ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

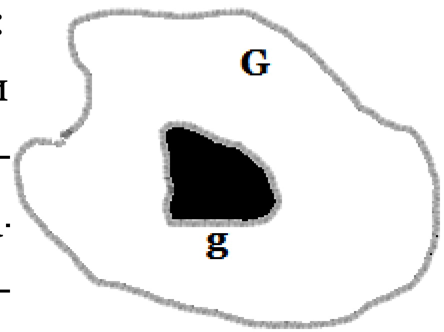
Медведева Галина Сергеевна,

учитель математики МАОУ «Викуловская СОШ № 1»,

тьютор

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

- Классическое определение вероятности: $P(A)=\frac{m}{n}$, где m – число случаев, благоприятствующих событию А; n – общее число случаев.
- Геометрическое определение вероятности:



На фигуру G бросают точку, причем все точки в области G равноправны в отношении попа – дания туда брошенной случайной точки. В ка- честве события А определяем попадание бро - шенной точки на фигуру g, которую назовем благоприятнои событию А.

Полагая, что вероятность события А пропорциональна площади фигуры g и не зависит ни от ее расположения относительно G, ни от формы g, находим P(A) по формуле: $P(A)=\frac{S_g}{SG}$

Понятие геометрической вероятности распространяется на отрезок $P(A)=\frac{l}{L}$

Аналогично определятся геометрическая вероятность для некоторого тела:

$P(A)=\frac{\gamma}{V}$

1) В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Алгоритм выполнения:

1) Вспомнить определение вероятности.

2) Определить из условия задачи необходимые величины.

3) Подставить значения и вычислить вероятность.

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Решение:

1) Вспомним определение вероятности.

- Вероятность – это отношение возможности происшествия одного или нескольких конкретных событий к общему числу возможных результатов.
- Для того, чтобы определить вероятность происшествия конкретного события(в данном случае – что первым будет россиянин) нужно разделить число благоприятных исходов на общее число событий.

2) Определим из условия задачи необходимые величины.

- Вариантов благоприятного исхода 7, так как россиян 7 и каждый из них имеет равные шансы выступать первым.
- Всего общее число вариантов 35, так как спортсменов всего 35 и каждый из них может выступать первым.

3)Подставим значения и вычислим вероятность.

- 7/35 = 1/5 = 0,2
- Ответ: 0,2.

1.1) Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

1.1) Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

Решение:

Выпишем возможные варианты получения 8 очков в сумме:

2 6

6 2

3 5

5 3

4 4

Подходит только вариант 5; 3. Вероятность этого события равна 1 : 5 = 0,2 (один случай из 5 возможных).

Ответ: 0,2

2) Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

Решение: Всего трехзначных чисел 900.

На пять делится каждое пятое из них, то есть таких чисел 900:5=180.

Вероятность того, что Коля выбрал трехзначное число, делящееся на 5, определяется отношением количества трехзначных чисел, делящихся на 5, ко всему количеству трехзначных чисел:

180:900=0,2

- Ответ: 0,2.

3) *Олег, Петя, Миша и Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет не Миша.*

Олег, Петя, Миша и Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет не Миша.

Алгоритм выполнения:

1) Вспомнить определение вероятности.

2) Определить из условия задачи необходимые величины.

3) Подставить значения и вычислить вероятность

Решение:

1) Вспомним определение вероятности.

Вероятность – это отношение возможности происшествия одного или нескольких конкретных событий к общему числу возможных результатов.

Для того, чтобы определить вероятность происшествия конкретного события(в данном случае – что игру должен будет начинать не Миша) нужно разделить число благоприятных исходов на общее число событий.

2) Определим из условия задачи необходимые величины. Вариантов благоприятного исхода 3, так как «не Миш» трое и каждый из них имеет равные шансы начинать игру.

Всего общее число вариантов 4, так как мальчиков всего 4 и каждый из них может начинать игру.

3) Подставим значения и вычислим вероятность.

3/4 = 0,75

Вариант решения в общем виде:

При бросании жребия начинает игру один из 4 мальчиков. Вероятность этого события составляет Р = 1/4 (для любого мальчика, в том числе и для Миши). Тогда обратная вероятность того, что Миша не будет начинать игру, равна: Ответ: 0,75.

4) Вася, Петя, Олег, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру.

Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Вася или Петя.

ВАСЯ, ПЕТЯ, ОЛЕГ, КОЛЯ И ЛЁША БРОСИЛИ ЖРЕБИЙ — КОМУ НАЧИНАТЬ ИГРУ. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО НАЧИНАТЬ ИГРУ ДОЛЖЕН БУДЕТ ВАСЯ ИЛИ ПЕТЯ.

Решение:

Вспомним определение вероятности.

Вероятность – это отношение возможности происшествия одного или нескольких конкретных событий к общему числу возможных результатов.

Для того, чтобы определить вероятность происшествия конкретного события(в данном случае – что игру должен будет начинать Вася или Петя) нужно разделить число благоприятных исходов на общее число событий.

Определим из условия задачи необходимые величины.

Вариантов благоприятного исхода 2, так как Вася и Петя – это два мальчика, каждый из них имеет равные шансы начинать игру.

Всего общее число вариантов 4, так как мальчиков всего 5 и каждый из них может начинать игру.

Подставим значения и вычислим вероятность.

2/5 = 0,4

Решение в общем виде:

Всего при бросании жребия может быть n = 5 исходов (для 5 человек). Обозначим через событие А – жребий выпал Васе или Пете. Число благоприятных исходов для события А равно m = 2. Следовательно, искомая вероятность, равна:

Ответ: 0,4.

4.1) В группе туристов 10 человек, в том числе турист А. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Какова вероятность того, что туристу А. выпадет по жребию идти в село?

В ГРУППЕ ТУРИСТОВ 10 ЧЕЛОВЕК, В ТОМ ЧИСЛЕ ТУРИСТ А. С ПОМОЩЬЮ ЖРЕБИЯ ОНИ ВЫБИРАЮТ ДВУХ ЧЕЛОВЕК, КОТОРЫЕ ДОЛЖНЫ ИДТИ В СЕЛО ЗА ПРОДУКТАМИ. КАКОВА ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ТУРИСТУ А. ВЫПАДЕТ ПО ЖРЕБИЮ ИДТИ В СЕЛО?

Решение:

При однократом бросании жребия вероятность того, что туристу А. выпадет пойти в село равна 1/10. Так как жребий бросается дважды, то искомая вероятность удваивается, т.е ответ 2/10=1/5=0,2.

Ответ: 0,2.

Элементы теории вероятностей

- ***Событие С называется <u>произведением</u> двух событий А и В, если в результате испытаний С происходят оба события, А и В***
- ***Два события называют <u>независимыми</u>, если вероятность одного из них не зависит от того, произошло или нет другое событие***
- ***Два события называются <u>зависимыми</u>, если вероятность наступления одного из них зависит от того , произошло или нет другое событие.***
- ***Если вероятность события В вычисляется в предположении, что событие А уже произошло, то такая вероятность называется <u>условной вероятностью</u> события В по отношению к событию А. Обозначается:*** $P_A(B)$
- ***Теоремы умножения: (для зависимых) Вероятность их произведения равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого*** $P(C)=P(A)P_A(B) = P(B)P_B(A)$
- ***(для независимых событий) Вероятность их произведения равна произведению их вероятностей :*** $P(C)=P(A)P(B)$

5) Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,1.

Найдите вероятность того, что в течение года обе лампы перегорят.

Алгоритм выполнения:

1) Определить вероятность каждого события в отдельности.
2) Перемножить вероятности событий. Это даст вероятность того, что события произойдут последовательно.

ПОМЕЩЕНИЕ ОСВЕЩАЕТСЯ ФОНАРЁМ С ДВУМЯ ЛАМПАМИ. ВЕРОЯТНОСТЬ ПЕРЕГОРАНИЯ ОДНОЙ ЛАМПЫ В ТЕЧЕНИЕ ГОДА РАВНА 0,1. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО В ТЕЧЕНИЕ ГОДА ОБЕ ЛАМПЫ ПЕРЕГОРЯТ.

Решение:
Определим вероятность каждого события в отдельности.
Вероятность того, что перегорит первая лампа по условию 0,1. Вероятность того, что перегорит вторая лампа по условию 0,1.
Перемножим вероятности событий. Это даст вероятность того, что события произойдут последовательно. $P=P(A)\cdot P(A)=0,1\cdot 0,1=0,01$

Ответ: 0,01.

5.1) В ящике 4 красных и 2 синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

5.1) В ящике 4 красных и 2 синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Решение:

Благоприятными будут следующие исходы:

Первый раз – вытащили красный фломастер,

И второй раз – красный,

А третий раз – синий.

Вероятность вытащить красный фломастер (которых в ящике 4) равна 4/6=2/3.

После этого в ящике остается 5 фломастеров, из них 3 красных, вероятность вытащить красный равна 3/5.

Наконец, когда осталось 4 фломастера и из них 2 синих, вероятность вытащить синий равна 1/2.

Вероятность события {красный – красный – синий } равна произведению этих вероятностей, то есть 2/3*3/5*1/2=0,2.

Ответ: 0,2

5.2) *В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают 2 фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?*

5.1) В ящике 4 красных и 2 синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Решение:

Всего в коробке 25 фломастеров. В условии не сказано, какой из фломастеров вытащили первым – красный или синий.

Предположим, что первым вытащили красный фломастер. Вероятность этого 9/25, в коробке остается 24 фломастера, и вероятность вытащить вторым синий равна 10/24. Вероятность того, что первым вытащили красный, а вторым синий,

равна 9/25* 10/24= 3/20

А если первым вытащили синий фломастер? Вероятность этого события равна 10/25=2/5. Вероятность после этого вытащить красный равна 9/24=3/8. Вероятность того, что синий и красный вытащили один за другим, равна 2/5*3/8=3/20.

Значит, вероятность вытащить первым красный, вторым синий или первым синий, вторым красный равна 3/20+3/20=0,3

А если их доставали из коробки не один за другим, а одновременно? Вероятность остается такой же: 0,3. Потому что она не зависит от того, вытащили мы фломастеры один за другим, или с интервалом в 2 секунды, или с интервалом в 0,5 секунды… или одновременно! Ответ: 0,3.

6) Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,15.

Найдите вероятность того, что в течение года обе лампы перегорят.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,15. Найдите вероятность того, что в течение года обе лампы перегорят.

Алгоритм выполнения:

1) Определить вероятность каждого события в отдельности.

2) Перемножить вероятности событий. Это даст вероятность того, что события произойдут последовательно.

Решение:

1) Определим вероятность каждого события в отдельности.

- Вероятность того, что перегорит первая лампа по условию 0,15. Вероятность того, что перегорит вторая лампа по условию 0,15.

2) Перемножим вероятности событий. Это даст вероятность того, что события произойдут последовательно.

$P=P(A)\cdot P(A)=0{,}15 \cdot 0{,}15=0{,}0225$

- Ответ: 0,0225.

Элементы теории вероятностей

Пример:

В конверте лежало четыре открытки с видами Петербурга и три открытки с видами Москвы. Пусть событие А – извлечение открытки с видами Петербурга, а событие В – извлечение открытки с видами Москвы.

можно найти: Рассмотрим вероятности связанные с этой ситуацией:

1. Если открытка извлекается только в начале один раз, то P(A)=4/7; P(B)=3/7

2. Если две открытки последовательно извлекаются из конверта без возврата в него, то: а) если сначала вытащили открытку с видом Петербурга, а затем с видом Москвы, то

$$P_A(B) = \frac{3}{6} = \frac{2}{3}$$

б) если сначала вытащили открытку с видом Москвы, а затем с видом Петербурга, тогда :

$$P_B(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

3. Если рассмотреть событие С, которое состоит в том, что вначале вытащили вид Петербурга, затем вид Москвы, то по теореме умножения его вероятность

$$P(C) = P(A)P_A(B) = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$$

7) Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

ИЗ КАЖДЫХ 100 ЛАМПОЧЕК, ПОСТУПАЮЩИХ В ПРОДАЖУ, В СРЕДНЕМ 3 НЕИСПРАВНЫ. КАКОВА ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО СЛУЧАЙНО ВЫБРАННАЯ В МАГАЗИНЕ ЛАМПОЧКА ОКАЖЕТСЯ ИСПРАВНОЙ?

Решение: Данная задача даже проще, чем предыдущая. В начале, нам необходимо найти количество исправных лампочек:

100 — 3 = 97

После этого находим вероятность, она равна отношению количества исправных лампочек к общему количеству:

97 / 100 = 0,97

Ответ: 0,97

8) На семинар приехали 6 ученых из Норвегии, 5 из России и 9 из Испании. Каждый ученый подготовил один доклад. Порядок докладов определяется случайным образом.

Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Алгоритм выполнения

1) Поскольку событие, описанное в условии, является независимым, то вероятность того, что ученый из России выступит именно 8-м, такая же, как и вероятность выступления под любых другим номером. Поэтому для решения можем применить формулу-определение для вероятности $P=N_б/N$, где $N_б$ – кол-во благоприятствующих данному событию исходов, N – общее кол-во исходов.

2) Подсчитываем общее кол-во исходов. Оно равно сумме всех докладов.

3) Определяем кол-во благоприятствующих исходов как число докладов от российских ученых.

4) Подставляем полученные данные в формулу, вычисляем вероятность.

НА СЕМИНАР ПРИЕХАЛИ 6 УЧЕНЫХ ИЗ НОРВЕГИИ, 5 ИЗ РОССИИ И 9 ИЗ ИСПАНИИ. КАЖДЫЙ УЧЕНЫЙ ПОДГОТОВИЛ ОДИН ДОКЛАД. ПОРЯДОК ДОКЛАДОВ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ СЛУЧАЙНЫМ ОБРАЗОМ. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ВОСЬМЫМ ОКАЖЕТСЯ ДОКЛАД УЧЕНОГО ИЗ РОССИИ.

Решение:

$P=N_б/N$

$N=6+5+9=20$

$N_б=5$

$P=5/20=0,25$

Ответ: 0,25

9) В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с черным и зеленым чаем, одинаковые на вид, причем пакетиков с черным чаем в 4 раза больше, чаем пакетиков с зеленым. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с зеленым чаем.

Алгоритм выполнения

1)Обозначаем через х количество пакетиков с зеленым чаем. Выражаем затем через х кол-во пакетиков с черным чаем.

2) Записываем формулу для нахождения вероятности, имея в виду, что число благоприятствующих исходов равно кол-ву пакетиков зеленого чая, а общее число исходов – общему количеству пакетиков.

3) Вычисляем вероятность.

В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с черным и зеленым чаем, одинаковые на вид, причем пакетиков с черным чаем в 4 раза больше, чаем пакетиков с зеленым. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с зеленым чаем.

Решение:

Пусть x – количество пакетиков зеленого чая. Тогда количество пакетиков черного составляет 4x. Вероятность $P=N_б/N$. Здесь $N_б=x$, поскольку вероятность определяется именно для пакетиков с зеленым чаем. $N=x+4x=5x$. Получаем: $P=x/(5x)=1/5=0,2$.

Ответ: 0,2

10) В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекает. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Алгоритм выполнения

1) Из 1400 вычитаем 14. Получаем количество исправных насосов.

2) По формуле $P=N_б/N$ (где $N_б$ – количество исправных насосов, N – общее количество насосов) находим искомую вероятность.

В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекает. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение:

1) 1400 – 14 = 1386 (шт.) – исправных насосов поступило в продажу.

2) 1386 / 1400 = 0,99 – вероятность того, что случайно подобранный насос исправен (не подтекает).

Ответ: 0,99

11) В кармане у Дани было пять конфет – «Ласточка», «Взлетная», «Василек», «Грильяж» и «Гусиные лапки», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Даня случайно выронил из кармана одну конфету.

Найдите вероятность того, что упала конфета «Взлетная».

Алгоритм выполнения

1) Определяем общее количество конфет. Фиксируем, что упала единственная конфета.

2) Применяя формулу для вероятности $P=N_б/N$, находим искомую вероятность.

В кармане у Дани было пять конфет – «Ласточка», «Взлетная», «Василек», «Грильяж» и «Гусиные лапки», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Даня случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что упала конфета «Взлетная».

Решение:

1) В кармане у Дани находится 6 предметов – 5 конфет и ключи. Ключи для расчета не учитываем, поскольку их извлечение из кармана не является случайным событием. Тогда общее кол-во случайных событий N=5. Кол-во благоприятных исходов для этих событий в данном случае равно 1, т.к. падает 1 конфета. Отсюда $N_б=1$.
2) Вероятность находим по формуле $P=N_б/N$. Подставляем числовые данные, получаем: $P=1/5=0,2$.

Ответ: 0,2

12) На борту самолета 26 мест рядом с запасными выходами и 10 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир Д. высокого роста.

Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Д. достанется удобное место, если всего в самолете 300 мест.

Алгоритм выполнения

1) Суммируем 26 и 10, чтобы найти общее количество удобных для пассажира Д. мест.

2) Используя формулу $P=N_б/N$, где $N_б$ – количество удобных мест, N – общее количество мест, находим искомую вероятность.

НА БОРТУ САМОЛЕТА 26 МЕСТ РЯДОМ С ЗАПАСНЫМИ ВЫХОДАМИ И 10 МЕСТ ЗА ПЕРЕГОРОДКАМИ, РАЗДЕЛЯЮЩИМИ САЛОНЫ. ОСТАЛЬНЫЕ МЕСТА НЕУДОБНЫ ДЛЯ ПАССАЖИРА ВЫСОКОГО РОСТА. ПАССАЖИР Д. ВЫСОКОГО РОСТА. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО НА РЕГИСТРАЦИИ ПРИ СЛУЧАЙНОМ ВЫБОРЕ МЕСТА ПАССАЖИРУ Д. ДОСТАНЕТСЯ УДОБНОЕ МЕСТО, ЕСЛИ ВСЕГО В САМОЛЕТЕ 300 МЕСТ.

Решение:

1) 26 + 10 = 36 – количество мест, которые удобны для пассажира Д

2) Р = 36 / 300 = 0,12 – вероятность того, что при случайном выборе пассажиру достанется удобное место

Ответ: 0,12

13) Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель не глядя берет одну шариковую ручку из коробки.

Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Алгоритм выполнения

1) Анализируем ситуацию, описанную в условии. Определяем, что существует только 2 варианта возможных событий.

2) Находим искомую вероятность как разность единицы и вероятности того, что ручка пишет плохо.

Решение:

1) Вариантов событий в данном случае имеется два – ручка пишет хорошо или она пишет плохо. При этом ручка в любом случае будет из коробки взята, т.е. событие состоится. Это означает, что его вероятность равна 1.

2) Поскольку вероятность того, что ручка пишет плохо, составляет 0,21, то вероятность того, ручка будет писать хорошо, равна:1 – 0,21 = 0,79.

Ответ: 0,79

14) На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 130 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 400 участников.

Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Алгоритм выполнения

1)Умножаем 130 на 2, получаем количество участников в первых двух аудиториях.
2) Из 400 вычитаем полученное произведение. Узнаем, сколько участников находилось в запасной аудитории.
3)Делим полученную разность на 400. Находим искомую вероятность.

НА ОЛИМПИАДЕ ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ УЧАСТНИКОВ РАССАЖИВАЮТ ПО ТРЕМ АУДИТОРИЯМ. В ПЕРВЫХ ДВУХ ПО 130 ЧЕЛОВЕК, ОСТАВШИХСЯ ПРОВОДЯТ В ЗАПАСНУЮ АУДИТОРИЮ В ДРУГОМ КОРПУСЕ. ПРИ ПОДСЧЕТЕ ВЫЯСНИЛОСЬ, ЧТО ВСЕГО БЫЛО 400 УЧАСТНИКОВ. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО СЛУЧАЙНО ВЫБРАННЫЙ УЧАСТНИК ПИСАЛ ОЛИМПИАДУ В ЗАПАСНОЙ АУДИТОРИИ.

Решение:

1) 130 · 2 = 260 – участников писали олимпиаду в первых 2-х аудиториях.

2) 400 – 260 = 140 – участников находилось в запасной аудитории.

3) Вероятность $P = N_б / N$. Здесь $N_б = 140$, $N = 400$. Получаем: $P = 140 / 400 = 0,35$.

- Ответ: 0,35

15) В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдет в магазин?

Алгоритм выполнения

1) Записываем формулу $P=N_б/N$, где $N_б$ – количество благоприятных исходов для ситуации, N – общее количество исходов.
2) Благоприятным исходом в данном случае является попадание туриста Д. в группу из 2 человек, которым нужно идти в магазин. Т.е. $N_б=2$.
3) Общее количество исходов – число туристов, составляющих полную группу.
4)Подставляем определенные числовые величины в формулу, находим искомую вероятность.

В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдет в магазин?

Решение:

1) Вероятность равна: $P = N_б / N$.

2) $N_б = 2$, т.к. по условию для похода в магазин требуется 2 человека.

3) $N = 8$, т.к. всего в группе 8 туристов.

4) $P = 2 / 8 = 0,25$.

Ответ: 0,25

16) На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с мясом, 12 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что этот пирожок окажется с капустой.

Алгоритм выполнения

1) Для вычисления вероятности используем формулу $P=N_б/N$, где $N_б$ – количество благоприятных исходов ситуации, N – общее количество исходов.
2) Определяем количество благоприятных исходов. Здесь таковым является количество пирожков с капустой.
3) Находим общее количество исходов. Это – количество всех (любых) пирожков.
4) Подставляем числовые данные в формулы, определяем требуемую вероятность.

На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с мясом, 12 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что этот пирожок окажется с капустой.

Решение:

1) Искомую вероятность найдем по формуле $P=N_б/N$.
2) В данном случае $N_б = 12$, поскольку именно столько на тарелке пирожков с капустой.
3) Общее число исходов $N = 1 + 12 + 3 = 16$ (пирожков).
4) $P = 12 / 16 = 0,75$.

Ответ: 0,75

17) Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений – по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 14 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Какова вероятность того что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Алгоритм выполнения

1) Из 50 вычитаем 14. Получаем количество незапланированных выступлений, которые приходятся на 2–5-й дни.

2) Полученную разность делим на 4, т.е. на кол-во дней, в течение которых будет заслушано выступление российского исполнителя. Получим количество выступлений, которые приходятся на каждый из этих дней.

3) По формуле $P=N_б/N$ (где $N_б$ – количество выступлений в каждый из дней, кроме первого; N – общее количество выступлений в эти дни) находим искомую вероятность.

Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений – по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 14 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Какова вероятность того что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Решение:

1) 50 – 14 = 36 – количество незапланированных выступлений, в числе которых как раз и предполагается выступление россиянина.

5 – 1 = 4 – количество дней, в течение которых распределены поровну 36 выступлений.

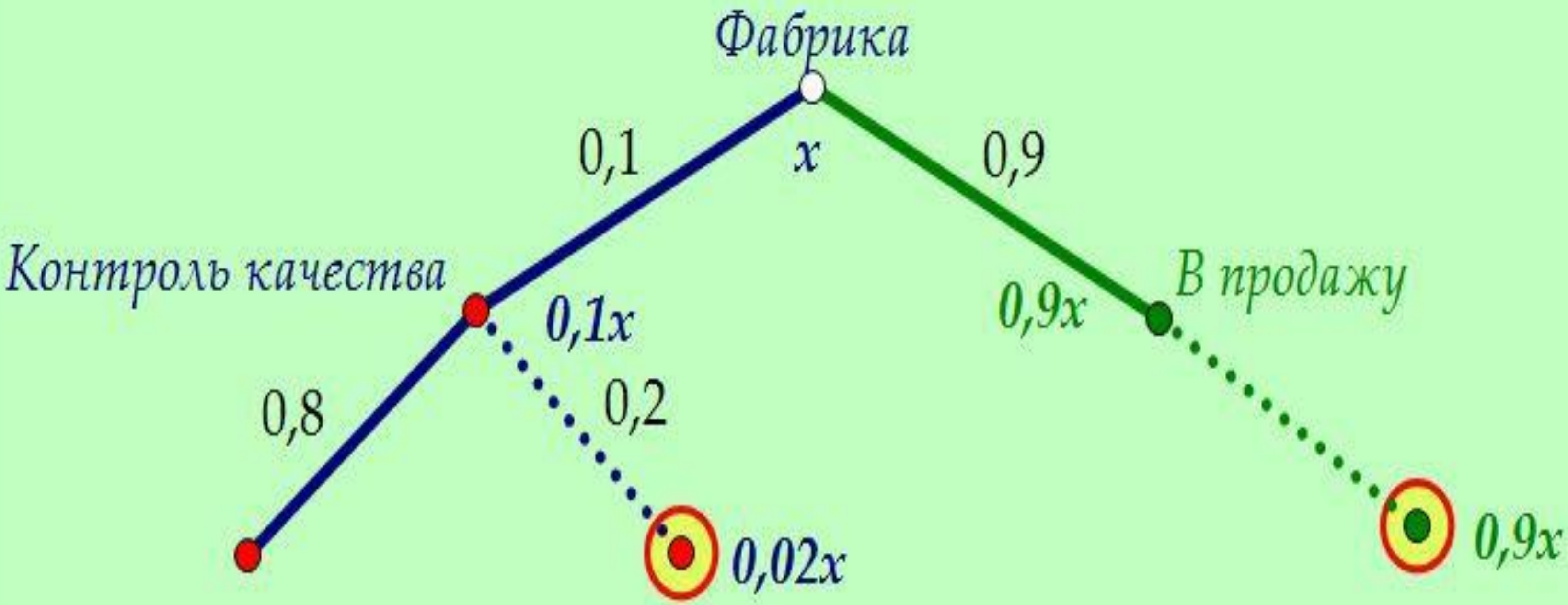
2) 36 : 4 = 9 – количество выступлений, приходящихся на каждый день, начиная со 2-го.

3)Поскольку выступление в 3-й день, равно как и в любой другой, начиная со 2-го, является независимым и равновероятным событием, то вероятность его положит. исхода можно определить по формуле $P=N_б/N$. Здесь $N_б = 9$, $N = 36$. Тогда: $P = 9 / 50 =0{,}18$.

Ответ: 0,18

18) На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до десятитысячных.

4. На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до десятитысячных.



$$\text{Вероятность} = \frac{\text{не имеют дефектов}}{\text{поступили в продажу}} = \frac{0{,}9x}{0{,}02x + 0{,}9x} = \frac{90}{92} \approx 0{,}9783$$

<u>Ответ</u>: 0,9783.

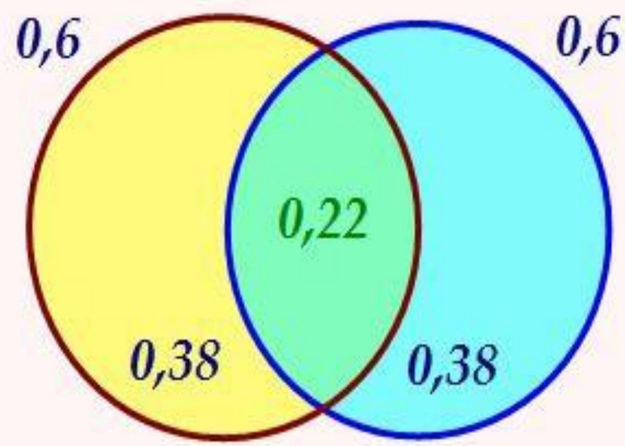
19) В торговом центре два одинаковых автомата продают шоколадки. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится шоколад равна 0,6. Вероятность того что шоколад закончится в обоих автоматах равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня шоколад останется в обоих автоматах.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают шоколадки. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончатся шоколадки, равна 0,6. Вероятность того, что шоколадки закончатся в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня шоколадки останутся в обоих автоматах.

$0,38 + 0,38 + 0,22 = 0,98$

$1 - 0,98 = \underline{0,02}$

Ответ: 0,02.



	шоколадки закончатся в первом автомате	*шоколадки останутся в первом автомате*
шоколадки закончатся во втором автомате	0,22	0,38
шоколадки останутся во втором автомате	0,38	0,02

20) Найдите вероятность того, что произведение трех последних цифр случайно выбранного телефонного номера четно.

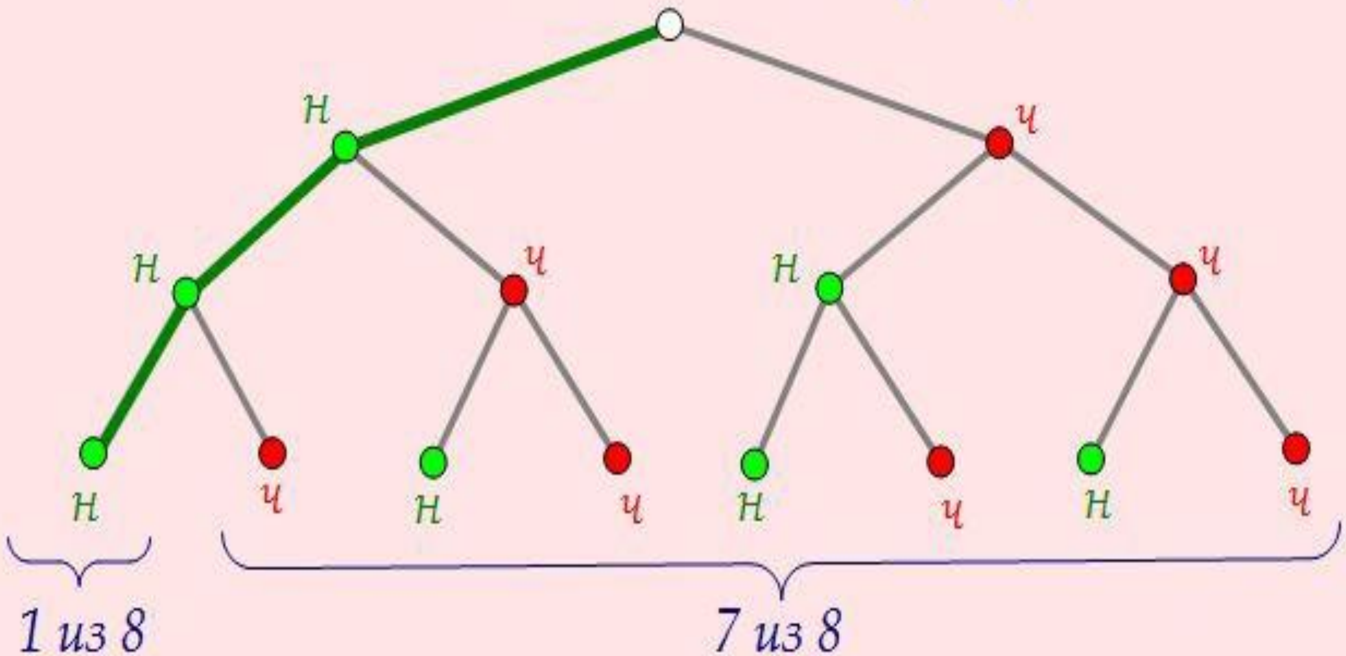
4. Найдите вероятность того, что произведение трех последних цифр случайно выбранного телефонного номера четно.

*Вероятность того, что произведение трех последних цифр ... **нечетно** ?*

$$P(н,н,н) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

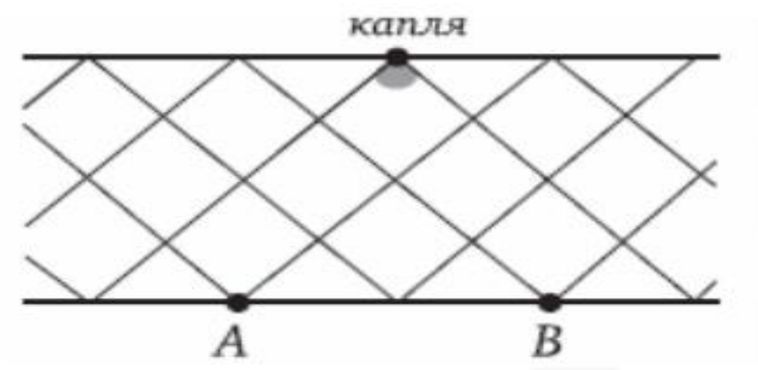
*Вероятность того, что произведение трех последних цифр ... **четно** ?*

$$P(\text{хотя бы одна из трёх цифр четная}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 1 - 0{,}125 = 0{,}875$$



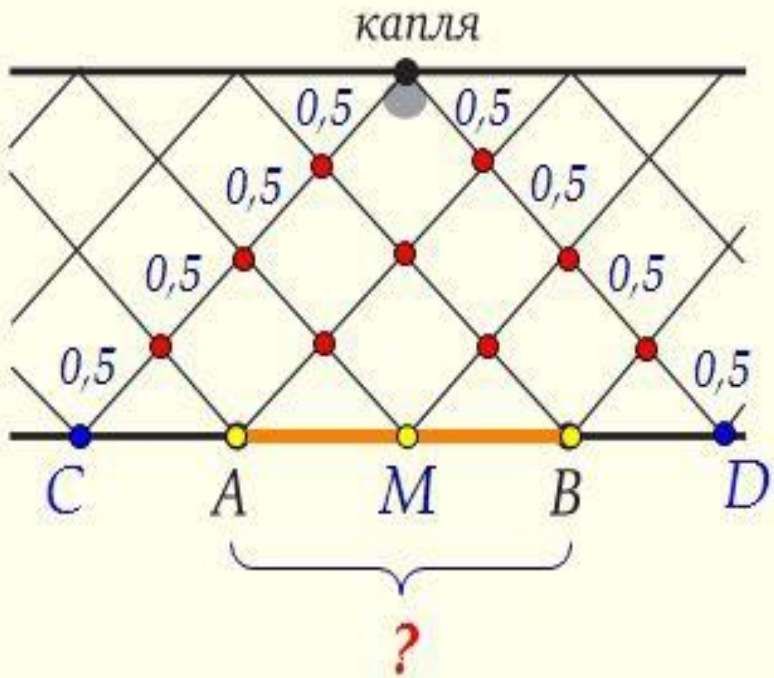
Ответ: 0,875.

21) Капля воды стекает по металлической сетке (см. рис.) В каждом узле сетки капля с равными шансами может стечь вниз вправо или влево. Найдите вероятность того, что, скатившись вниз, капля окажется на участке А- В.



4. Капля воды стекает по металлической сетке (см. рисунок). В каждом узле сетки капля с равными шансами может стечь вниз вправо или влево. Найдите вероятность того, что, скатившись вниз, капля окажется на участке *A—B*.

$P(C) = \frac{1}{16}$



$P(D) = \frac{1}{16}$

$$P(A\text{-}M\text{-}B) = 1 - \frac{2}{16} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8} = \underline{0{,}875}$$

Ответ: 0,875.

21) На крыльце сидели кошки - 3 черные и 7 рыжих. После удара грома 8 из них не убежали. Пугливость не зависит от цвета. Какова вероятность того что остались 2 кошки разного цвета? Ответ округлите до сотых.

4. На крыльце сидели кошки - три чёрные и семь рыжих. Раздался удар грома, и восемь кошек, испугавшись убежали. Пугливость кошек не зависит от их цвета. Найдите вероятность того, что на крыльце остались две кошки разных цветов? Ответ округлите до сотых.

$$P(\text{чёрная и рыжая}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$

<u>или</u>

$$P(\text{рыжая и чёрная}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$

$$P = \frac{7}{30} + \frac{7}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \approx \underline{0{,}47}$$

<u>*Ответ*</u>: 0,47.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

- *Суммой двух событий A и B называется событие C, состоящее в появлении хотя бы одного из событий A или B.*
- Теорема сложения вероятностей двух несовместных событий*: Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:* P(C)=P(A)+P(B)
- Теорема сложения для двух совместных событий: *Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их произведения:* $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$
- *Формула полной вероятности* позволяет вычислить вероятность интересующего события через условные вероятности этого события в предположении неких гипотез, а также вероятностей этих гипотез.

$$P(A)=P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)+\ldots P(B_n)P_{B_n}(A)$$

Если событие *A* произошло, то это может изменить вероятности гипотез B_1, B_2, ...,

которые вычисляются по **формуле Байеса** (**формуле Бейеса**):

$$P_A\left(B_i\right)=\frac{P\left(B_i\right)P_{B_i}(A)}{P(A)}, i=1,2,\ldots,n.$$

Элементы теории вероятностей

- **Пример.** В магазин привозят товары от трех поставщиков: первый привозит 20%, второй - 30% и третий - 50% всего поступающего товара. Известно, что 10% товара первого поставщика высшего сорта, для второго и третьего поставщика эти значения равны 5% и 20%. Найти вероятность того, что случайно выбранный товар окажется высшего сорта.

Решение. Обозначим через A событие, заключающееся в том, что будет выбран товар высшего сорта. Введем гипотезы B_1, B_2, B_3, заключающиеся в выборе товара, поступившего соответственно от первого, второго и третьего поставщика. По условию известно, что $P(B_1)=0,2$, $P(B_2)=0,3$, $P(B_3)=0,5$,

$P_{B_1}(A)=0,1$, $P_{B_2}(A)=0,05$, $P_{B_3}(A)=0,2$.

Применяем формулу полной вероятности:

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+P(B_3)P_{B_3}(A)=$$

$$0,2\times 0,1+0,3\times 0,05+0,5\times 0,2=0,135.$$

Пример. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что товар был привезен первым поставщиком, если он оказался высшего сорта.

Решение. Сохраним обозначения предыдущей задачи (см. выше). Тогда нужно вычислить апостериорную вероятность $P_A(B_1)$. Используем формулу Байеса:

$$P_A(B_1)=\frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(A)}=\frac{0,2\times 0,1}{0,135}=0,148.$$

22) *При подозрение на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86 % случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев.*

Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Решение:

Задача похожа на уже знакомую тем, кто готовится к ЕГЭ (про гепатит), однако вопрос здесь другой.
Уточним условие: "Какова вероятность того, что пациент, ПЦР-тест которого положителен, действительно имеет это заболевание?". В такой формулировке множество возможных исходов - это число пациентов с положительным результатом ПЦР-теста, причем только часть из них действительно заболевшие.

Пациент приходит к врачу и делает ПЦР-тест. Он может быть болен этим заболеванием – с вероятностью x. Тогда с вероятностью 1 – x он этим заболеванием не болен.

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам:
а) пациент болеет заболеванием, которое нельзя называть, его анализ верен; событие A,
б) пациент не болен этим заболеванием, его анализ ложно-положительный, событие B.
Это несовместные события, и вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

Имеем: $P(A)=0{,}86x$, $P(B)=0{,}06(1-x)$, $P(A+B)=P(A)+P(B)$, $0{,}86+0{,}06(1-x)=1$. Мы составили уравнение, решив которое, найдем вероятность $x=0{,}05$.

Что такое вероятность x? Это вероятность того, что пациент, пришедший к доктору, действительно болен. Здесь множество возможных исходов - это количество всех пациентов, пришедших к доктору.

Нам же нужно найти вероятность z того, что пациент, ПЦР-тест которого положителен, действительно имеет это заболевание. Вероятность этого события равна $0{,}05*0{,}86$ (пациент болен и ПЦР-тест выявил заболевание, произведение событий). С другой стороны, эта вероятность равна $0{,}01\ z$ (у пациента положительный результат ПЦР-теста, и при выполнении этого условия он действительно болен).

Получим: $0{,}05*0{,}86= 0{,}01z$, отсюда $z = 0{,}43$.
Ответ: 0,43

23)Телефон передает sms-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой следующей попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше 2 попыток.

ТЕЛЕФОН ПЕРЕДАЕТ SMS-СООБЩЕНИЕ. В СЛУЧАЕ НЕУДАЧИ ТЕЛЕФОН ДЕЛАЕТ СЛЕДУЮЩУЮ ПОПЫТКУ. ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО СООБЩЕНИЕ УДАСТСЯ ПЕРЕДАТЬ БЕЗ ОШИБОК В КАЖДОЙ СЛЕДУЮЩЕЙ ПОПЫТКЕ, РАВНА 0,4. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЯ ПОТРЕБУЕТСЯ НЕ БОЛЬШЕ 2 ПОПЫТОК.

Решение:

Здесь все просто. Либо сообщение удалось передать с первой попытки, либо со второй. Вероятность того, что сообщение удалось передать с первой попытки, равна 0,4. С вероятностью 0,6 с первой попытки передать не получилось. Если при этом получилось со второй, то вероятность этого события равна 0,6*0,4. Значит, вероятность того, что для передачи сообщения потребовалось не более 2 попыток, равна 0,4+0,4*0,6=0,64.

Ответ: 0,64

- **Пример (**полная вероятность**).** В магазин поступили электрические лампочки одного типа, изготовленные на четырех ламповых заводах: с 1-го завода 250 шт., со 2-го — 525 шт., с 3-го — 275 шт. и с 4-го — 950 шт. Вероятность того, что лампочка прогорит более 1500 часов, для 1-го завода равна 0,15, для 2-го — 0,30, для 3-го — 0,20, для 4-го — 0,10. При раскладке по полкам магазина лампочки были перемешаны. Какова вероятность того, что купленная лампочка прогорит более 1500 часов?

Решение: Пусть *A* — событие, состоящее в том, что лампочка прогорит более 1500 часов, а *H1*, *H2*, *H3* и *H4* — гипотезы, что она изготовлена соответственно 1, 2, 3 или 4-м заводом. Так как всего лампочек 2000 шт., то вероятности гипотез соответственно равны

$$P(H_1) = \frac{250}{2000} = 0{,}125$$

$$P(H_2) = \frac{525}{2000} = 0{,}2625$$

$$P(H_3) = \frac{275}{2000} = 0{,}1375$$

$$P(H_4) = \frac{950}{2000} = 0{,}475$$

Далее, из условия задачи следует, что

$$P_{H1}(A) = 0{,}15$$

$$P_{H2}(A) = 0{,}3$$

$$P_{H3}(A) = 0{,}2$$

$$P_{H4}(A) = 0{,}1$$

Используя формулу полной вероятности (11), имеем

$$P(A) = 0{,}125 \times 0{,}15 + 0{,}2625 \times 0{,}3 + 0{,}1375 \times 0{,}2 + 0{,}475 \times 0{,}1 = 0{,}1725$$

Элементы теории вероятностей

Дано:
В партии из 23 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Используя классическое определение теории вероятности определить, какова вероятность того, что обе детали окажутся бракованными.

Решение:
Число **N** всех равновероятных исходов испытания равно числу способов, которыми можно из 23 деталей вынуть две, т.е. числу сочетаний из 23 элементов по 2:

$$N = C_{23}^{2} = \frac{23!}{2!(23-2)!} = 253$$

Число благоприятных исходов

$$M = C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$$

Следовательно, искомая вероятность

$$p = \frac{M}{N} = \frac{45}{253} \approx 0.178$$

Дано:
В ящике лежат шары: 4 белых, 10 красных, 8 зеленых, 9 коричневых. Из ящика вынимают один шар. Пользуясь теоремой сложения вероятностей определить, какова вероятность, что шар окажется цветным (не белым) ?

Решение:
Всего в ящике лежит **N=4+10+8+9=31** шар.

Вероятность вытащить красный шар

$$P_{КР} = \frac{M_{КР}}{N} = \frac{10}{31} \approx 0.3226$$

Вероятность вытащить зеленый шар

$$P_{З} = \frac{M_{З}}{N} = \frac{8}{31} \approx 0.2581$$

Вероятность вытащить коричневый шар

$$P_{КОР} = \frac{M_{КОР}}{N} = \frac{9}{31} \approx 0.2903$$

Т.к. эти три события несовместны, то пользуясь теоремой сложения вероятностей определим вероятность того, что шар окажется цветным (не белым)

$$P = P_{КР} + P_{З} + P_{КОР} = 0.3226 + 0.2581 + 0.2903 = 0.871$$

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Дано:

На складе находятся 26 деталей из которых 13 стандартные. Рабочий берет наугад две детали. Пользуясь теоремой умножения вероятностей зависимых событий определить вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

Решение:

Извлечение двух деталей равносильно последовательному их извлечению. Обозначим через **A** - появление стандартной детали при первом извлечении, а через **B** - при втором. Событие, состоящее в извлечении двух стандартных деталей, является совмещением событий **A** и **B**.

Пользуясь теоремой умножения вероятностей имеем:

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$

, где

$$P(A) = \frac{13}{26}$$

Поскольку после того, как была вынута первая стандартная деталь на складе осталось 25 деталей, из которых 12 стандартных, то

$$P_A(B) = \frac{12}{25}$$

, тогда

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B) = \frac{13}{26} \times \frac{12}{25} = \frac{156}{650} = 0.24$$

Элементы теории вероятностей

- **Дано:**
  В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором 80% и на третьем 70%. Используя формулу полной вероятности определить, какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта ?

Решение:

Пусть **A** - событие, состоящее в том, что взятая деталь окажется первого сорта, а **H1**, **H2** и **H3** - гипотезы, что она изготовлена соответственно на 1, 2 и 3 станке.
Вероятности этих гипотез соответственно равны:

$$P(H_1) = 0.51$$

$$P(H_2) = 0.24$$

$$P(H_3) = 0.25$$

далее, из условия задачи следует, что:

$$P_{H1}(A) = 0.9$$

$$P_{H2}(A) = 0.8$$

$$P_{H3}(A) = 0.7$$

Используя формулу полной вероятности, получим искомую вероятность

$$P(A) = P(H_1)\cdot P_{H1}(A) + P(H_2)\cdot P_{H2}(A) + P(H_3)\cdot P_{H3}(A) =$$
$$= 0.51\times 0.9 + 0.24\times 0.8 + 0.25\times 0.7 = 0.826$$

Элементы теории вероятностей

- **Дано:**
  Имеется три одинаковых по виду ящика. В первом ящике находится 26 белых шаров, во втором 15 белых и 11 черных, в третьем ящике 26 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Используя формулу Байеса вычислить вероятность того, что белый шар вынут из первого ящика.

Решение:

Пусть **A** - событие, состоящее в том, что взятый шар окажется белым, а **H1** и **H2** - гипотезы, что он был взят из 1-го и 2-го ящика. (Третий ящик рассматривать не будем, т.к. там только черные шары, а из условий известно, что вынут именно белый шар.)

Вероятности указанных гипотез соответственно равны:

$$P(H_1) = \frac{M_1}{N} = \frac{26}{52} = 0.5$$

$$P(H_2) = \frac{M_2}{N} = \frac{15}{52} \approx 0.2885$$

, здесь **N=26+15+11=52** - количество шаров в 1-м и 2-м ящиках

Из условия задачи следует, что:

$$p_1 = P_{H1}(A) = \frac{26}{26} = 1$$

$$p_2 = P_{H2}(A) = \frac{15}{26} \approx 0.5769$$

Найдем **PA(H1)**, т.е. вероятность того, что вынутый белый шар был взят из 1-го ящика.

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1)\cdot p_1}{P(H_1)\cdot p_1 + P(H_2)\cdot p_2} = \frac{0.5\times 1}{0.5\times 1 + 0.2885\times 0.5769} \approx 0.75$$

Элементы теории вероятностей

Теорема

Теорема Бернулли. Пусть вероятность появления события A в каждом опыте постоянна и равна p. Тогда вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится ровно k раз, рассчитывается по формуле:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

где C_n^k — число сочетаний, $q = 1 - p$.

Эта формула так и называется: *формула Бернулли*. Интересно заметить, что задачи, приведенные ниже, вполне решаются без использования этой формулы. Например, можно применить формулы сложения вероятностей. Однако объем вычислений будет просто нереальным.

Элементы теории вероятностей

- **Дано:**
  Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0.11. Пользуясь формулой Бернулли найти вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей будут четыре стандартных.

Решение:

Формула Бернулли:

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

В соответствии с исходными данными, здесь:

q=0.11
p=1-q=1-0.11=0.89
n=5
m=4

Используя формулу Бернулли получим:

$$P_5(4) = \frac{5!}{4!(5-4)!} \times 0.89^4 \times 0.11^{5-4} = 5 \times 0.89^4 \times 0.11 \approx 0.345$$

Задача:

Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах из трех право владеть мячом получит команда «Белые».

Решение:

Для решения данной задачи выделим событие А – команда «Белые» имеет право владеть мячом. Нам важно найти вероятность возникновения события А ровно 2 раза в 3 экспериментах. Это можно вычислить по формуле Бернулли

$$P_{m,n} = C_n^m p^m (1-p)^{n-m},$$

где $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ - число сочетаний из n по m (т.е. сколько комбинаций в m появлений события А может быть в серии из n экспериментов); p - вероятность появления события А в одном эксперименте.

В нашем случае $m = 2$, $n = 3$, а вероятность появления события А в одном эксперименте, равна

$$p = P(A) = \frac{1}{2},$$

так как при встрече играет по 2 команды и каждая случайным образом может владеть мячом. В итоге получаем решение задачи

$$P_{2,3} = \frac{3!}{2!(3-2)!}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{6}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Ответ: $\frac{3}{8}$

24) Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно 5 мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно 4 мишени»?

Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно 5 мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно 4 мишени»?

Решение:

Стрелок поражает мишень с первого или со второго выстрела;

Вероятность поразить мишень равна

$0,6+0,4\cdot 0,6=0,84.$

Вероятность поразить 5 мишеней из 5 равна $0,84^5=P_1.$

Вероятность поразить 4 мишени из 5 находим по формуле Бернулли:

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{0,84^5}{5\cdot 0,84^4\cdot 0,16}=\frac{0,84}{0,8}=1,05$$

25) В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «Шеш-беш»: гость бросает одновременно 2 игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «шеш-беш»: гость бросает одновременно 2 игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

Если при первом броске получилась комбинация из 5 и 6 очков, то больше кости я не бросаю и забираю свой десерт (или кофе).

Если первый раз не получилось – у меня есть вторая попытка.

Решим задачу с учетом этих условий.

При броске одной игральной кости возможны 6 исходов, при броске 2 костей 36 исходов. Только два из них благоприятны: это 5; 6 и 6; 5, вероятность каждого из них равна $\frac{1}{36}$. Вероятность выбросить 5 и 6 при первом броске равна $\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

Вероятность того, что с первой попытки не получилось, равна $1-\frac{1}{18}=\frac{17}{18}$.

Если в первый раз не получилось выбросить 5 и 6, а во второй раз получилось – вероятность этого события равна $\frac{17}{18}\cdot\frac{1}{18}$.

Вероятность выбросить 5 и 6 с первой или со второй попытки равна (приблизительно равно, символом) 0,11.

Элементы теории вероятностей

Задача

Вероятность выпуска бракованного изделия на станке равна 0,2. Определить вероятность того, что в партии из десяти выпущенных на данном станке деталей ровно k будут без брака. Решить задачу для $k = 0, 1, 10$.

Решение

По условию, нас интересует событие A выпуска изделий без брака, которое случается каждый раз с вероятностью $p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Нужно определить вероятность того, что это событие произойдет k раз. Событию A противопоставляется событие «не A», т.е. выпуск бракованного изделия.

Таким образом, имеем: $n = 10$; $p = 0{,}8$; $q = 0{,}2$.

Итак, находим вероятность того, что в партии все детали бракованные ($k = 0$), что только одна деталь без брака ($k = 1$), и что бракованных деталей нет вообще ($k = 10$):

$$P_{10}(0) = C_{10}^{0} p^{0} q^{10} = \frac{10!}{0!\,10!} \cdot 0{,}8^{0} \cdot 0{,}2^{10} \approx 10^{-7}$$

$$P_{10}(1) = C_{10}^{1} p^{1} q^{9} = \frac{10!}{1!\,9!} \cdot 0{,}8^{1} \cdot 0{,}2^{9} \approx 4 \cdot 10^{-6}$$

$$P_{10}(10) = C_{10}^{10} p^{1} q^{9} = \frac{10!}{10!\,0!} \cdot 0{,}8^{10} \cdot 0{,}2^{0} \approx 0{,}1$$

Элементы теории вероятностей

Задача

Монету бросают 6 раз. Выпадение герба и решки равновероятно. Найти вероятность того, что:

1. герб выпадет три раза;
2. герб выпадет один раз;
3. герб выпадет не менее двух раз.

Решение

Итак, нас интересует событие A, когда выпадает герб. Вероятность этого события равна $p = 0{,}5$. Событию A противопоставляется событие «не A», когда выпадает решка, что случается с вероятностью $q = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$. Нужно определить вероятность того, что герб выпадет k раз.

Таким образом, имеем: $n = 6$; $p = 0{,}5$; $q = 0{,}5$.

Определим вероятность того, что герб выпал три раза, т.е. $k = 3$:

$$P_6(3) = C_6^3 p^3 q^3 = \frac{6!}{3!\,3!} \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^3 = \frac{5}{16}$$

Теперь определим вероятность того, что герб выпал только один раз, т.е. $k = 1$:

$$P_6(1) = C_6^1 p^1 q^5 = \frac{6!}{1!\,5!} \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^5 = \frac{3}{32}$$

Осталось определить, с какой вероятностью герб выпадет не менее двух раз. Основная загвоздка — во фразе «не менее». Получается, что нас устроит любое k, кроме 0 и 1, т.е. надо найти значение суммы $X = P_6(2) + P_6(3) + \ldots + P_6(6)$.

Заметим, что эта сумма также равна $(1 - P_6(0) - P_6(1))$, т.е. достаточно из всех возможных вариантов «вырезать» те, когда герб выпал 1 раз ($k = 1$) или не выпал вообще ($k = 0$). Поскольку $P_6(1)$ нам уже известно, осталось найти $P_6(0)$:

$$P_6(0) = C_6^0 p^0 q^5 = \frac{6!}{0!\,6!} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^6 = \frac{1}{64}$$

$$X = 1 - P_6(0) - P_6(1) = 1 - \frac{1}{64} - \frac{3}{32} = \frac{57}{64}$$

Задача

Вероятность того, что телевизор имеет скрытые дефекты, равна 0,2. На склад поступило 20 телевизоров. Какое событие вероятнее: что в этой партии имеется два телевизора со скрытыми дефектами или три?

Решение

Интересующее событие A — наличие скрытого дефекта. Всего телевизоров $n = 20$, вероятность скрытого дефекта $p = 0{,}2$. Соответственно, вероятность получить телевизор без скрытого дефекта равна $q = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

Получаем стартовые условия для схемы Бернулли: n = 20; p = 0,2; q = 0,8.

Найдем вероятность получить два «дефектных» телевизора ($k = 2$) и три ($k = 3$):

$$P_{20}(2) = C_{20}^{2} p^2 q^{18} = \frac{20!}{2!\,18!} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^{18} \approx 0{,}137$$

$$P_{20}(3) = C_{20}^{3} p^3 q^{17} = \frac{20!}{3!\,17!} \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^{17} \approx 0{,}41$$

Очевидно, $P_{20}(3) > P_{20}(2)$, т.е. вероятность получить три телевизора со скрытыми дефектами больше вероятности получить только два таких телевизора. Причем, разница неслабая.

P. S. А самая большая вероятность в последней задаче — это получить четыре телевизора со скрытыми дефектами. Подсчитайте сами — и убедитесь.