

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЮНИОР»

**ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
2025-2026 учебный год**

5 КЛАСС

ОТВЕТЫ

Максимальное количество баллов – 100 баллов

Задание 1. Дроби (15 баллов)

Бассейн заполняется через три трубы. Через первую трубу можно заполнить бассейн за 6 часов, через вторую – за 4 часа, через третью – за 3 часа. За сколько часов заполнится бассейн, если открыть все три трубы одновременно? Запишите решение и ответ.

Решение:

Производительность:

1 труба: $\frac{1}{6}$ бассейна/час

2 труба: $\frac{1}{4}$ бассейна/час

3 труба: $\frac{1}{3}$ бассейна/час

Суммарная производительность: $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = (\frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12}) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ бассейна/час

Время: $\frac{3}{4} = \frac{4}{3}$ часа = 1 час 20 минут.

Ответ: 1 час 20 минут

Задание 2. Координаты (15 баллов)

На координатной прямой отмечены точки А(-15), В(3), С(-6). Найдите длину отрезка, соединяющего середину отрезка АВ и точку С. Запишите решение и ответ.

Решение:

Середина отрезка АВ: $(-15 + 3) : 2 = -6$

Точка С тоже имеет координату -6. Значит, середина АВ совпадает с точкой С, длина отрезка равна 0.

Ответ: 0

Задание 3. Задача на движение (20 баллов)

Из города А в город В выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через 2 часа из города В в город А выехал второй автомобиль со скоростью 80 км/ч. Расстояние между городами 400 км. Через сколько часов после выхода первого автомобиля они встретятся? Запишите решение и ответ.

Решение:

К моменту выхода второго автомобиля первый проехал $60 \times 2 = 120$ км.

Осталось расстояние $400 - 120 = 280$ км.

Скорость сближения: $60 + 80 = 140$ км/ч

Время до встречи после старта второго: $280 : 140 = 2$ часа

Общее время с момента старта первого: $2 + 2 = 4$ часа

Ответ: 4

Задание 4. Вероятность (25 баллов)

В коробке лежат 4 синих, 5 зеленых и 6 красных карандашей одинакового размера. Наугад вынимают 2 карандаша. Какова вероятность, что они окажутся разного цвета? Запишите решение и ответ.

Решение:

Всего карандашей: $4 + 5 + 6 = 15$

Количество способов выбрать 2 карандаша: $C_2^{15} = 105$

Количество способов выбрать 2 карандаша одного цвета:

2 синих = 6

2 зеленых = 10

2 красных = 15

Всего одноцветных пар: $6 + 10 + 15 = 31$

Пар разного цвета: $105 - 31 = 74$

$P = 74/105$

Ответ: $74/105$

Задание 5. Геометрия (25 баллов)

Прямоугольник разрезали на два равных прямоугольника, периметр каждого из которых равен 24. Затем один из этих прямоугольников разрезали на два равных квадрата. Найдите площадь исходного прямоугольника. Запишите решение и ответ.

Решение:

1. Исходный прямоугольник $a \cdot b$ разрезали пополам. Возможны два случая:

- Случай 1: Разрезали параллельно стороне $a \rightarrow$ маленькие прямоугольники $a \cdot b/2$.
- Случай 2: Разрезали параллельно стороне $b \rightarrow$ маленькие прямоугольники $a/2 \cdot b$.

2. Периметр маленького прямоугольника равен 24:

- В случае 1: $2(a + b/2) = 24 \Rightarrow 2a + b = 24$.
- В случае 2: $2(a/2 + b) = 24 \Rightarrow a + 2b = 24$.

3. Один маленький прямоугольник разрезали на два равных квадрата. Значит, у него одна сторона вдвое больше другой.

- В случае 1 (размеры a и $b/2$):
 - Либо $a = 2 \cdot b/2 = b \Rightarrow a = b$.
 - Либо $b/2 = 2a \Rightarrow b = 4a$.
- В случае 2 (размеры $a/2$ и b):
 - Либо $a/2 = 2b \Rightarrow a = 4b$.
 - Либо $b = 2 \cdot a/2 = a \Rightarrow b = a$.

4. Подставляем в уравнения периметра:

- Из $2a + b = 24$:
 - При $a = b$: $3a = 24 \Rightarrow a = 8, b = 8$.
 - При $b = 4a$: $6a = 24 \Rightarrow a = 4, b = 16$.
- Из $a + 2b = 24$:
 - При $a = 4b$: $6b = 24 \Rightarrow b = 4, a = 16$.
 - При $b = a$: $3a = 24 \Rightarrow a = 8, b = 8$ (повтор).

5. Во всех вариантах площадь исходного прямоугольника:

$$8 \times 8 = 64, 4 \times 16 = 64, 16 \times 4 = 64.$$

Ответ: 64