана функция $y = f(x)$ с областью определения X ; $y = f(x)$, $x \in X$*

При этом x называют *независимой переменной* или *аргументом*, а переменную y – *зависимой переменной*.

$D(f)$ – область определения функции

$E(f)$ – область значений функции

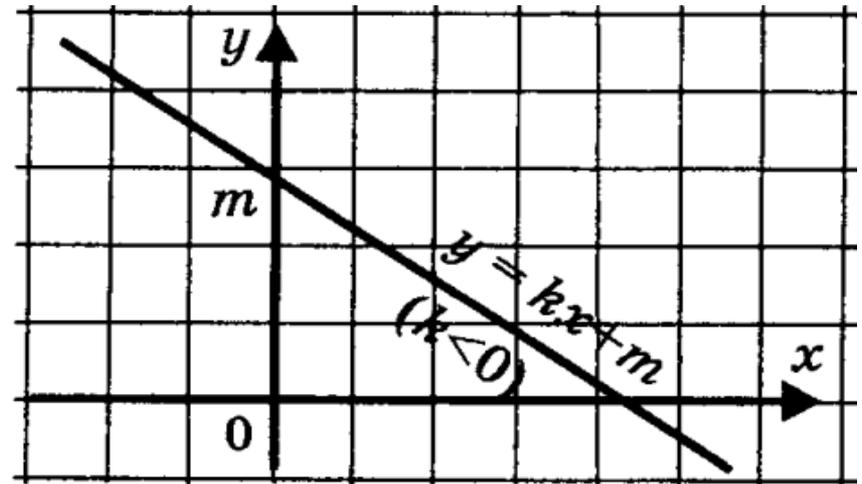
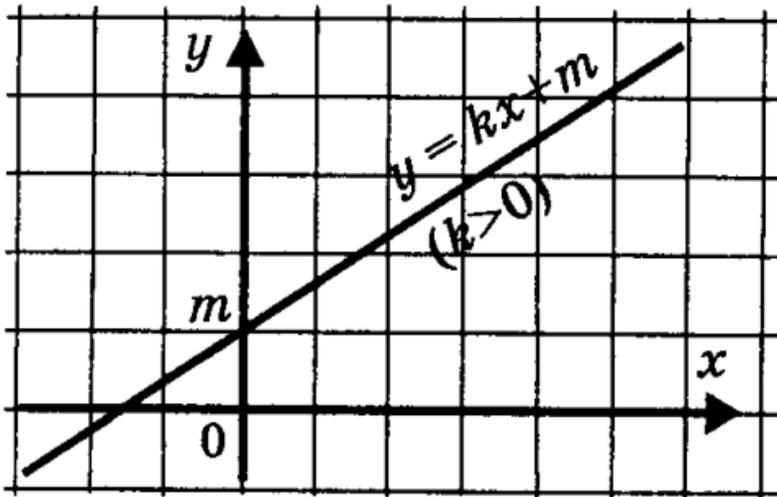
График функции.

Если дана функция $y = f(x)$, $x \in X$ и на координатной плоскости XOY отмечены все точки вида (x, y) , где $x \in X$, а $y = f(x)$, то множество этих точек называют **графиком функции $y = f(x)$, $x \in X$.**

Графики некоторых функций

Линейная функция: $y = kx + m$.

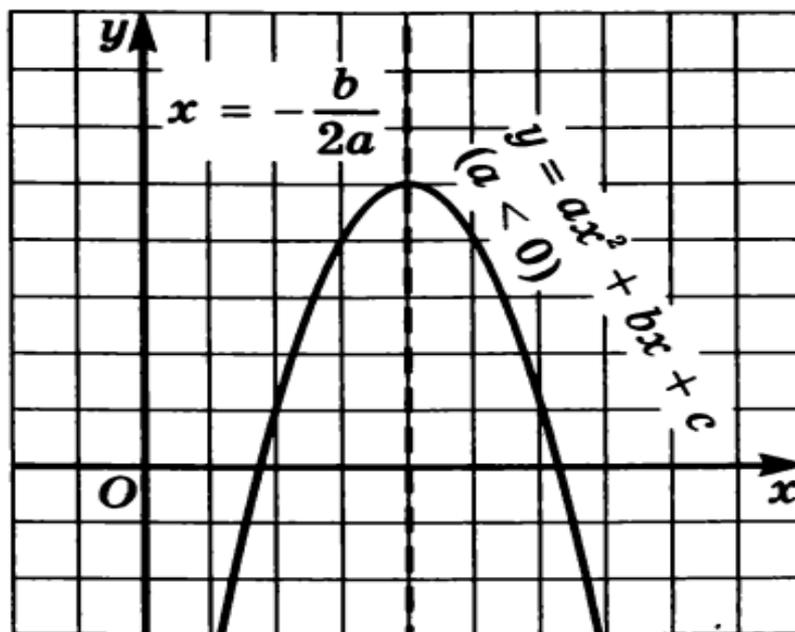
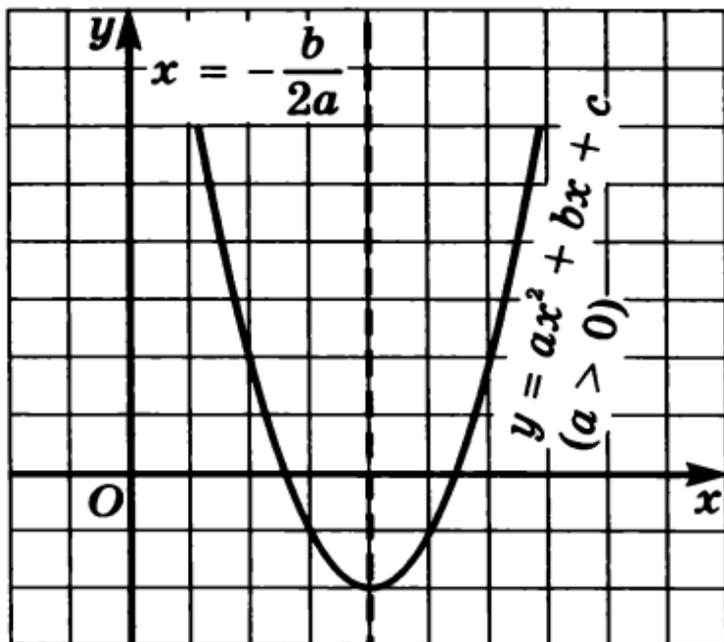
График – прямая.



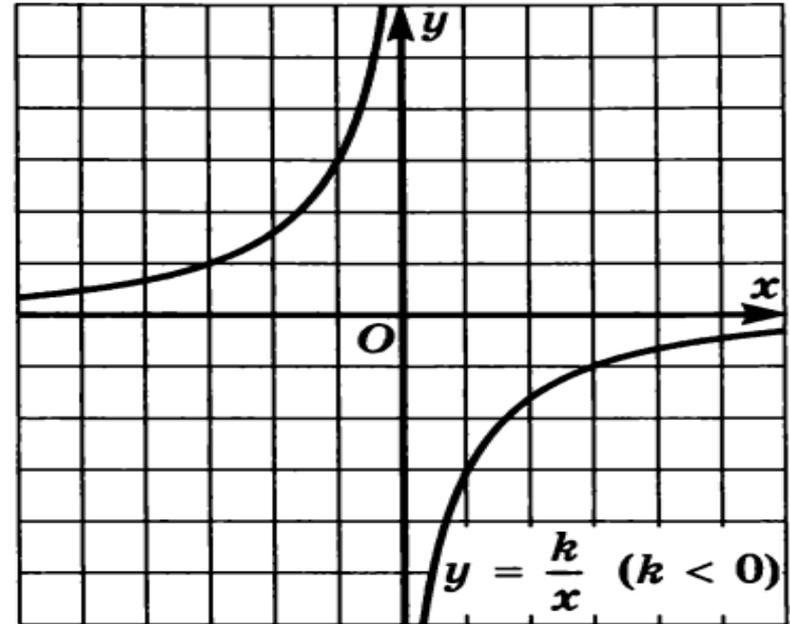
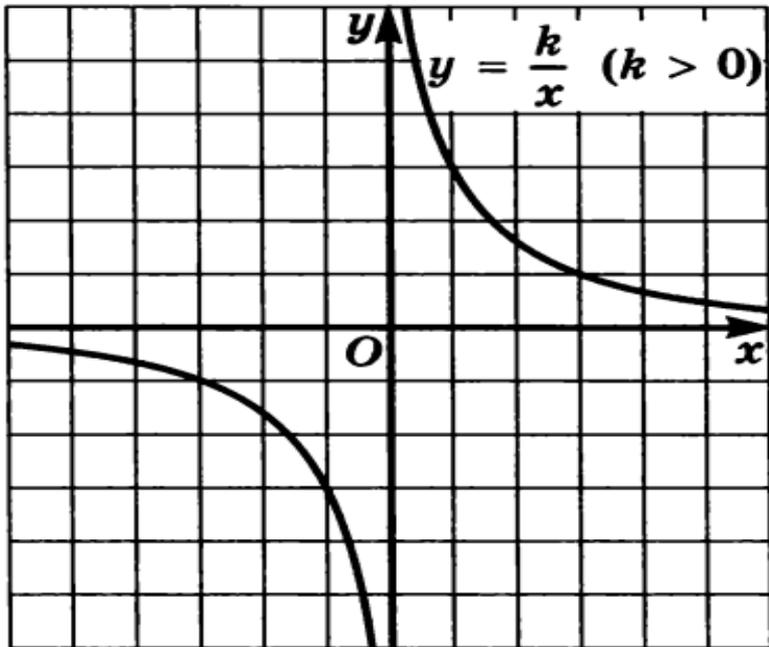
Квадратичная функция

$$y = ax^2 + bx + c$$

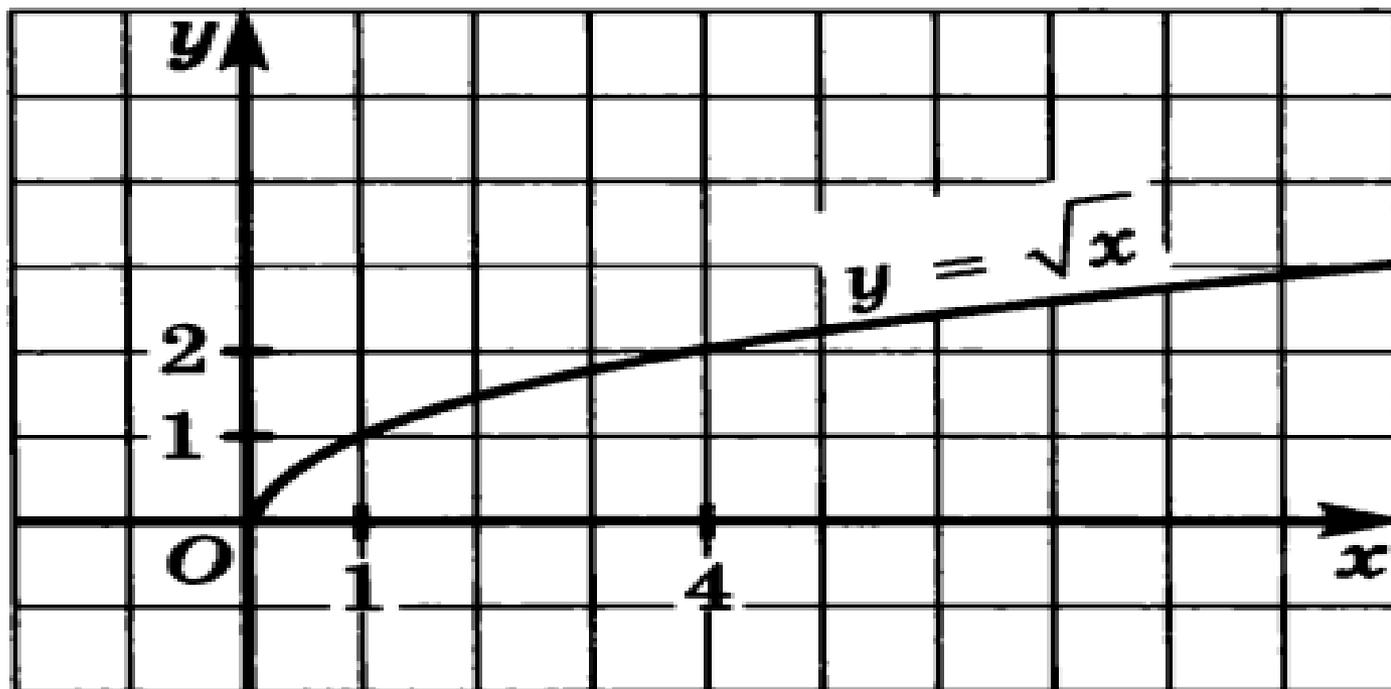
График - парабола.



Функция $y = \frac{k}{x}$
График – гипербола.

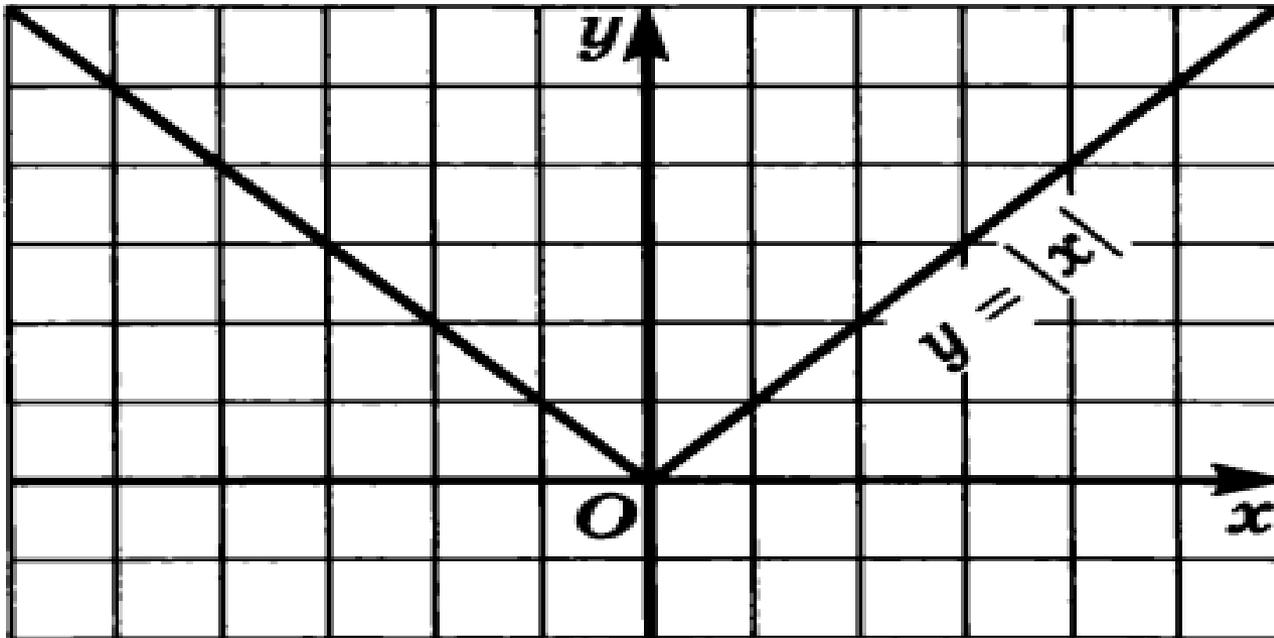


Функция $y = \sqrt{x}$

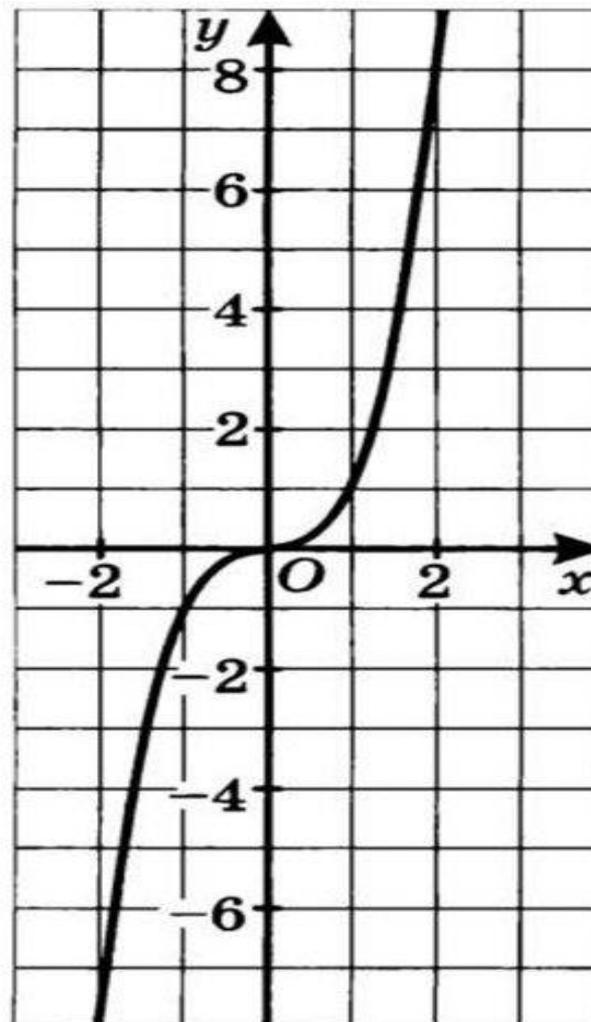


Функция

$$y = |x|$$



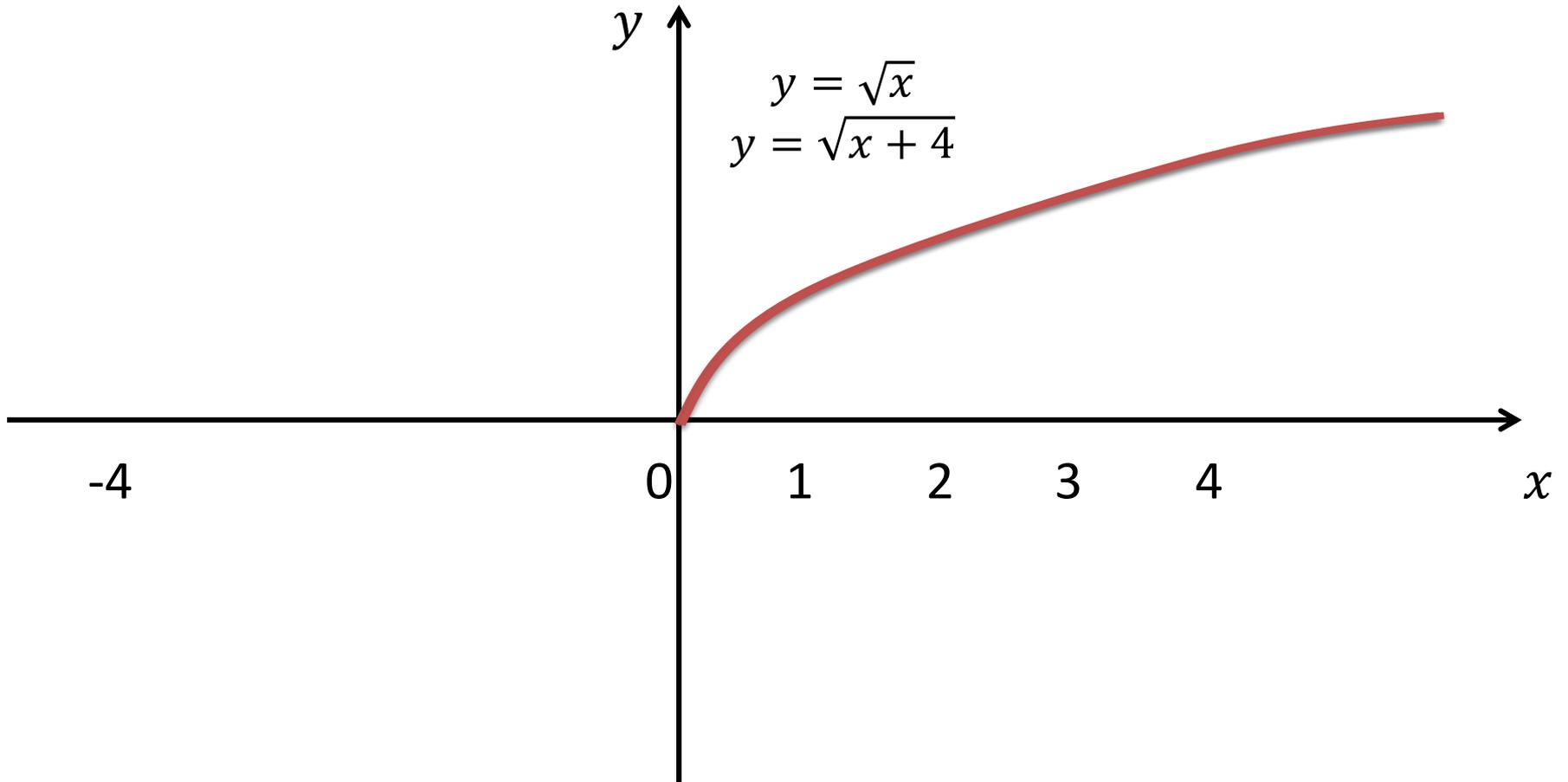
Функция $y = x^3$



Алгоритм построения графика функции $y = f(x+l)+m$.

1 способ	2 способ
1. Построить график функции $y = f(x)$.	1. Перейти к вспомогательной системе координат, проведя пунктиром вспомогательные прямые $x = -l, y = m$
2. Осуществить параллельный перенос графика $y = f(x)$ вдоль оси x на $ l $ единиц масштаба влево, если $l > 0$, и вправо, если $l < 0$.	Выбрав в качестве начала новой системы координат точку $(-l; m)$.
3. Осуществить параллельный перенос полученного на втором шаге графика вдоль оси y на $ m $ единиц масштаба вверх, если $m > 0$, и вниз, если $m < 0$.	2. К новой системе координат привязать график функции $y = f(x)$.

Пример



2 способ.

$$y = -3x^2 - 6x + 1$$

1. Построим график функции $y = -3x^2$ в новой системе координат, где начало координат будет совпадать с координатами вершины параболы

$$y = -3x^2 - 6x + 1$$

2. Найдем координаты вершины параболы по формуле $x_в = \frac{-b}{2a}$ $y_в = y(x_в)$

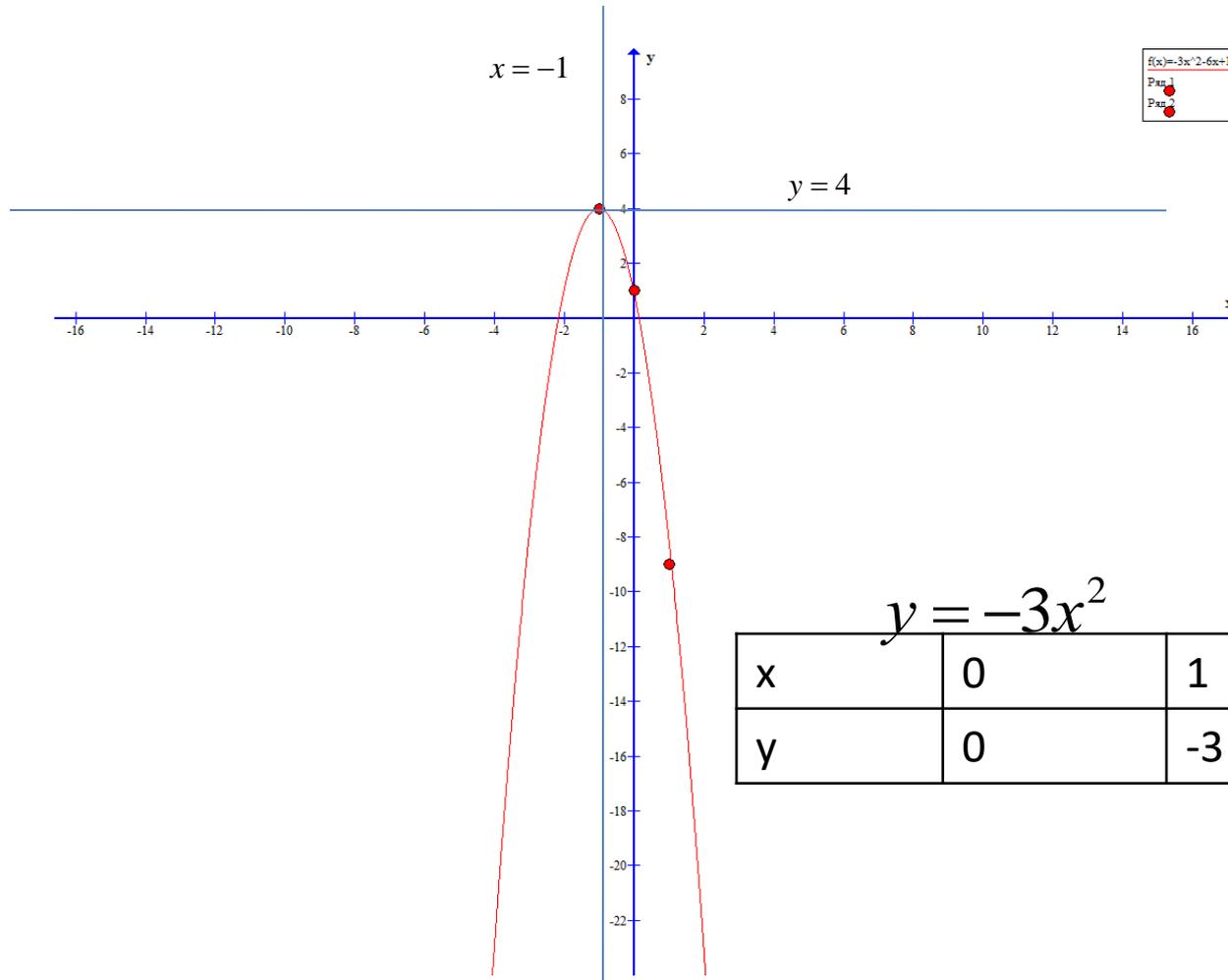
$$x_в = \frac{-b}{2a} = -1 \quad y_в = y(x_в) = 4$$

3. Отметим точку $(-1;4)$ на координатной плоскости и проведем через нее вспомогательные прямые $x = -1$ и $y = 4$

4. Найдем некоторые точки графика функции $y = -3x^2$

x	0	1	2
y	0	-3	-12

2 способ. $y = -3x^2 - 6x + 1$



Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$

и определите, при каких значениях прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- **Решение.** Упростим выражение:

$$y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x} = -2 - \frac{x^3(x-1)}{x(x-1)} = -2 - x^2 = -x^2 - 2$$

Сокращение дроби мы выполнили с учетом $x(x-1) \neq 0$, т.е. $x \neq 0, x \neq 1$

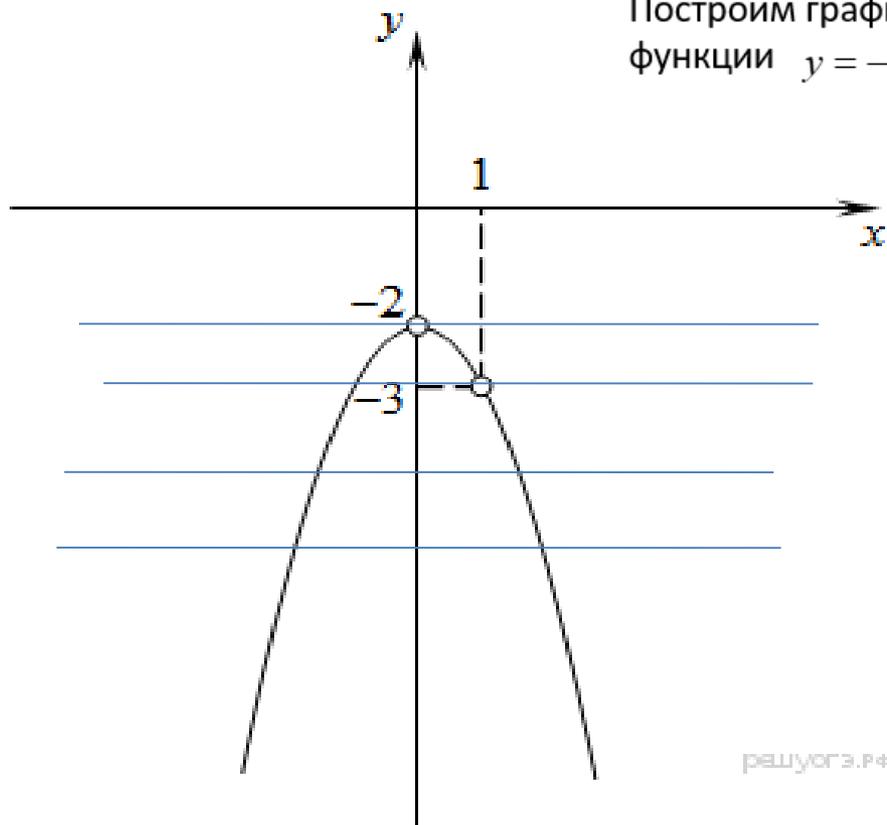
Подставим в функцию данные значения и получим: $y(0) = -2, y(1) = -3$

- Т.е. точки $(0; -2)$ и $(1; -3)$ - выколотые.
- Построим график функции $y = -x^2 - 2$ с помощью смещения графика функции $y = -x^2$ на 2 единицы вниз.

Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$ и определите, при каких значениях прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Построим график функции $y = -x^2 - 2$ с помощью смещения графика функции $y = -x^2$ на 2 единицы вниз.

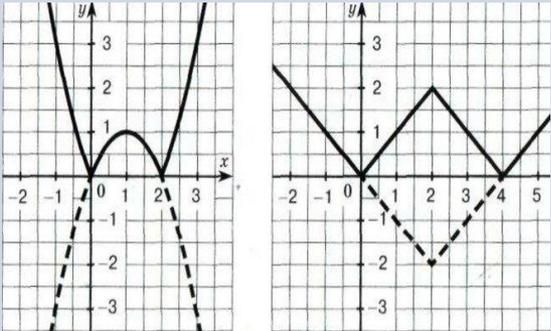
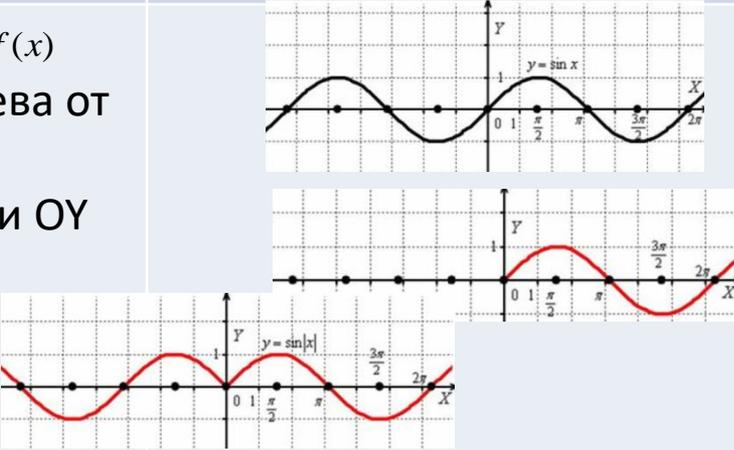
точки $(0; -2)$ и $(1; -3)$ - выколотые.



решуогэ.рф

Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно две общие точки при m принадлежащем промежутку $(-\infty; -3) \cup (-3; 2)$

Правила преобразования графиков функции, содержащих модуль.

Функция	Правило преобразования графика функции $y = f(x)$	График функции
$y = f(x) $	<ol style="list-style-type: none"> 1. Строим график функции $y = f(x)$ 2. Часть графика, лежащую выше оси OX оставляем без изменения. 3. Часть графика, лежащую ниже оси OX отражаем симметрично относительно оси OX. 	
$y = f(x)$	<ol style="list-style-type: none"> 1. Строим график функции $y = f(x)$ 2. Часть графика, лежащую слева от оси OY удаляем. 2. Часть графика, справа от оси OY отражаем влево симметрично относительно оси OY. 	

Построить график функции $y = |(x+1)^2 - 4|$

1. Строим график функции $y = (x+1)^2 - 4$

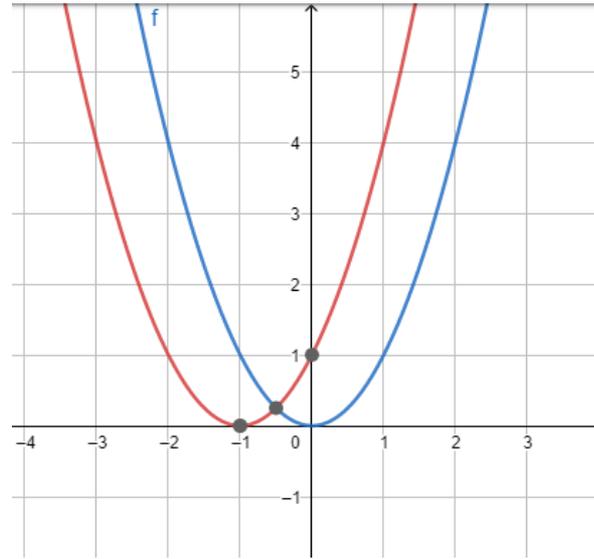
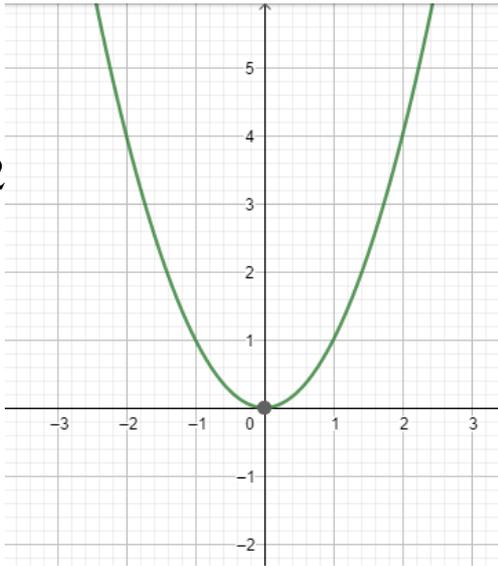
- Построим график функции $y = x^2$
- Сместим его на 1 масштабную единицу влево по оси OX
- Осуществим сдвиг на 4 единицы вниз по оси OY

2. Часть графика, лежащую выше оси OX оставляем без изменения.

3. Часть графика, лежащую ниже оси OX отражаем симметрично относительно оси OX.

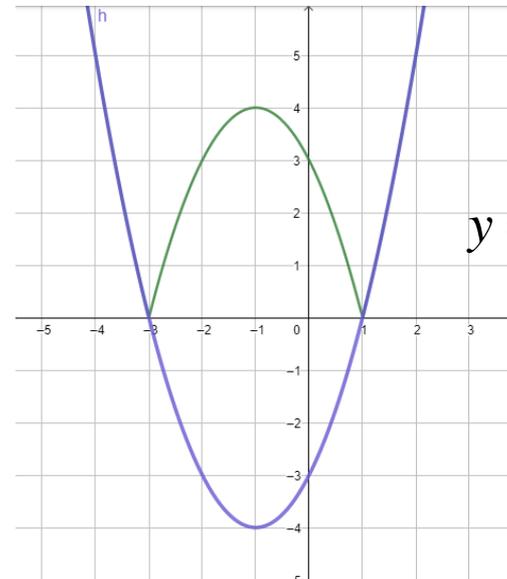
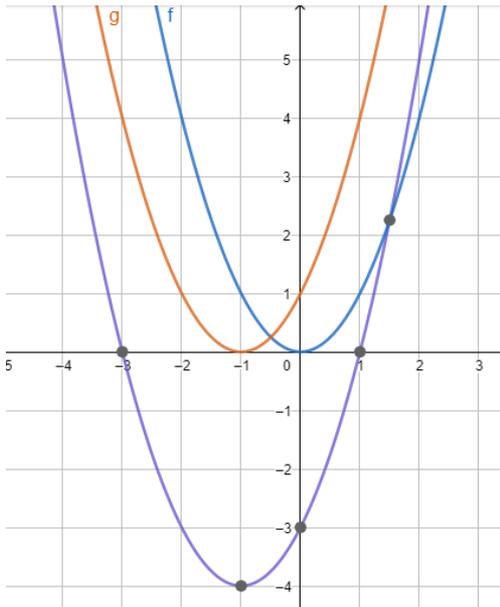
$$y = |(x+1)^2 - 4|$$

$$y = x^2$$



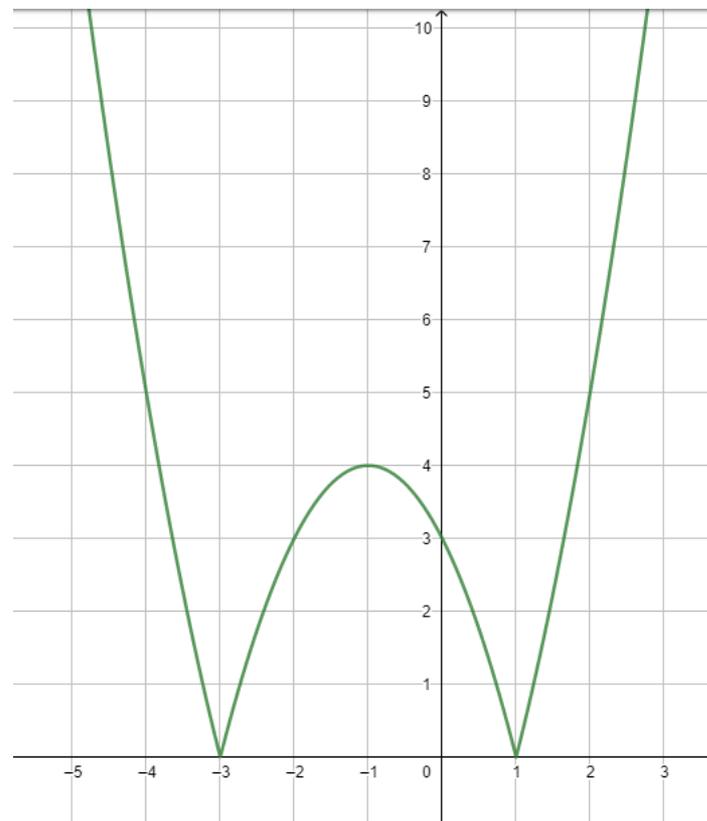
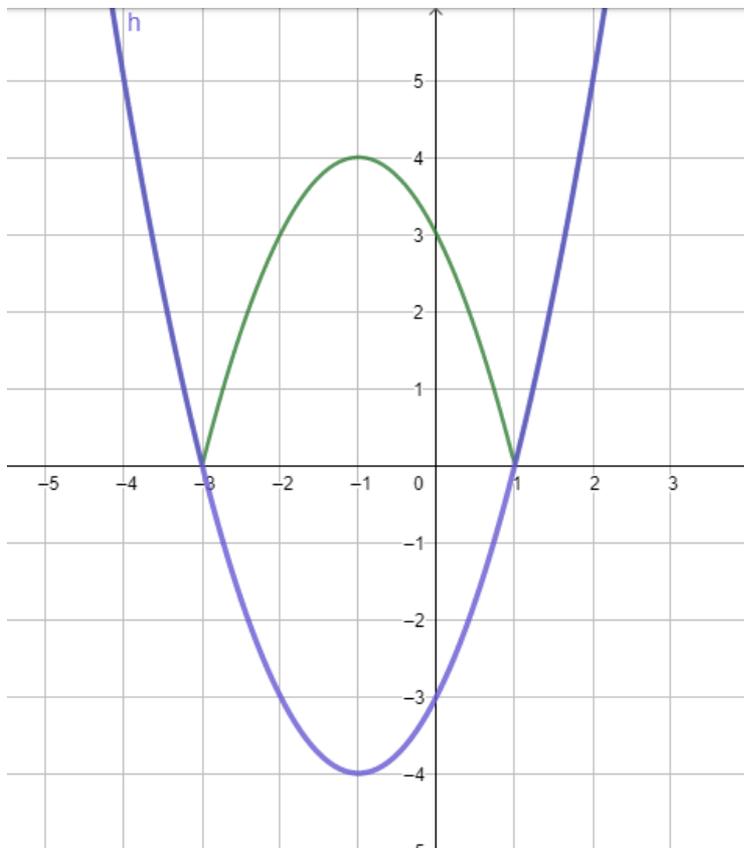
$$y = (x+1)^2$$

$$y = (x+1)^2 - 4$$



$$y = |(x+1)^2 - 4|$$

$$y = |(x + 1)^2 - 4|$$



1. Часть графика, лежащую выше оси Ox оставляем без изменения.
2. Часть графика, лежащую ниже оси Ox отражаем симметрично относительно оси Ox .

$$y = (|x| - 2)^2$$

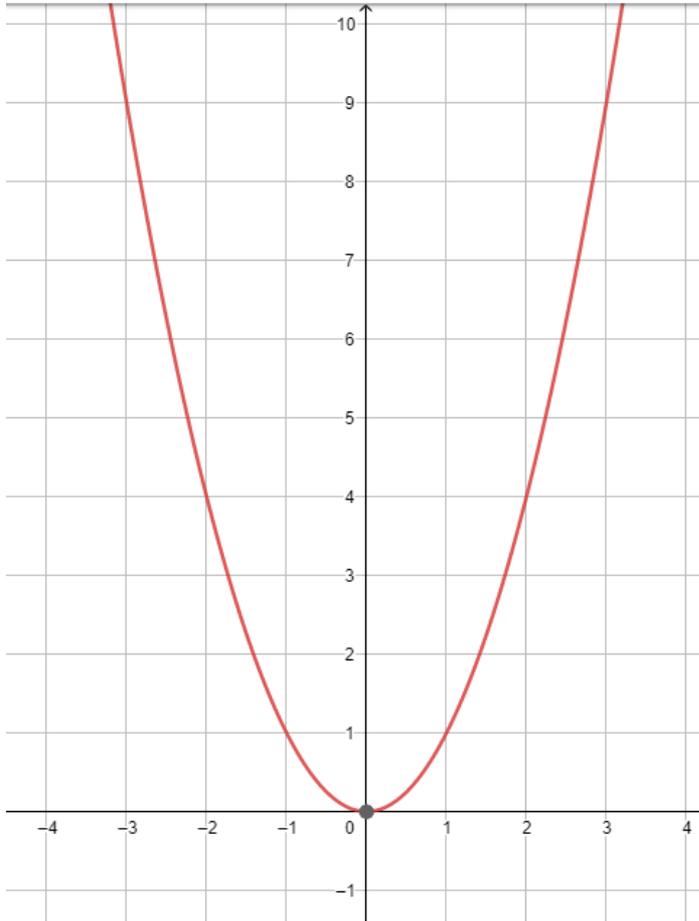
1. Строим график функции $y = (x - 2)^2$

- Построим график функции $y = x^2$
- Сместим его на 2 масштабные единицы вправо по оси OX

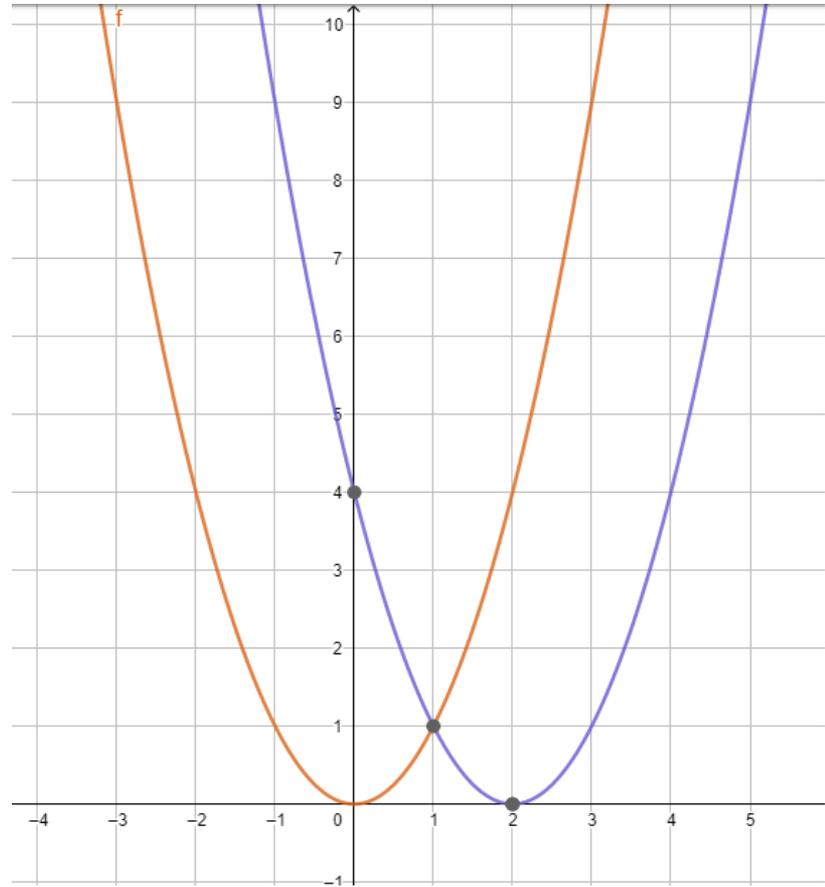
2. Часть графика в левой полуплоскости отбрасываем

- Часть графика, лежащую в правой полуплоскости отражаем, симметрично относительно оси OY.

$$y = (|x| - 2)^2$$



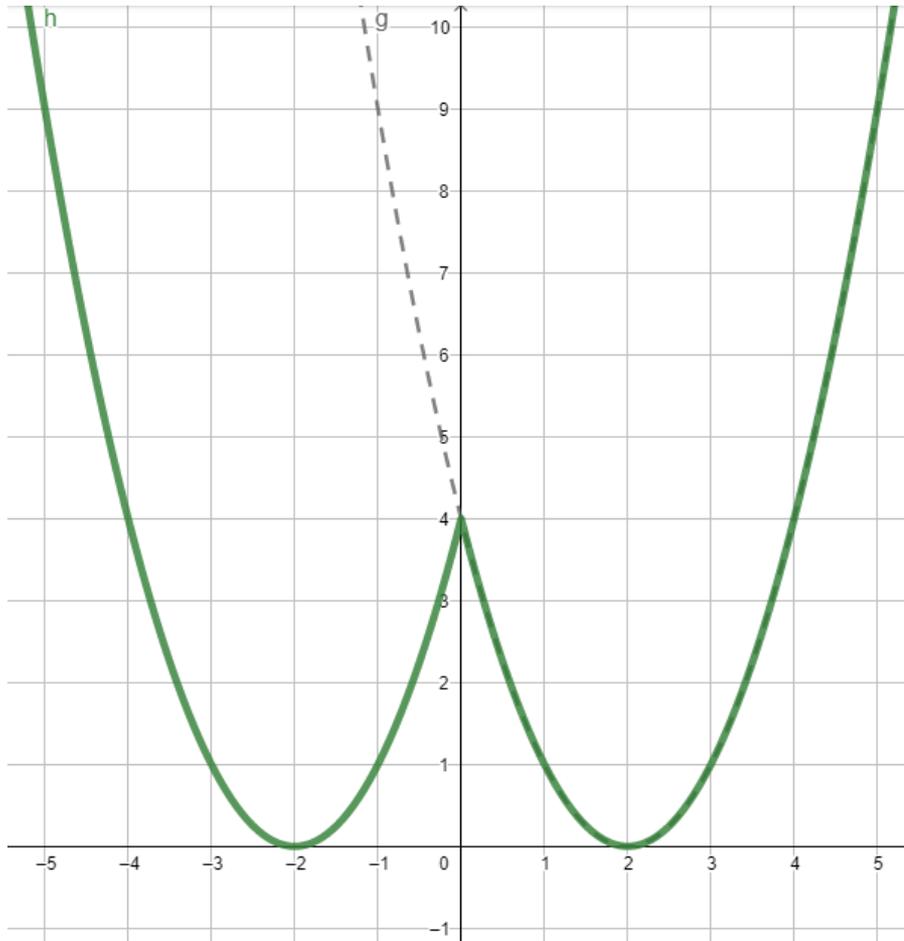
$$y = x^2$$



$$y = (x - 2)^2$$

Часть графика в левой полуплоскости отбрасываем

Часть графика, лежащую в правой полуплоскости отражаем,
симметрично относительно оси OY .



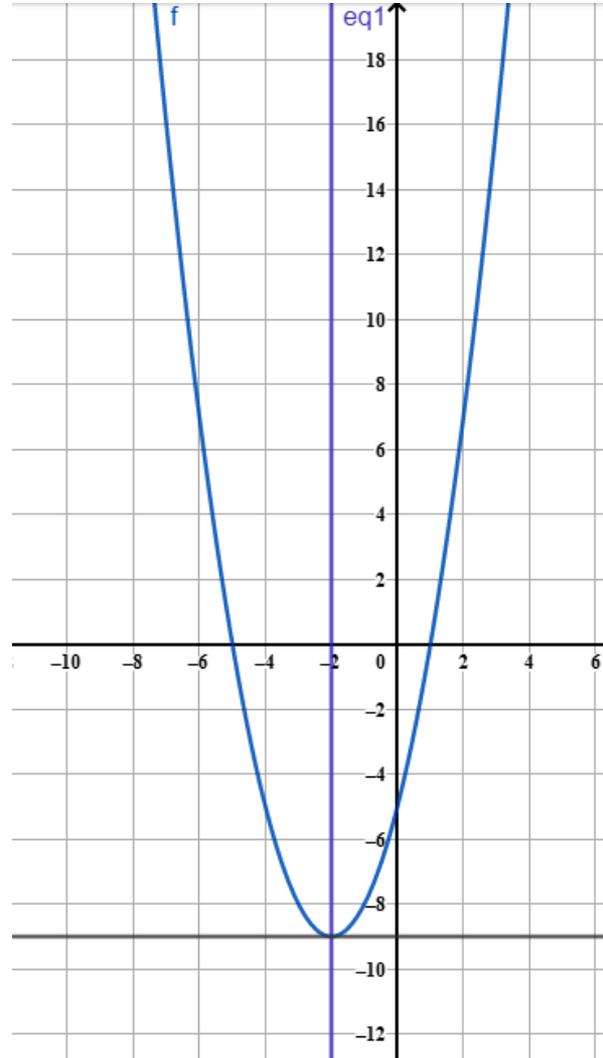
$$y = (|x| - 2)^2$$

Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

1. Построим график функции $y = x^2$ в новой системе координат, где начало координат будет совпадать с координатами вершины параболы
2. Найдем координаты вершины параболы по формулам $x_0 = \frac{-b}{2a}$ $y_0 = y(x_0)$
3. Получим : (-2;-9)
4. Отметим точку (-2;-9) на координатной плоскости и проведем через нее вспомогательные прямые $x = -2$ и $y = -9$
5. Найдем некоторые точки графика функции

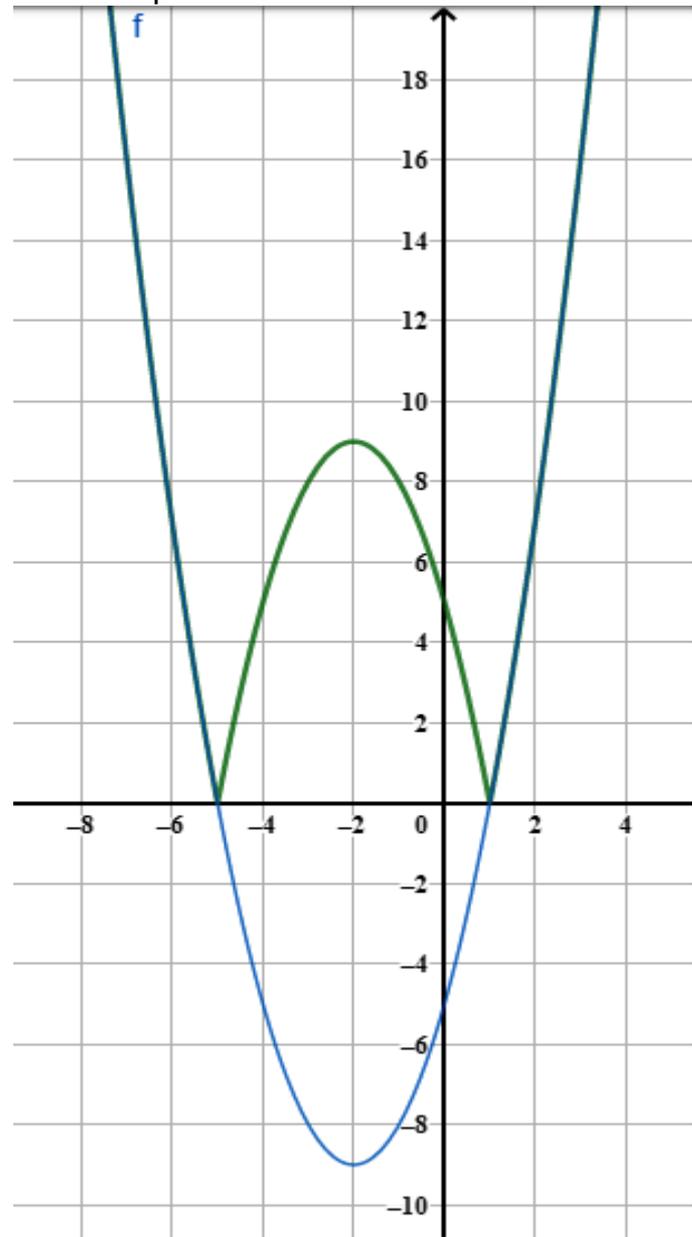
$$y = x^2 + 4x - 5$$

x	0	1	2	3
y	0	1	4	9



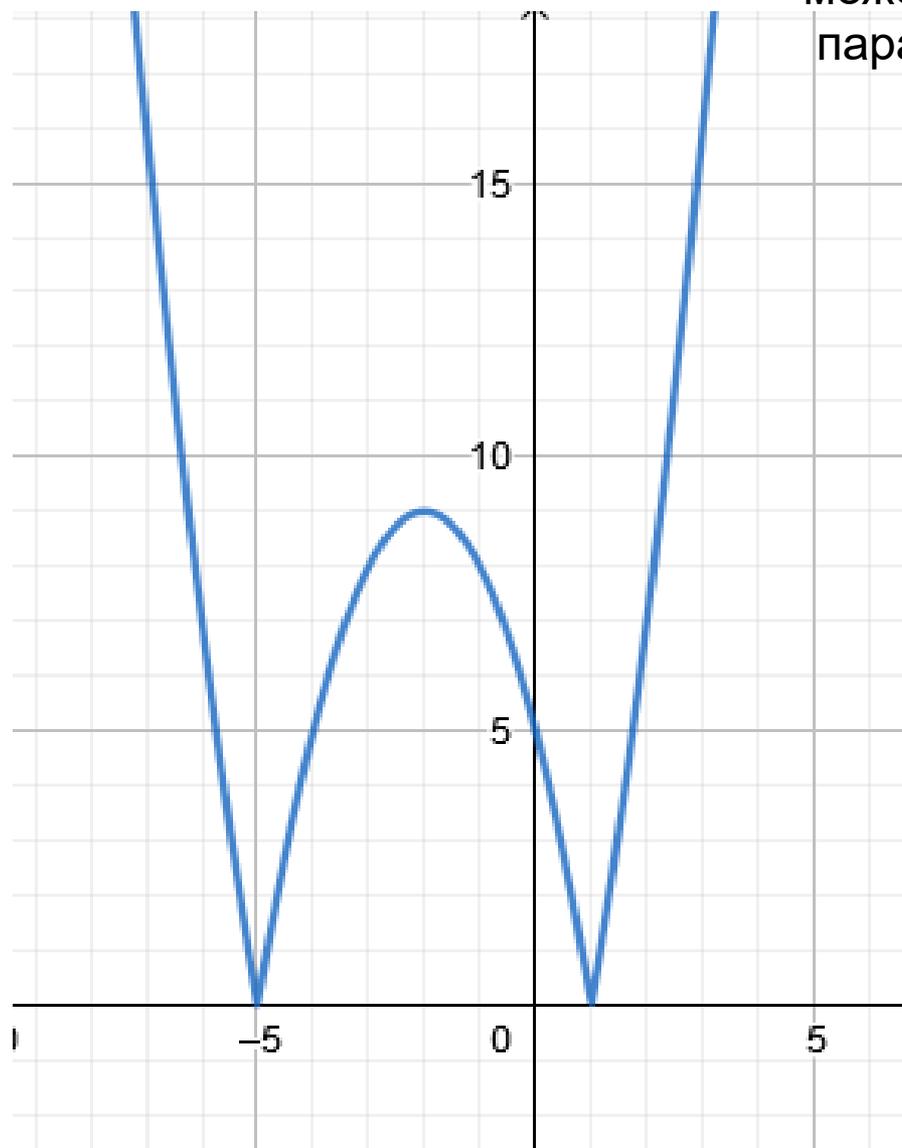
$$y = |x^2 + 4x - 5|$$

1. Часть графика, лежащую выше оси Ox оставляем без изменения.
2. Часть графика, лежащую ниже оси Ox отражаем симметрично относительно оси Ox .

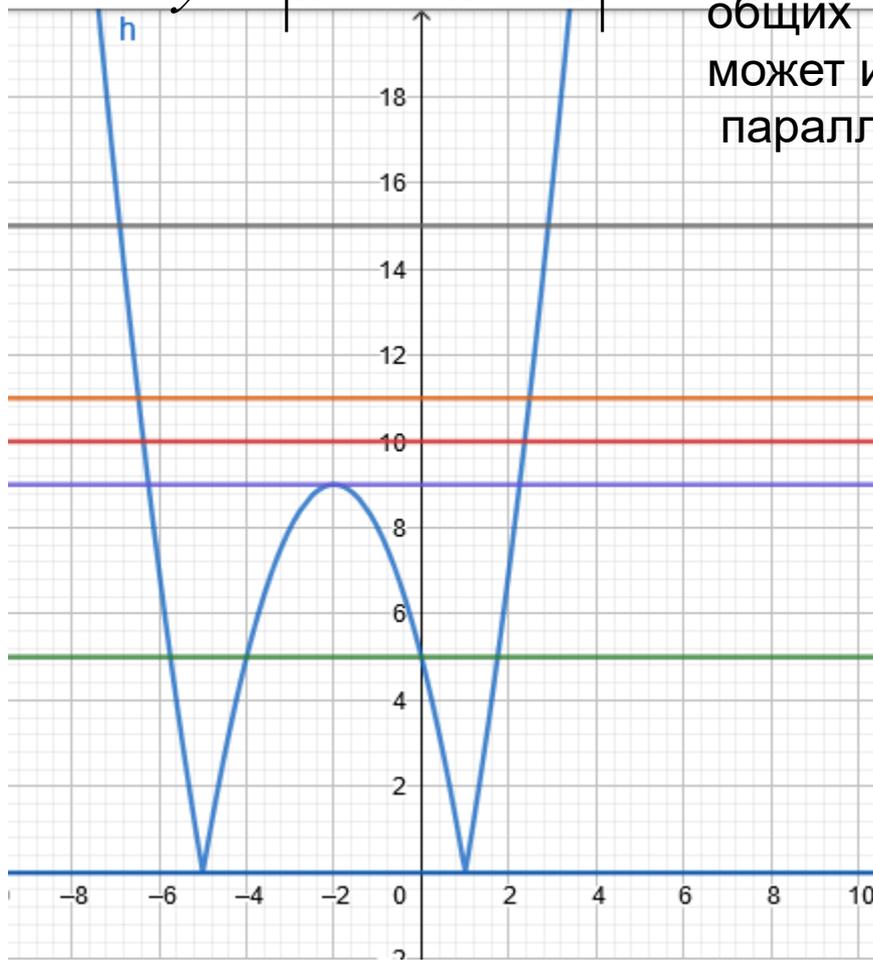


$$y = |x^2 + 4x - 5|$$

Какое наибольшее число
общих точек график данной функции
может иметь с прямой,
параллельной оси абсцисс?



$$y = |x^2 + 4x - 5|$$



Какое наибольшее число
общих точек график данной функции
может иметь с прямой,
параллельной оси абсцисс?

**Критерии оценивания 23 задания демонстрационного варианта
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2022 году основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ.**

23 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

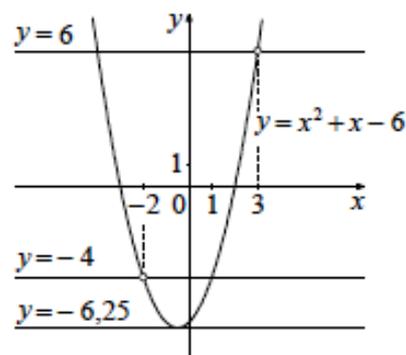
$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид: $y = x^2 + x - 6$;

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых выколота. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.



Ответ: $c = -6,25$; $c = -4$; $c = 6$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

ИСТОЧНИКИ

1. Мордкович, Александрова, Мишустина: Алгебра. 8 класс. Учебник. В 2-х частях. ФГОС. Издательство: Мнемозина, 2019 г.
2. Мордкович, Семенов: Алгебра. 9 класс. Учебник. В 2-х частях. ФГОС. Издательство: Мнемозина, 2019 г.
3. Практикум. Алгебра: уравнения, неравенства, системы: учеб. Пособие для учащихся 8-11 классов. Изд 4-е./ О.И. Чикункова .- Шадринск: Шадр.Дом Печати, 2016 – 80 с.
4. Сайт СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ

Спасибо за внимание!