

Решение текстовых задач ОГЭ. Задание 21

*Хлопунова Ольга Игоревна,
учитель математики
МАОУ СОШ №5 города Тюмени*

Критерии оценивания:

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Что поможет решить задачу?

- 1. Внимательное чтение и тщательное изучение условия задачи.*
- 2. Осмысление задачи (Попробуйте полученную информацию представить в другом виде – это может быть рисунок, таблица или просто краткая запись условия задачи).*
- 3. Выбор неизвестных.*
- 4. Составление и решение «математической модели».
(При составлении «математической модели» (уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств) еще раз внимательно прочитайте условие задачи. Проследите за тем, что соответствует каждой фразе текста задачи в полученной математической записи и чему в тексте задачи соответствует каждый «знак» полученной записи (сами неизвестные, действия над ними, полученные уравнения, неравенства или их системы).*
- 5. Решить полученное уравнение, систему, неравенство. (Если решение задачи не получается, то нужно еще раз прочитать и проанализировать задачу.)*

Текстовые задачи условно можно разбить на следующие основные группы:

1) Задачи на движение

- a) на среднюю скорость
- b) по прямой
- c) протяженных тел
- d) по замкнутой трассе (по кругу)
- e) по воде

2) Задачи на производительность

- a) задачи на работу
- b) задачи на бассейны и трубы

3) Задачи на концентрацию, смеси и сплавы

Задачи на среднюю скорость

Задача №1. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 67 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 85 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Пусть t ч – время, затраченное на весь путь; $(0,5 \cdot t \cdot 67)$ км – первая часть пути, $(0,5 \cdot t \cdot 85)$ км – вторая часть пути. Тогда среднюю скорость находим по формуле:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{S}{t}$$

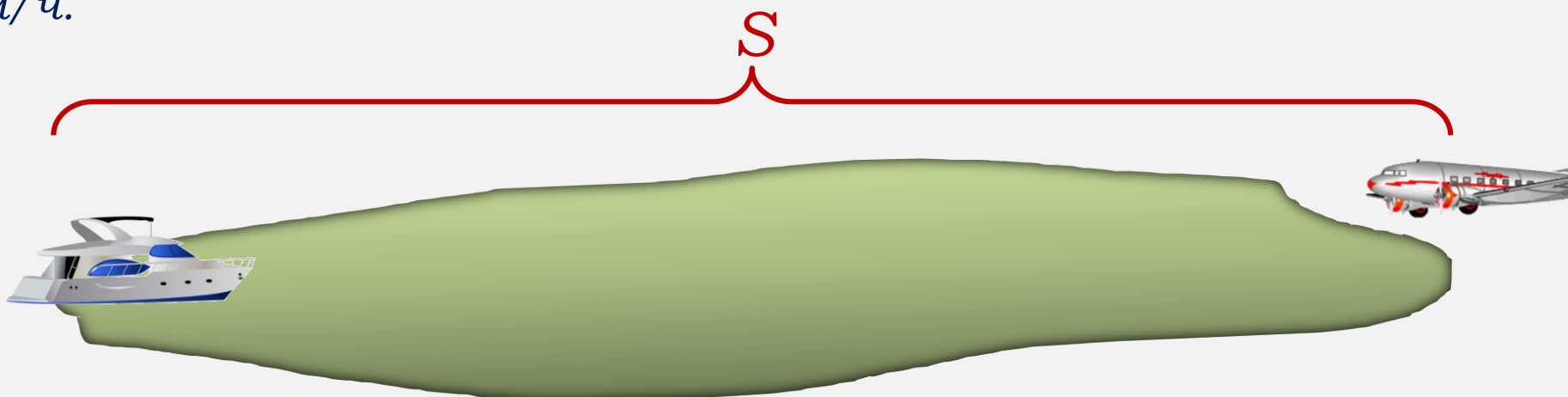
$$v_{\text{ср.}} = \frac{0,5 \cdot t \cdot 67 + 0,5 \cdot t \cdot 85}{t}$$

$$v_{\text{ср.}} = \frac{0,5 \cdot t \cdot (67 + 85)}{t}$$

$$v_{\text{ср.}} = 76$$

Ответ: 76

Задача №2. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 17 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 561 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.



$s = v \cdot t$	v	t	s
	17	$\frac{S}{17}$	S
	561	$\frac{S}{561}$	S

Решение.

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Пусть S км – весь путь путешественника, тогда средняя скорость равна:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{S}{t}$$

$$v_{\text{ср.}} = \frac{2S}{\frac{S}{17} + \frac{S}{561}} = \frac{2S}{\frac{33S + S}{561}} = \frac{2S}{\frac{34S}{561}} = \frac{561 \cdot 2}{34} = 33$$

$$v_{\text{ср.}} = 33$$

Ответ: 33

Задача №3. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 45 км/ч, вторую треть – со скоростью 70 км/ч, а последнюю – со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

45 км/ч

70 км/ч

90 км/ч



Решение

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Пусть **3S** км – весь путь автомобиля, тогда средняя скорость равна:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{3S}{\frac{S}{45} + \frac{S}{70} + \frac{S}{90}} = \frac{3S}{\frac{14S + 9S + 7S}{630}} = \frac{3S}{\frac{30S}{630}} = \frac{630 \cdot 3}{30} = 63$$

$$v_{\text{ср.}} = 63$$

Ответ: 63

Задача №4. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 120 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем два часа – со скоростью 95 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения.

Путь, пройденный автомобилем равен:

$$S = 2 \cdot 120 + 1 \cdot 100 + 2 \cdot 95 = 530 \text{ км.}$$

Затраченное на весь путь время:

$$t = 2 + 1 + 2 = 5 \text{ ч,}$$

тогда средняя скорость равна:

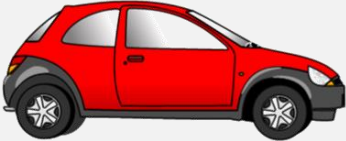

$$v = 530 : 5 = 106 \text{ км/ч}$$

Ответ: 106

Задачи на движение.

Движение вдогонку

Задача №5. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

	$s = v \cdot t$	v	$t = \frac{s}{v}$	s
1 		x	$\frac{s}{x}$	s
2 		1) 24 2) $x + 16$	$\frac{0,5s}{24} + \frac{0,5s}{x + 16}$	s

$$\frac{0,5s}{24} + \frac{0,5s}{x + 16} = \frac{s}{x}$$

Решение. Пусть x км/ч – скорость первого автомобиля, где $x > 0$, тогда скорость второго автомобиля на второй половине пути равна $(x + 16)$ км/ч. Пусть расстояние между пунктами S . Так как, автомобили были в пути одно и то же время, то составляем уравнение:

$$\frac{0,5s}{24} + \frac{0,5s}{x+16} = \frac{s}{x} \quad | :s$$

$$\frac{0,5}{24} + \frac{0,5}{x+16} = \frac{1}{x} \quad \text{ОДЗ: } 24x(x+16) \neq 0$$

$$0,5x(x+16) + 12x = 24(x+16)$$

$$x^2 - 8x - 768 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 32 \\ x = -24 \end{array} \right.$$

$x = -24$ – не удовлетворяет условию $x > 0$

$$x = 32$$

Ответ: 32

Задачи на движение

Движение с отставанием.

Задача №6. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 0,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 400 метрам?

$s = v \cdot t$	v	t	s
1	x	t	$x \cdot t$
2	$x + 0,5$	t	$(x + 0,5) \cdot t$

Решение. $(x + 0,5) \cdot t - xt = 0,4$

$$xt + 0,5t - xt = 0,4$$

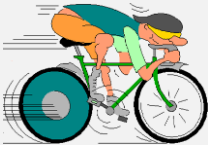
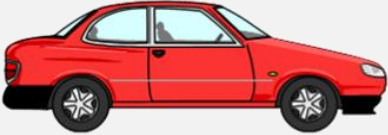
$$0,5t = 0,4$$

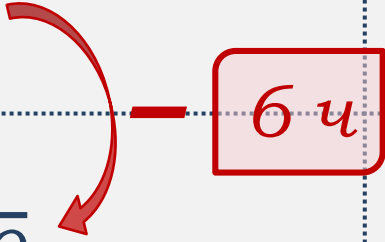
$$t = 0,8$$

$$0,8\text{ч} = 0,8 \cdot 60 = 48 \text{ минут}$$

Ответ: 48

Задача №7. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

$s = v \cdot t$	v	$t = \frac{s}{v}$	s
	x	$\frac{75}{x}$	75
	$x + 40$	$\frac{75}{x + 40}$	75



$$\frac{75}{x} - \frac{75}{x + 40} = 6$$

Решение. Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, где $x > 0$, тогда скорость автомобилиста равна $(x + 40)$ км/ч. Так как велосипедист был в пути на 6 часов больше, то составляем уравнение:

$$\frac{75}{x} - \frac{75}{x + 40} = 6 \quad \text{ОДЗ: } x(x + 40) \neq 0$$

$$\frac{75}{x} - \frac{75}{x + 40} = 6$$

$$25(x + 40 - x) = 2x(x + 40)$$

$$x^2 + 40x - 500 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 10 \\ x = -50 \end{array} \right.$$

$x = -50$ – не удовлетворяет условию $x > 0$

$$x = 10$$

Ответ: 10

Задача №8. Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

$s = v \cdot t$	v	$t = \frac{s}{v}$	s
1	$x + 3$	$\frac{88}{x + 3}$	88
2	x	$\frac{88}{x}$	88

$$\frac{88}{x} - \frac{88}{x + 3} = 3$$

Решение. Пусть x км/ч – скорость второго велосипедиста, где $x > 0$, тогда скорость первого велосипедиста равна $(x + 3)$ км/ч. Так как второй велосипедист был в пути на 3 часа больше, чем первый, то составляем уравнение:

$$\frac{88}{x} - \frac{88}{x+3} = 3 \quad \text{ОДЗ: } x(x+3) \neq 0$$

$$88(x+3-x) = 3x(x+3)$$

$$x^2 + 3x - 88 = 0$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ x = -11 \text{ – не удовлетворяет условию } x > 0 \end{cases}$$

$$x = 8$$

Ответ: 8

Задачи на движение.

Движение протяженных тел



Задача №9. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 300 метров меньше, чем скорый, и на путь в 420 км тратит времени на 3 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

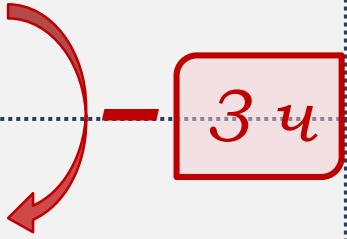


Решение. Скорость товарного поезда меньше, чем скорого на 300 м/мин или на

$$\frac{0,3\text{км}}{\frac{1}{60}\text{ч}} = 18\text{км/ч}$$

Пусть x км/ч – скорость товарного поезда, тогда скорость скорого поезда $(x + 18)$ км/ч. Так как на путь в 420 км товарный поезд тратит времени на 3 часа больше, чем скорый, то составляем уравнение:

$s = v \cdot t$	v	t	s
	x	$\frac{420}{x}$	420
	$x + 18$	$\frac{420}{x + 18}$	420



$$\frac{420}{x} - \frac{420}{x+18} = 3 \quad \text{ОДЗ: } x(x+18) \neq 0$$

$$420(x+18-x) = 3x(x+18) \quad | :3$$

$$140 \cdot 18 = x^2 + 18x$$

$$x^2 + 18x - 2520 = 0$$

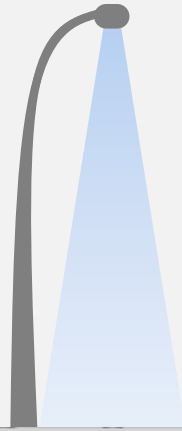
$$\left[\begin{array}{l} x = 42 \\ x = -60 \end{array} \right.$$

$x = -60$ – не удовлетворяет условию $x > 0$

$$x = 42$$

Ответ: 42

Задача №10. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 45 секунд. Найдите длину поезда в метрах.



Решение Скорость поезда равна:

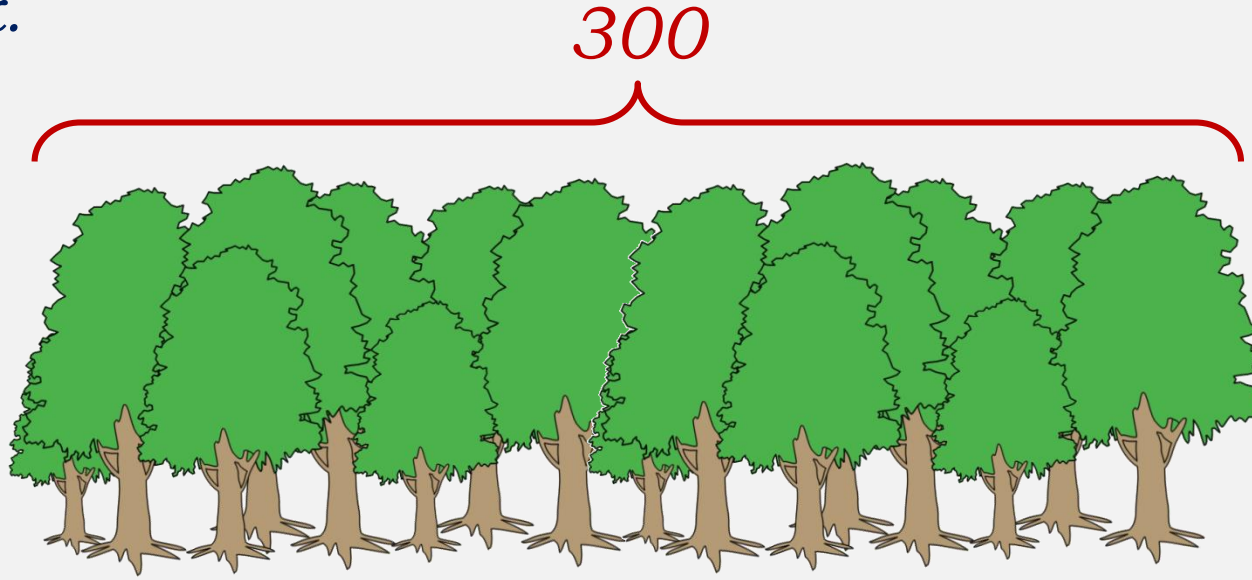
$$v = 80 \text{ км / ч} = \frac{80 \cdot 1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{800}{36} \text{ м / с} = \frac{200}{9} \text{ м / с}$$

За 45 секунд поезд проходит мимо придорожного столба расстояние равное своей длине:

$$s = \frac{200}{9} \cdot 45 = 1000 \text{ м}$$

Ответ: 1000

Задача №11. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 300 метров, за 33 секунды. Найдите длину поезда в метрах.



Решение

Скорость поезда равна:

$$v = 60 \text{ км / ч} = \frac{60 \cdot 1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{600}{36} \text{ м / с} = \frac{50}{3} \text{ м / с}$$

За 33 секунды поезд проходит мимо лесополосы, то есть проходит расстояние, равное сумме длин лесополосы и самого поезда, и это расстояние равно:

$$s = \frac{50}{3} \cdot 33 = 550 \text{ м}$$

Поэтому длина поезда равна

$$550 - 300 = 250 \text{ метров}$$

Ответ: 250

Задача №12. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 50 км/ч. Длина товарного поезда равна 900 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 3 минутам 9 секундам. Ответ дайте в метрах.

Решение.

Скорость опережения товарного поезда пассажирским равна:

$$v = 70 - 50 = 20 \text{ км / ч} = \frac{20 \cdot 1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{50}{9} \text{ м / с}$$

За 3 мин 9 секунд или 189 секунд один поезд проходит мимо другого, то есть преодолевает расстояние равное сумме их длин

$$s = \frac{50}{9} \cdot 189 = 1050 \text{ м}$$

Поэтому длина пассажирского поезда равна
1050 - 900 = 150 метров

Ответ: 150

Задача №13. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 85 км/ч и 50 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 300 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 28 секундам. Ответ дайте в метрах.

Решение

Скорость сближения поездов равна:

$$v = 85 + 50 = 135 \text{ км / ч} = \frac{135 \cdot 1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{75}{2} \text{ м / с}$$

За 28 секунд один поезд проходит мимо другого, то есть каждый из поездов преодолевает расстояние равное сумме их длин

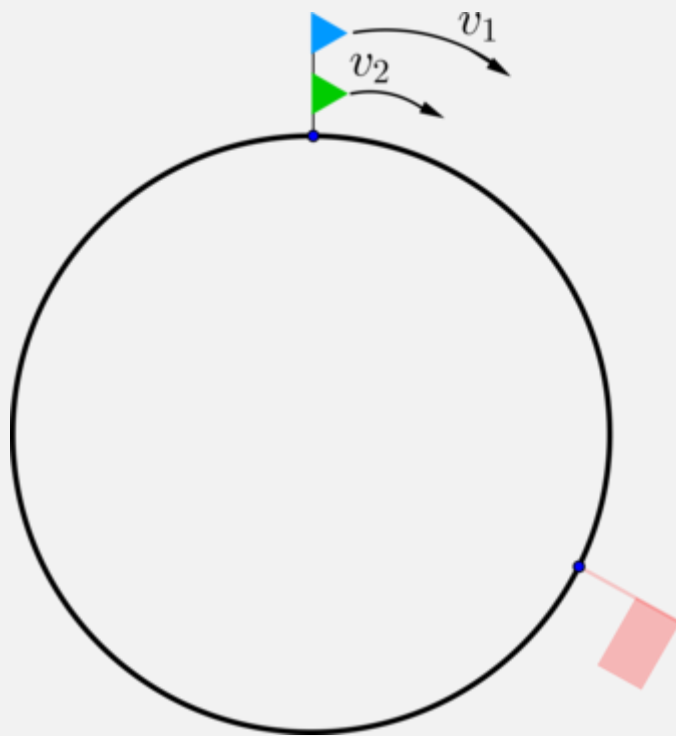
$$s = \frac{75}{2} \cdot 28 = 1050 \text{ м}$$

Поэтому длина скорого поезда равна

$$1050 - 300 = 750 \text{ метров}$$

Ответ: 750

Задачи на движение по замкнутой трассе



Задача №14. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 6 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 114 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.



Решение

1 способ:

Пусть x км/ч – скорость второго автомобиля. За $\frac{2}{3}$ часа первый автомобиль прошел на 6 км больше, чем второй, отсюда имеем:

$$114 \cdot \frac{2}{3} = x \cdot \frac{2}{3} + 6 \quad | \cdot \frac{3}{2}$$

S для 2 автомобиля

$$x = 114 - 6 \cdot \frac{3}{2}$$

$$x = 105$$

2 способ:

За 40 минут первый автомобиль обогнал второй на 6 км, значит за 60 минут обгонит на 9 км, т.е. скорость второго на 9 км/ч меньше скорости первого, значит,

$$x = 114 - 9 = 105 \text{ км/ч}$$

Ответ: 105

Задача №15. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них осталось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 3 минуты назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что, она на 2 км/ч меньше скорости второго.

	v	t	S
I бегун	x км/ч	1 ч	x км
II бегун	$(x+2)$ км/ч	$\frac{19}{20}$ ч	$\frac{19}{20}(x+2)$ км

$$3 \text{ мин} = \frac{3}{60} \text{ ч} = \frac{1}{20} \text{ ч}$$

$$1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} \text{ (ч)} - \text{ время, за которое пробежал II бегун один круг}$$

Решение

Пусть x км/ч – скорость I бегуна, тогда скорость II бегуна $(x + 2)$ км/ч. Так как через час после старта I бегуну остался 1 км до окончания первого круга, то составляю уравнение:

$$\frac{19}{20}(x + 2) - x = 1$$



$$x = 18$$

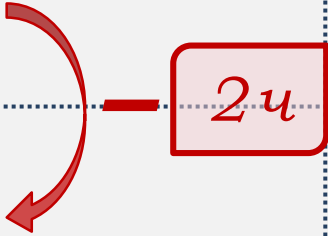
18 км/ч – скорость I бегуна

Ответ: 18

Задачи на движение по воде

Задача №16. Моторная лодка прошла против течения реки 224 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

$s = v \cdot t$	v	$t = \frac{s}{v}$	s
	$x - 1$	$\frac{224}{x - 1}$	224
	$x + 1$	$\frac{224}{x + 1}$	224



$$\frac{224}{x - 1} - \frac{224}{x + 1} = 2$$

Решение. Пусть x км/ч – собственная скорость лодки, где $x > 0$, тогда скорость лодки по течению реки равна $(x + 1)$ км/ч, скорость лодки против течения – $(x - 1)$ км/ч. Так как на путь по течению реки лодка затратила на 2 часа меньше, чем на обратный путь, то составляем уравнение:

$$\frac{224}{x-1} - \frac{224}{x+1} = 2 \quad \text{ОДЗ: } (x+1)(x-1) \neq 0$$

$$224(x+1-x+1) = 2(x^2 - 1)$$

$$224 = x^2 - 1$$



$$x^2 = 225$$

$$\begin{cases} x = 15 \\ x = -15 \text{ – не удовлетворяет условию } x > 0 \end{cases}$$

$$x = 15$$

Ответ: 15

Задача №17. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 247 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 16 км/ч, стоянка длится 7 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

$s = v \cdot t$	v	$t = \frac{s}{v}$	s
	$16 + x$	$\frac{247}{16 + x}$	247
	$16 - x$	$\frac{247}{16 - x}$	247

} + 39 - 7 = 32 ч.

$$\frac{247}{16 + x} + \frac{247}{16 - x} = 32$$

Решение. Пусть x км/ч – собственная скорость теплохода, где $x > 0$, тогда скорость теплохода по течению равна $(16 + x)$ км/ч, скорость теплохода против течения равна $(16 - x)$ км/ч. Зная, что теплоход был в пути $39 - 7 = 32$ часа, составляем уравнение:

$$\frac{247}{16+x} + \frac{247}{16-x} = 32 \quad \text{ОДЗ: } (16+x)(16-x) \neq 0$$

$$247(16-x+16+x) = 32(256-x^2)$$

$$247 = 256 - x^2$$

$$x^2 = 9$$



$$\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array} \right.$$

$x = -3$ – не удовлетворяет условию $x > 0$

$$x = 3$$

Ответ: 3

Задача №18. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

$s = v \cdot t$	v	$t = \frac{s}{v}$	s
	x	$\frac{390}{x}$	390
	$x + 3$	$\frac{390}{x + 3} + 9$	390

$$\frac{390}{x} = \frac{390}{x + 3} + 9$$

Решение. Пусть x км/ч – на пути из А в В, где $x > 0$, тогда скорость баржи на обратном пути (из В в А) равна $(x + 3)$ км/ч. Зная, что она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В, то составляем уравнение:

$$\frac{390}{x} - \frac{390}{x+3} = 9 \quad \text{ОДЗ: } x(x+3) \neq 0$$

$$390(x+3-x) = 9x(x+3)$$

$$130 = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x - 130 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 10 \\ x = -13 \end{array} \right.$$

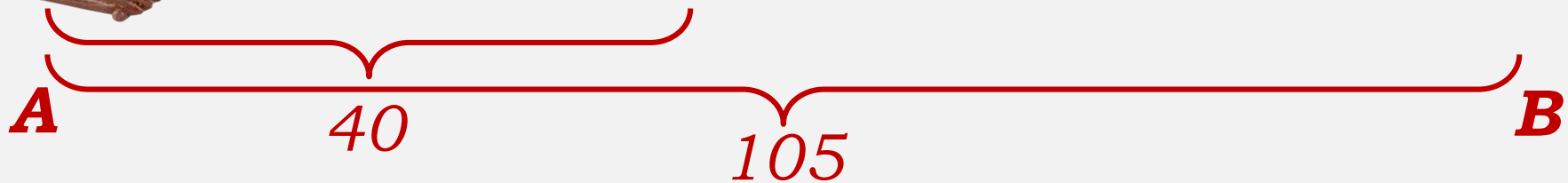
$x = -13$ – не удовлетворяет условию $x > 0$

$$\mathbf{x = 10}$$

Ответ: 10

Задача №19. Расстояние между пристанями А и В равно 105 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 40 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1 час



Решение. Скорость плота равна скорости течения реки 4 км/ч. Пусть x км/ч – собственная скорость яхты, тогда скорость яхты по течению равна $(x + 4)$ км/ч, а скорость яхты против течения равна $(x - 4)$ км/ч. Время, которое затратил плот на путь в 40 км равно $40 : 4 = 10$ часов. Яхта, проделав путь из А в В и обратно, затратила на 1 час меньше, значит 9 часов. Составляем уравнение:

$$\frac{105}{x+4} + \frac{105}{x-4} = 9 \quad \text{ОДЗ: } (x+4)(x-4) \neq 0$$

$$35(x-4+x+4) = 3(x^2 - 16)$$

$$3x^2 - 70x - 48 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 24 \\ x = -\frac{2}{3} \end{array} \right. \text{ – не удовлетворяет условию } x > 0$$

$$x = 24$$

Ответ: 24

Задачи на совместную работу

*Рекомендации
к решению задачи этого типа:*

Что необходимо знать?

1. Объём, выполняемой работы (A)

(Если объем не указан, принимаем его за 1)

2. Время работы (t)

3. Производительность (N)

$$\text{Производительность} = \frac{\text{объём работы}}{\text{время}}$$

$$N = \frac{A}{t}$$

Задача №20. Первая труба пропускает на 15 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 100 литров она заполняет на 6 минуты дольше, чем вторая труба?

	A	N	t
I труба	100 л	x л/мин	$\left(\frac{100}{x}\right)$ мин
II труба	100 л	$(x+15)$ л/мин	$\left(\frac{100}{x+15}\right)$ мин

- **6 мин**

Решение. Пусть x л/мин пропускает первая труба, где $x > 0$, тогда вторая труба пропускает $(x + 15)$ л/мин. Так как, первая труба заполняет резервуар на 6 мин дольше, чем вторая, то составляем уравнение:

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x + 15} = 6$$

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x+15} = 6$$

$$\frac{100x + 1500 - 100x - 6x^2 - 90x}{x(x+15)} = 0 \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 15 \end{cases}$$

$$6x^2 + 90x - 1500 = 0$$

$$x^2 + 15x - 250 = 0$$

$$D = 1225$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ x = -25 - \text{не удовлетворяет условию задачи} \end{cases}$$

Ответ: 10

Задача №21. Первый рабочий за час делает на 13 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 208 деталей, на 8 часов быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

	A	N	t
I рабочий	208 дет	$(x+13)$ дет/ч	$\left(\frac{208}{x+13}\right)$ ч
II рабочий	208 дет	x дет/ч	$\left(\frac{208}{x}\right)$ ч

- 8 ч

Решение. Пусть x дет/ч делает второй рабочий, где $x > 0$, тогда первый рабочий делает $(x + 13)$ дет/ч. Так как, первый рабочий выполняет заказ на 8 часов быстрее, чем второй рабочий, то составляем уравнение:

$$\frac{208}{x} - \frac{208}{x + 13} = 8$$

$$\frac{208}{x} - \frac{208}{x+13} = 8$$

$$\frac{208x + 2704 - 208x - 8x^2 - 104x}{x(x+13)} = 0 \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -13 \end{cases}$$

$$8x^2 + 104x - 2704 = 0$$

$$x^2 + 13x - 338 = 0$$

$$D = 1225$$

$$\begin{cases} x = 13 \\ x = -26 - \text{не удовлетворяет условию задачи} \end{cases}$$

Ответ: 13

Задача №22. Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем вторая?

	<i>A</i>	<i>t</i>	<i>N</i>
<i>I труба</i>	<i>1</i>	<i>x ч</i>	$\frac{1}{x}$
<i>II труба</i>	<i>1</i>	<i>(x+3) ч</i>	$\frac{1}{x+3}$
<i>вместе</i>	<i>1</i>	<i>2 ч</i>	$\frac{1}{2}$

1 – вместимость бассейна

Решение. Пусть x ч заполняет бассейн первая труба, где $x > 0$, тогда вторая труба заполняет бассейн $(x + 3)$ ч. Так как, бассейн заполняется двумя трубами, действующими одновременно, за **2 часа**, то составляем уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x + 6 + 2x - x^2 - 3x}{2x(x+3)} = 0 \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -2 - \text{не удовлетворяет условию задачи} \end{cases}$$

Ответ: 3

Задача №24. Первая труба и вторая, работая вместе, наполняют бассейн за 36 часов, первая и третья – за 30 часов, вторая и третья – за 20 часов. За сколько часов наполнят бассейн три трубы, работая вместе?

	<i>A</i>	<i>t</i>	<i>N</i>
<i>I + II</i>	<i>1</i>	36 ч	$\frac{1}{36}$
<i>I + III</i>	<i>1</i>	30 ч	$\frac{1}{30}$
<i>II + III</i>	<i>1</i>	20 ч	$\frac{1}{20}$

1 – вместимость бассейна

Решение.

$$1) \frac{1}{36} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{5 + 6 + 9}{180} = \frac{20}{180} = \frac{1}{9} \text{ (часть)}$$

удвоенная общая скорость наполнения бассейна

$$2) \frac{1}{9} : 2 = \frac{1}{18} \text{ (часть) общая скорость наполнения}$$

бассейна

$$3) 1 : \frac{1}{18} = 18 \text{ (часов) наполнят бассейн три трубы,}$$

работая вместе

Ответ: 18

Задача №25. Игорь и Паша красят забор за 5 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь – за 20 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

	<i>A</i>	<i>t</i>	<i>N</i>
<i>Игорь + Паша</i>	<i>1</i>	<i>5 ч</i>	$\frac{1}{5}$
<i>Паша + Володя</i>	<i>1</i>	<i>6 ч</i>	$\frac{1}{6}$
<i>Володя + Игорь</i>	<i>1</i>	<i>20 ч</i>	$\frac{1}{20}$

1 – вся работа

Решение.

1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$ (*части*) *удвоенная общая скорость покраски забора*

2) $\frac{5}{12} : 2 = \frac{5}{24}$ (*части*) *общая скорость покраски забора*

3) $1 : \frac{5}{24} = \frac{24}{5} = 4,8$ (*ч*) = 288 (*мин*) *мальчики покрасят забор, работая вместе*

Ответ: 288

Задача №26. Три бригады изготовили вместе 114 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 3 раза больше, чем первая и на 16 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.

$$1) x + 3x + (3x + 16) = 144$$

$$x = 14$$

14 деталей изготовила первая бригада

$$2) 58 - 14 = 44 \text{ (детали) больше изготовила третья бригада, чем первая}$$

Ответ: 44

Задачи на смеси, сплавы

	<i>Раствор</i> <i>кг</i>	<i>Вещество</i>	
		<i>%</i>	<i>кг</i>
<i>I раствор</i>			
<i>II раствор</i>			
<i>I + II</i>			

Задача №27. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

	Сплав кг	Медь	
		%	кг
<i>I</i>	x кг	$5\%=0,05$	$(0,05x)$ кг
<i>II</i>	$(x+4)$ кг	$13\%=0,13$	$0,13(x+4)$ кг
<i>I + II</i>	$(x+x+4)$ кг	$10\%=0,1$	$0,1 (2x+4)$ кг

Уравнение: $0,05x + 0,13(x + 4) = 0,1(2x + 4)$

Задача №28. Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если слить их вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

	Раствор кг	Кислота	
		%	кг
I	40 кг	x %	(0,4x) кг
II	30 кг	y %	(0,3y) кг
I + II	70 кг	73 %	(0,73 · 70) кг

40 кг – 100%

? кг – x%

$$?_x = \frac{40 \cdot x}{100} = 0,4x(\text{кг})$$

30 кг – 100%

? кг – y%

$$?_y = \frac{30 \cdot y}{100} = 0,3y(\text{кг})$$

	Раствор кг	Кислота	
		%	кг
<i>I</i>	30 кг	<i>x</i> %	(0,3<i>x</i>) кг
<i>II</i>	30 кг	<i>y</i> %	(0,3<i>y</i>) кг
<i>I + II</i>	60 кг	72%	(0,72 · 60) кг

$$\begin{cases} 0,4x + 0,3y = 7,3 \cdot 7 \\ 0,3x + 0,3y = 7,2 \cdot 6 \end{cases}$$

Задача №29. Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные – 28%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

	Масса кг	Вещество	
		Вода, %	Сухие, кг
свежие	288 кг	80% →	(0,2 · 288) кг
сухие	? кг	28% ←	↓

$$72\% - 0,2 \cdot 288$$

$$100\% - ?$$

$$? = \frac{0,2 \cdot 288 \cdot 100}{72} = \frac{\overset{10}{\cancel{20}} \cdot \overset{8}{\cancel{288}}}{\underset{\cancel{36}_1}{72}} = 80(\text{кг})$$

Задача №30. Виноград содержит 90% влаги, а изюм – 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

	Масса кг	Вещество	
		Вода, %	Сухие, кг
виноград	? кг	90%	
изюм	20 кг	5%	$(0,95 \cdot 20)$ кг

$$0,95 \cdot 20 - 10\%$$

$$? - 100\%$$

$$? = \frac{0,95 \cdot 20 \cdot 100}{10} = \frac{95 \cdot \cancel{20}^2}{\cancel{10}} = 190(\text{кг})$$